Parábola e hipérbola, y tangentes e intersecciones con las cónicas

Test de 10 preguntas y flashcards de este tema en **farmeandopau.com** ›

Última revisión: 22 de noviembre de 2026.

Escanea y haz el test del tema

LA IDEA EN 30 SEGUNDOS

La **parábola** reúne los puntos que equidistan del **foco** y de la **directriz**; la **hipérbola**, los que tienen una **diferencia** de distancias a los dos focos igual a **2a**. Una sola propiedad lo resuelve casi todo: la tangente es **bisectriz** de los radios vectores, así que el simétrico de un foco respecto de una tangente cae en la **circunferencia focal** (en la parábola, en la directriz). Con ella hallas focos, tangentes desde un punto y paralelas a una dirección, y con **potencia**, los cortes con una recta. Se pregunta en **32 de las 68 convocatorias** de 2025 y 2026, en 15 comunidades.

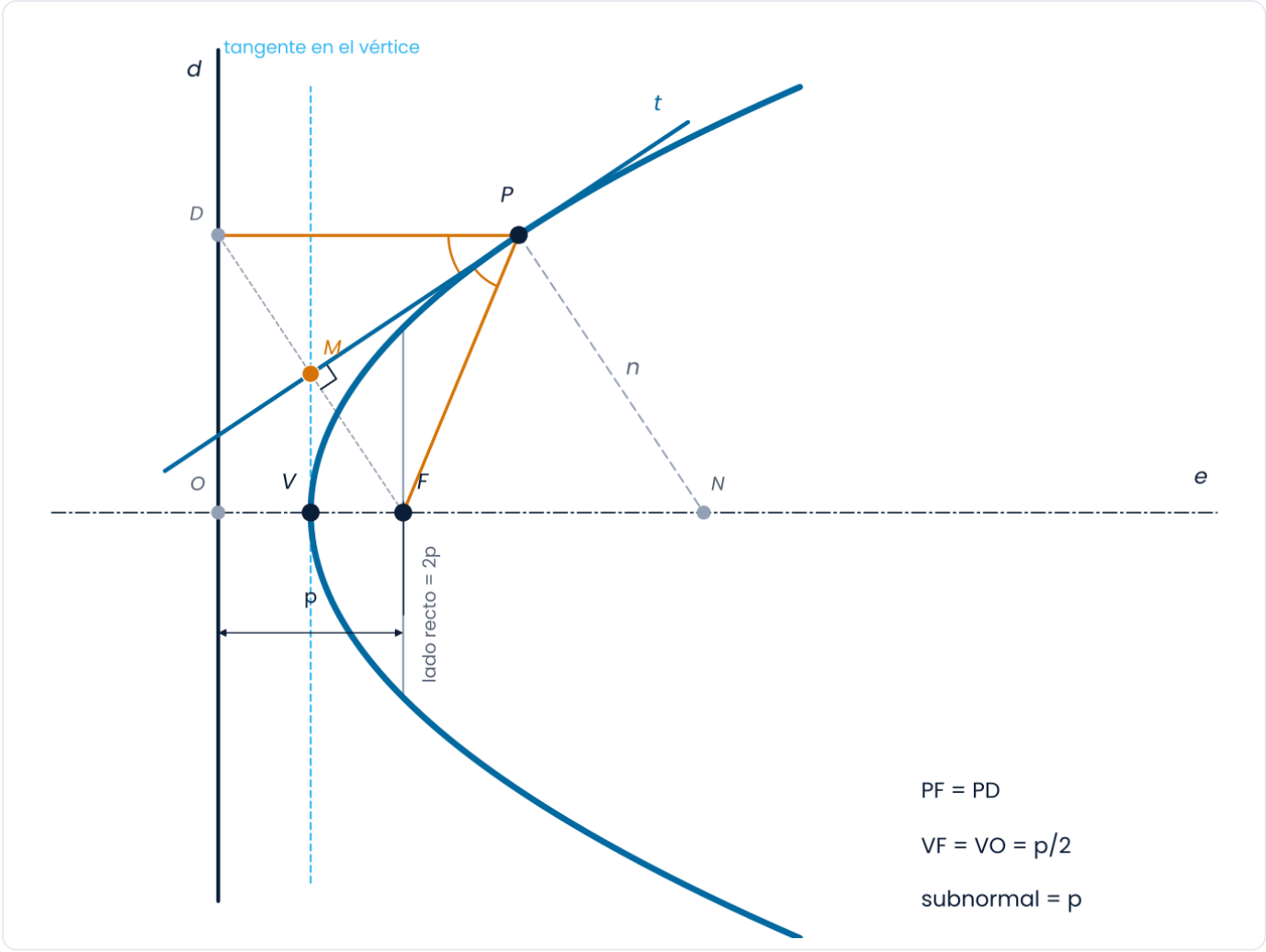
1 La parábola: definición, elementos y la propiedad de la tangente

La **parábola** es el lugar geométrico de los puntos del plano que **equidistan de un punto fijo**, el **foco** *F*, **y de una recta fija**, la **directriz** *d*. Es la única cónica sin centro: tiene una sola rama, abierta, que crece sin fin hacia el lado del foco. Todo lo que te piden (hallar el foco o la directriz, dibujarla, trazar tangentes) sale de esa igualdad y de una sola propiedad de la tangente.

- **Elementos.** El **eje** *e* es la perpendicular a *d* por *F*. El **vértice** *V* está en el **punto medio** entre *F* y el pie *O* del eje en la directriz: $VF = VO = p/2$. El **parámetro** *p* es la distancia del foco a la directriz.
- **Radios vectores.** Para cada punto *P* de la curva son *PF* y *PD*, donde *D* es el pie de la perpendicular a *d* (por eso *PD* es paralelo al eje). Siempre **PF = PD**: es la definición, y la usarás para comprobar cualquier punto con el compás.
- **Tangente en un punto *P*:** es la **bisectriz del ángulo *FPD*** que forman los dos radios vectores. La **normal** es la perpendicular a la tangente por *P*. Consecuencia clave: como la tangente es la mediatriz de *FD*, **el simétrico del foco respecto de cualquier tangente está en la directriz**.
- **La tangente en el vértice** hace de «circunferencia principal»: el **pie de la perpendicular desde *F* a cualquier tangente** cae en ella (punto *M*), porque *M* es el punto medio de *FD* y *V* el de *FO*. La directriz hace de «circunferencia focal» de radio infinito.
- **Lado recto y comprobaciones.** La cuerda que pasa por el foco perpendicular al eje mide **2p**. La **subnormal** (de la proyección de *P* sobre el eje al pie *N* de la normal) mide siempre *p*.
- **Propiedad reflectora.** Un rayo paralelo al eje se refleja en la parábola pasando por el foco, porque forma con la tangente el mismo ángulo que *PF*. Por eso son parabólicos las antenas y los concentradores solares (La Rioja 2026) y los reflectores (País Vasco 2025).

La propiedad que lo resuelve todo

El simétrico del foco respecto de una tangente está en la directriz. Con ella hallas el foco si te dan la directriz y una tangente con su punto, la directriz si te dan el foco y una tangente, y las tangentes desde un punto o paralelas a una dirección.



La parábola y sus elementos. *PF* = *PD* (radios vectores, en ámbar); la tangente *t* es la bisectriz del ángulo *FPD* (arcos iguales) y la normal *n* llega al eje en *N*. El pie *M* de la perpendicular desde *F* a *t* está en la tangente en el vértice, y el simétrico de *F* respecto de *t* es *D*, en la directriz.

2 Construir la parábola: por puntos y por haces proyectivos

La curva se dibuja **uniendo puntos exactos**. Hay dos métodos: **por puntos** (radios vectores), cuando conoces el foco y la directriz, y **por haces proyectivos**, cuando conoces el vértice, el eje y un punto. Murcia exige los haces («mediante haces proyectivos tomando un mínimo de 5 divisiones», 2026) y Asturias los usa en su solución oficial de 2026.

- **Por haces proyectivos (dados *V*, el eje y un punto *P*).** Dibuja el rectángulo que forman *V*, el pie *A* de la perpendicular desde *P* a la tangente en el vértice y *P*. Divide el lado *VA* (sobre la tangente en el vértice) y el lado *AP* (paralelo al eje) en el **mismo número de partes iguales**: numera las de *VA* desde *V* y las de *AP* desde *A*.
- Por cada división del lado *VA* traza la **paralela al eje**; une *V* con cada división del lado *AP* (**haz de rectas por *V***). La paralela número *k* y el rayo número *k* se cortan en un punto de la parábola. Repite al otro lado del eje con el simétrico *P*′.
- **Por qué funciona.** El punto *k* de *n* queda a $\frac{k}{n}$ del ancho y a $\left(\frac{k}{n}\right)^2$ de la altura del rectángulo: la altura crece con el cuadrado del ancho, que es la ecuación de la parábola. Uno de los haces es de paralelas

porque su vértice está en el infinito, en la dirección del eje.

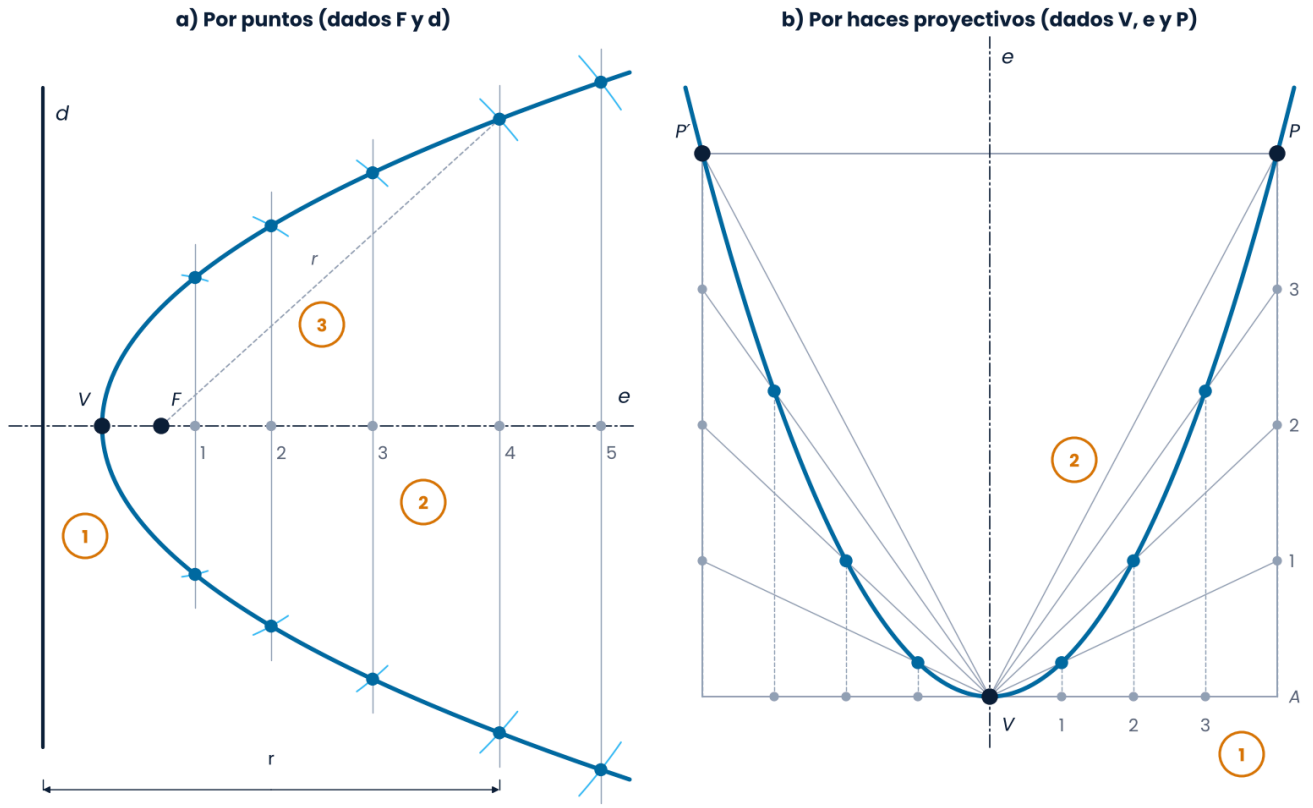
- **Qué método elegir.** Con F y d, por puntos; con V y un punto (o si lo exige el enunciado), por haces. Si además te piden el foco (Asturias 2026: «Localiza también el foco»), está a la misma distancia del vértice que la directriz, al otro lado de V.
- **Trazado de la curva.** Castilla-La Mancha permite «emplear plantillas para el trazado continuo o hacerlo a mano alzada»; Aragón no admite plantillas. La curva tiene que pasar **exactamente** por los puntos construidos y por el vértice, sin picos.

Paso 1: Por puntos. Traza el eje (perpendicular a d por F) y marca el vértice V en el punto medio entre F y la directriz.

Paso 2: Toma puntos 1, 2, 3… en el eje a partir del vértice (también entre V y F: cualquier punto a $p/2$ o más de d da corte) y traza por cada uno la paralela a d. Ponlos más juntos cerca del vértice, donde la curva gira más.

Paso 3: Con centro en F y radio r igual a la distancia de esa paralela a la directriz, corta la paralela: salen **dos puntos simétricos** de la curva, porque están a r del foco y a r de la directriz.

Paso 4: Une los puntos con una curva suave que pase por V, perpendicular al eje. Extremadura pide «al menos seis» u «ocho puntos».



Dos maneras de construir la parábola. a) Por puntos (pasos 1-3 del texto): ① eje y vértice; ② paralelas a d por los puntos 1-5 del eje; ③ arcos de centro F y radio r. b) Por haces proyectivos: ① lados VA y AP divididos en cuatro partes; ② el rayo V-k y la paralela al eje por k se cortan en la curva.

3 Hallar el foco, la directriz y el vértice a partir de otros datos

Es el formato que más cae: no te dan F y d a la vez, sino algunos puntos y tangentes. Todos los casos se resuelven con **dos propiedades**: cada punto de la curva está **a la misma distancia del foco que de la directriz**, y **el simétrico del foco respecto de una tangente está en la directriz**.

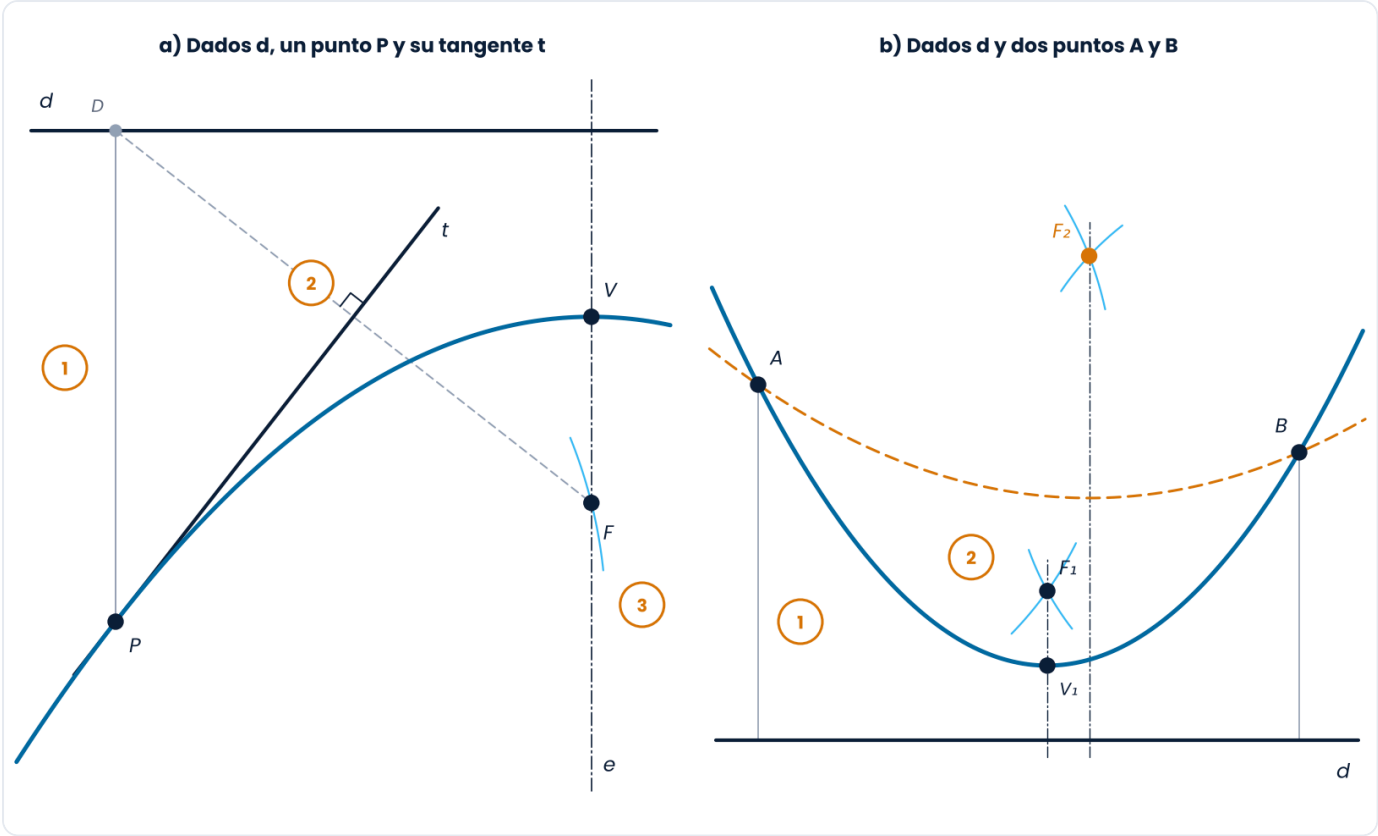
- **Por qué funciona el simétrico.** Si t es la tangente en P, $PF = PD$ y t es la bisectriz de FPD: el triángulo FPD es isósceles y t es la mediatriz de FD. Por tanto **reflejar D sobre t da F, y reflejar F da D**: perpendicular a t por el punto y la misma distancia al otro lado.
- **Directriz y dos puntos.** El foco está en la circunferencia centrada en cada punto con radio igual a su distancia a d. Dos circunferencias se cortan en dos puntos: **dos parábolas** con la misma directriz pasan por A y B (figura b).
- **Comprueba antes de dibujar la curva:** el foco está al mismo lado de d que los puntos dados, y con el compás, PF = distancia de P a d. Si falla, el error está en el simétrico.

Te dan	Cómo sacas lo que falta	Soluciones	Ha caído en
Foco F y directriz d	Eje: perpendicular a d por F. V: punto medio entre F y d.	1	Extremadura 2025 extraordinaria y 2026 ordinaria; La Rioja 2026 extraordinaria
Directriz d, un punto P y la tangente t en P	Pie D de P en d. F es el **simétrico de D respecto de t**: perpendicular a t por D y arco de centro P y radio PD.	1	Andalucía 2026 extraordinaria; Cantabria 2026 extraordinaria (el balón)
Foco F, un punto P y la tangente t en P	Simétrico F' de F respecto de t: está en d. Como PF' es paralela al eje, d es la perpendicular a PF' por F'.	1	Andalucía, reservas de 2025 y 2026
Foco F, un punto P y otra tangente t	d pasa por F' (simétrico de F respecto de t) y es tangente a la circunferencia de centro P y radio PF.	2	Asturias 2025 ordinaria
Foco F, el eje y una tangente t	Simétrico F' de F respecto de t: d es la perpendicular al eje por F'. El punto de tangencia está en la paralela al eje por F'.	1	Andalucía 2024 extraordinaria
Directriz d y dos puntos A y B	F está en la circunferencia de centro A y radio igual a la distancia de A a d, y en la de B: se cortan en F_1 y F_2.	2, 1 o 0	Castilla-La Mancha 2025 extraordinaria; La Rioja 2026 ordinaria
Foco F y dos puntos A y B	d es tangente a la circunferencia de centro A y radio AF y a la de centro B y radio BF: tangente común exterior (Tema 3).	2	C. Valenciana 2024 extraordinaria; Madrid 2024 (reserva)
Directriz d y dos tangentes t_1 y t_2	F está en la simétrica de d respecto de t_1 y en la simétrica respecto de t_2: su corte es el foco.	1	C. Valenciana 2025 extraordinaria (DANA)
Eje, foco F y un punto P	Por P, paralela al eje; lleva sobre ella $PD = PF$: d es la perpendicular al eje por D. D puede ir a cada lado de P.	2 (una se abre hacia cada lado)	Extremadura 2026 extraordinaria; Navarra 2026 ordinaria (con un segundo punto, que decide)
Tangente en el vértice, un punto P y la tangente t en P	t corta a la tangente en el vértice en R: F y su simétrico D respecto de t están en la perpendicular a t por R, con $RF = RD$. D es donde la corta la paralela al eje por P, y d es la paralela a la tangente en el vértice por D.	1	Madrid, modelos 2026 y 2027 (el proyectil)

Si hay dos soluciones, el enunciado suele decir cuál («elegir el foco que se encuentre más próximo a la directriz», La Rioja 2024 ordinaria). Si no lo dice, dibuja las dos.

No confundas el simétrico con la perpendicular

Con d, P y t, el foco **no** está en la perpendicular a t por P (esa es la normal) ni en la vertical de P. Está en la **perpendicular a t por D**, a la misma distancia de t que D.



Elementos de la parábola desde otros datos. a) Dados *d*, *P* y *t*: ① pie *D* de *P*; ② perpendicular a *t* por *D* y arco de centro *P* y radio *PD*: *F*; ③ eje y vértice. b) Dados *d*, *A* y *B*: ① distancias de *A* y *B* a *d*; ② arcos con esos radios, que se cortan en F_1 (parábola azul) y F_2 (ámbar). Los números son los pasos del texto.

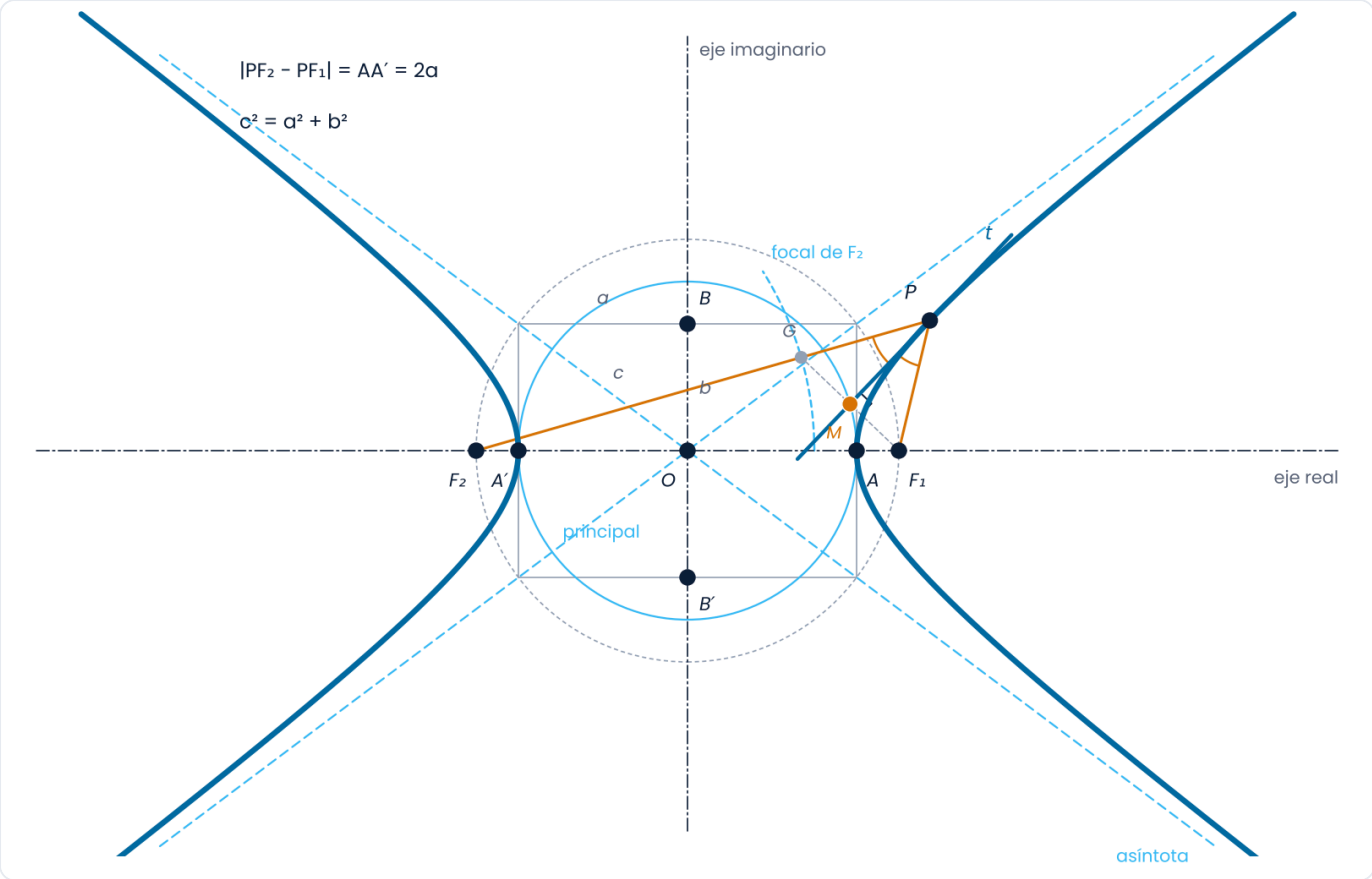
4 La hipérbola: definición, elementos y asíntotas

La **hipérbola** es el lugar geométrico de los puntos del plano cuya **diferencia de distancias a dos puntos fijos**, los **focos** F_1 y F_2, es constante e igual al **eje real** AA' = 2a. Tiene **dos ramas**, una alrededor de cada foco, y dos **asíntotas**. Es la elipse del Tema 7 «cambiando la suma por la resta».

- **Ejes y focos.** El centro *O* es el punto medio de F_1F_2. Los vértices *A* y *A'* están en el eje real, entre los focos: $AA' = 2a$. La distancia focal es $F_1F_2 = 2c$, con **c > a**. El **eje imaginario** es la perpendicular al eje real por *O*: la curva no lo corta, pero se marcan en él *B* y *B'* a la distancia *b* de *O*, con $c^2 = a^2 + b^2$.
- **Cómo sacas b o c con el compás.** Con *a* y *c*: arco de centro *A* y radio *c* sobre el eje imaginario (el triángulo *OAB* es rectángulo con hipotenusa *c*). Con *a* y *b*: la distancia de *O* a la esquina del rectángulo 2a × 2b es *c*; llévala al eje real.
- **Asíntotas.** Son las **diagonales del rectángulo** de lados 2a (en el eje real) y 2b (en el imaginario) centrado en *O*. Forman con el eje real un ángulo α con $\tan\alpha = b/a$. La circunferencia de centro *O* y radio *c* pasa por los focos y por las cuatro esquinas de ese rectángulo. Si *a* = *b*, las asíntotas son perpendiculares: **hipérbola equilátera**.
- **Radios vectores.** Para un punto *P*: $|PF_2 - PF_1| = 2a$. En la rama que rodea a F_1 el radio vector largo es el de F_2: $PF_2 - PF_1 = 2a$.
- **Circunferencias principal y focales.** La **principal** tiene centro *O* y radio *a*; las **focales**, centro en un foco y radio **2a**. Como en la elipse, el simétrico *G* de F_1 respecto de una tangente está en la **focal de F_2** (sobre el radio PF_2), y el pie *M* de la perpendicular desde un foco a una tangente, en la **principal**.
- **Tangente en un punto *P*:** es la **bisectriz interior** del ángulo F_1PF_2 (en la elipse, la exterior); la normal es la exterior. Comprobación: corta al eje real a la distancia a^2/x del centro, siendo *x* la abscisa de *P*.

Elipse e hipérbola, la misma receta

Cambia **suma** por **resta**, **$a^2 = b^2 + c^2$** por **$c^2 = a^2 + b^2$** y **bisectriz exterior** por **interior**. Las circunferencias principal (radio *a*) y focales (radio 2a) funcionan igual en las dos.



La hipérbola y sus elementos. Rectángulo de lados 2a × 2b, asíntotas (sus diagonales, en azul claro), circunferencia principal de radio *a* y circunferencia de radio *c* por los focos y las esquinas. En *P*, la tangente *t* es bisectriz interior de F_1PF_2; el simétrico *G* de F_1 está en la focal de F_2 y el pie *M*, en la principal.

5 Construir la hipérbola: por radios vectores y por haces proyectivos

Igual que la parábola, la hipérbola se dibuja por puntos exactos. Murcia pide los dos métodos en el mismo ejercicio («construir su mitad izquierda mediante radios vectores y su mitad derecha mediante haces proyectivos», modelos de 2025 y 2026), y Galicia, Castilla y León y los modelos de Asturias y La Rioja la piden por puntos con sus asíntotas.

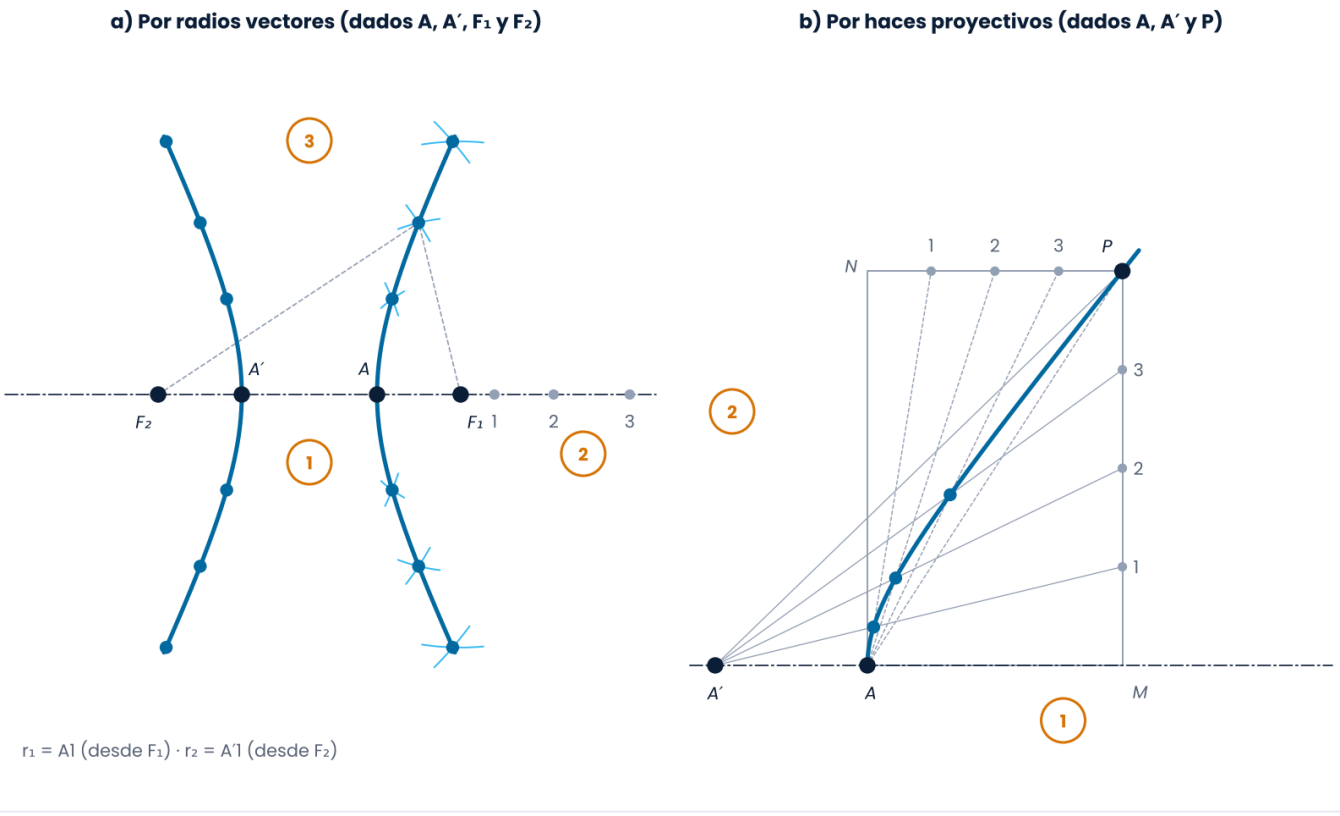
- **Por haces proyectivos (dados los vértices y un punto *P*).** Dibuja el rectángulo *A*–*M*–*P*–*N*, con *M* el pie de *P* en el eje real y *N* el de *P* en la tangente en el vértice *A*. Divide *MP* y *NP* en el mismo número de partes iguales, numeradas desde *M* y desde *N*.
- Une el **vértice lejano** *A*′ con las divisiones de *MP* y el **cercano** *A* con las de *NP*: los rayos con el mismo número se cortan en un punto de la rama. Es el método de la parábola, pero el segundo haz ya no es de paralelas: sale de *A*′.
- **Si no te dan un punto *P*** (Murcia: «Dada la hipérbola definida por los ejes AA′ – BB′»), obtén uno por radios vectores. Si el ejercicio pide **un punto concreto** (Castilla y León 2025: «a partir del punto 1»), usa sus radios vectores: $r_1 = A1$ desde F_1 y $r_2 = A'1$ desde F_2.
- **Asíntotas siempre**, en fino: comprueban que la curva va bien y Galicia y Castilla y León las puntúan.

Paso 1: Sitúa O, los vértices A y A' (a la distancia a de O) y los focos F_1 y F_2 (a la distancia c) en el eje real. Dibuja el rectángulo 2a × 2b y las asíntotas: te guían al unir los puntos.

Paso 2: Toma puntos 1, 2, 3… en el eje real, **más allá del foco** F_1 (fuera del segmento F_1F_2). Más juntos cerca del vértice.

Paso 3: Para cada punto, los radios son $r_1 = A1$ y $r_2 = A'1$, que se diferencian en 2a. Arco de centro F_1 y radio r_1 y arco de centro F_2 y radio r_2: se cortan en **dos puntos** de la rama de F_1. Intercambiando los centros (F_2 con r_1 y F_1 con r_2) salen los dos simétricos de la otra rama.

Paso 4: Une los puntos de cada rama con una curva suave que pase por el vértice, perpendicular al eje, y que se acerque a las asíntotas sin cortarlas.



Dos maneras de construir la hipérbola. a) Por radios vectores (pasos 1-3 del texto): ① vértices y focos en el eje; ② puntos 1, 2 y 3 en el eje, más allá de F_1; ③ arcos de radio $A1$ desde F_1 y $A'1$ desde F_2 (y al revés para la otra rama). b) Por haces proyectivos: ① se dividen MP y NP en cuatro partes; ② los rayos desde A' y desde A con el mismo número se cortan en la curva.

6 Tangentes a las cónicas: el método general

Las tres cónicas tienen una **circunferencia focal** (donde caen los simétricos de un foco respecto de las tangentes) y una **principal** (donde caen los pies de las perpendiculares desde un foco). En la parábola son la **directriz** y la **tangente en el vértice**. Con ellas, los problemas de tangentes se reducen a los de circunferencias del Tema 3.

- **Tangente en un punto P de la curva.** Radios vectores y la bisectriz que toque (tabla). La piden Castilla-La Mancha 2025 («Trazar la tangente y la normal a la cónica en el punto B»), Navarra 2026, La Rioja 2026 y Castilla y León 2025.
- **Desde un punto exterior P (método de la focal).** ① Circunferencia de centro P y radio PF_1: corta a la focal de F_2 en G_1 y G_2, los simétricos de F_1 respecto de las dos tangentes ($PG = PF_1$ y G está en la focal). ② Las tangentes son las **mediatrices de F_1G_1 y F_1G_2**, que pasan por P. ③ Los puntos de tangencia están en las rectas F_2G_1 y F_2G_2.

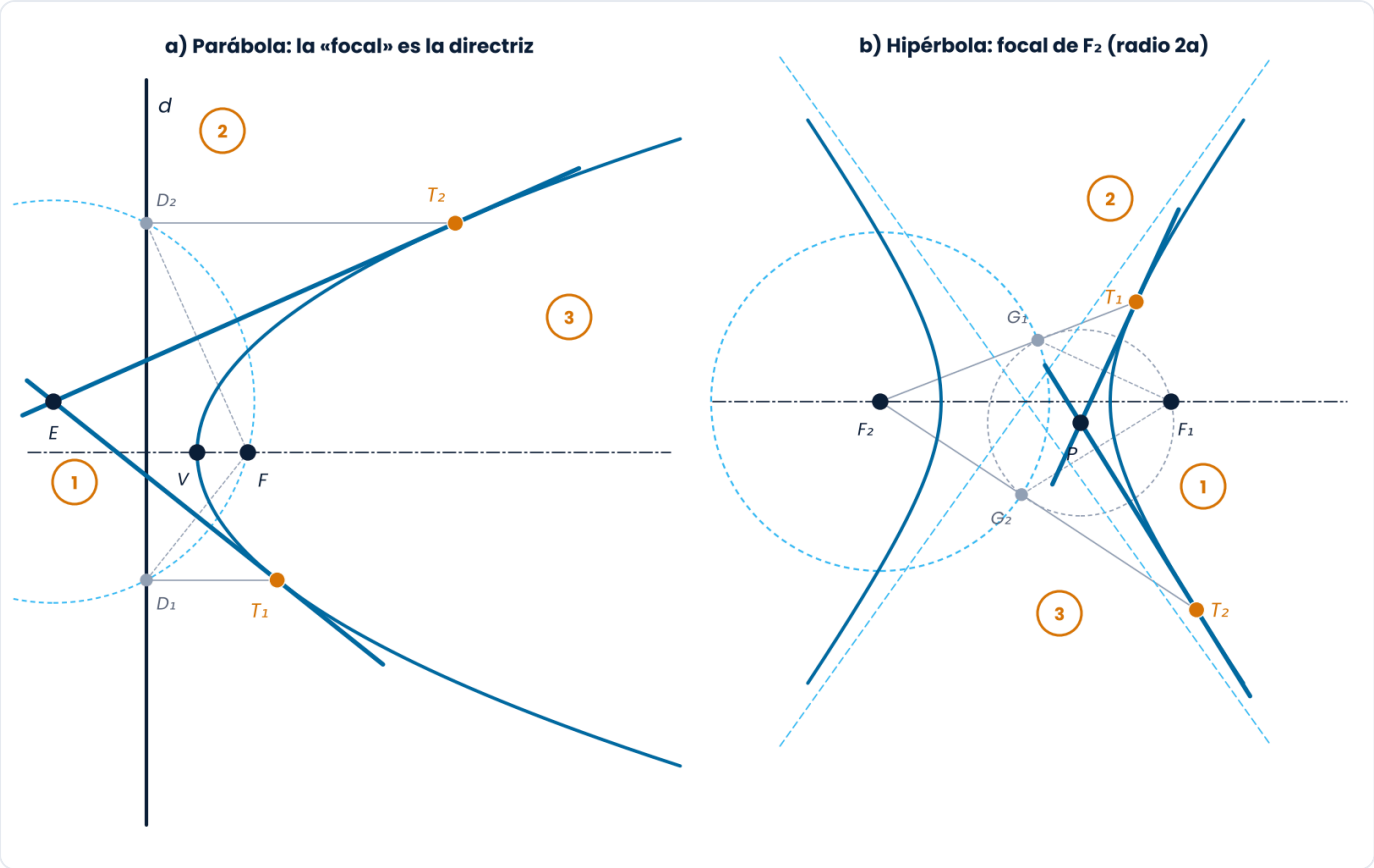
- **La misma receta en la parábola.** La circunferencia de centro P y radio PF corta a la **directriz** en D_1 y D_2; las tangentes son las mediatrices de FD_1 y FD_2, y cada punto de tangencia está en la **paralela al eje** por D (Murcia 2025 y 2026, tobogán de La Rioja 2026).
- **Paralelas a una dirección r (método de la principal).** ① Perpendicular a r por F_1: corta a la principal en M_1 y M_2, pies de las perpendiculares desde F_1 a las tangentes. ② Tangentes: paralelas a r por M_1 y M_2. ③ Punto de tangencia: G = simétrico de F_1 respecto de M (en la focal) y la recta F_2G. En la parábola, esa perpendicular corta a la tangente en el vértice en un solo punto: **una sola tangente**.
- **Cuántas hay.** Desde un punto exterior, dos (en la hipérbola, en la misma rama o una en cada una; desde un punto del lado del foco de una rama, ninguna; desde un punto de una asíntota, una sola, y desde el centro O, ninguna). Paralelas a r: dos en la elipse, una en la parábola y, en la hipérbola, **dos solo si r está más inclinada respecto del eje real que las asíntotas**; si no, la perpendicular por F_1 no corta a la principal (Galicia 2026: 69,6° > 60°).
- **Ejemplo breve con la elipse.** Es idéntico con la focal de F_2 de radio 2a: tangentes desde P en Murcia 2026 ordinaria, La Rioja 2026 extraordinaria y Cantabria 2025 ordinaria, y paralelas a una dirección en Aragón 2026 ordinaria y Madrid 2025 extraordinaria. El detalle está en el Tema 7.

	Elipse (Tema 7)	Hipérbola	Parábola
Circunferencia focal	Centro F_2, radio 2a	Centro F_2, radio 2a	La directriz d
Circunferencia principal	Centro O, radio a	Centro O, radio a	La tangente en el vértice
Tangente en un punto P	Bisectriz exterior de F_1PF_2	Bisectriz interior de F_1PF_2	Bisectriz de FPD (PD paralela al eje)
Simétrico de F_1 respecto de una tangente	En la focal de F_2	En la focal de F_2	En la directriz
Punto de tangencia T	Recta F_2G (G = simétrico de F_1)	Recta F_2G	Paralela al eje por el punto G de la directriz

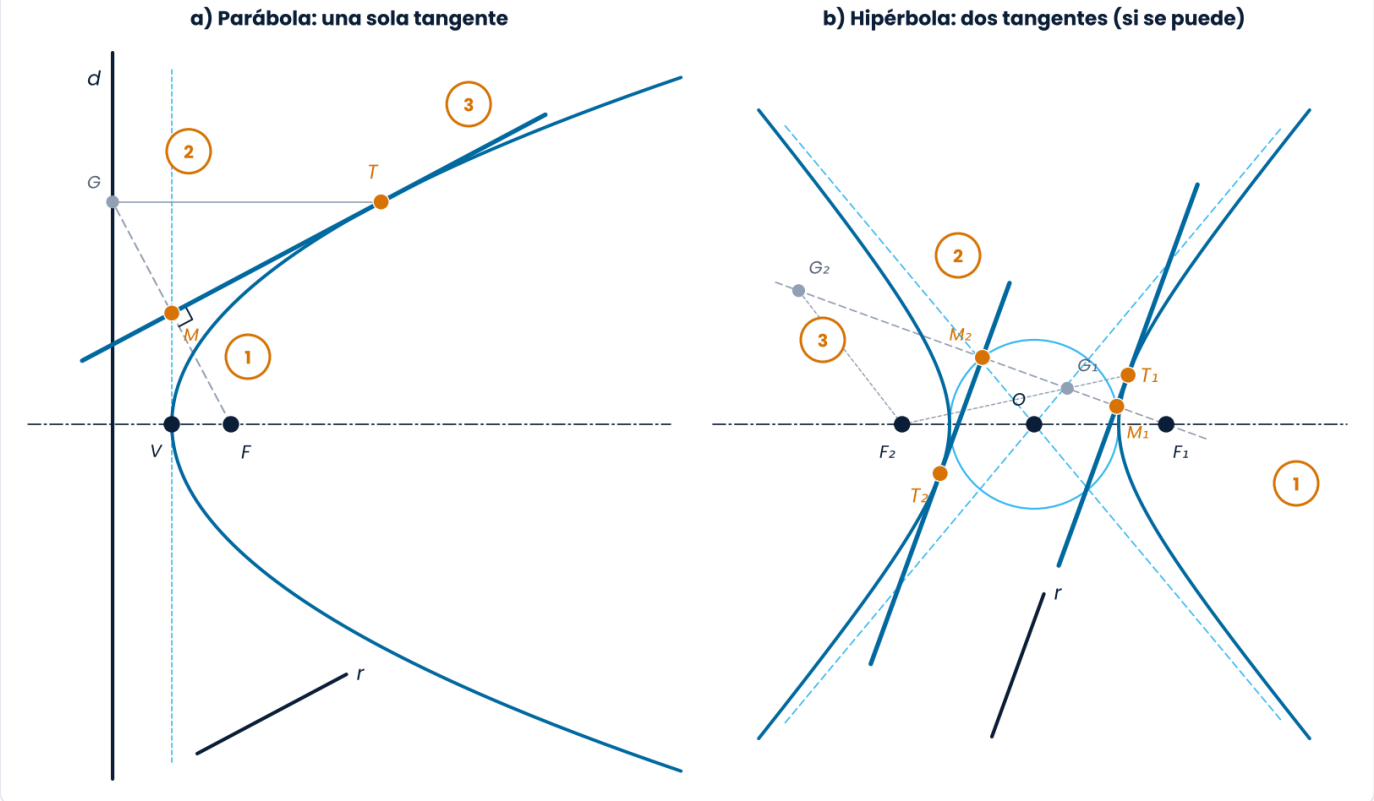
G es el simétrico del foco respecto de la tangente buscada: la tangente es la mediatriz de F_1G.

Marca siempre el punto de tangencia

La tangente sin su punto de tangencia está incompleta: Murcia resta 0,5 por cada punto de tangencia que falte, y Madrid les dio 0,75 de los 2,5 puntos en la coincidente de 2025. Sácalo con la recta F_2G (elipse e hipérbola) o con la paralela al eje (parábola), nunca apoyando la regla en la curva.



Tangentes desde un punto exterior. a) Parábola: ① circunferencia de centro E y radio EF, que corta a d en D_1 y D_2; ② mediatrices de FD_1 y FD_2; ③ paralelas al eje por D_1 y D_2. b) Hipérbola, con los pasos del texto: ① circunferencia de centro P y radio PF_1, que corta a la focal de F_2 en G_1 y G_2; ② tangentes: mediatrices de F_1G_1 y F_1G_2; ③ puntos de tangencia T_1 y T_2 en las rectas F_2G_1 y F_2G_2.



Tangentes paralelas a una dirección *r*. a) Parábola: ① perpendicular a r por F hasta M y G; ② tangente por M; ③ T en la paralela al eje por G. b) Hipérbola: ① perpendicular a r por F_1, que corta a la principal en M_1 y M_2; ② tangentes por M_1 y M_2; ③ T en la recta F_2G. Los números son los pasos del texto.

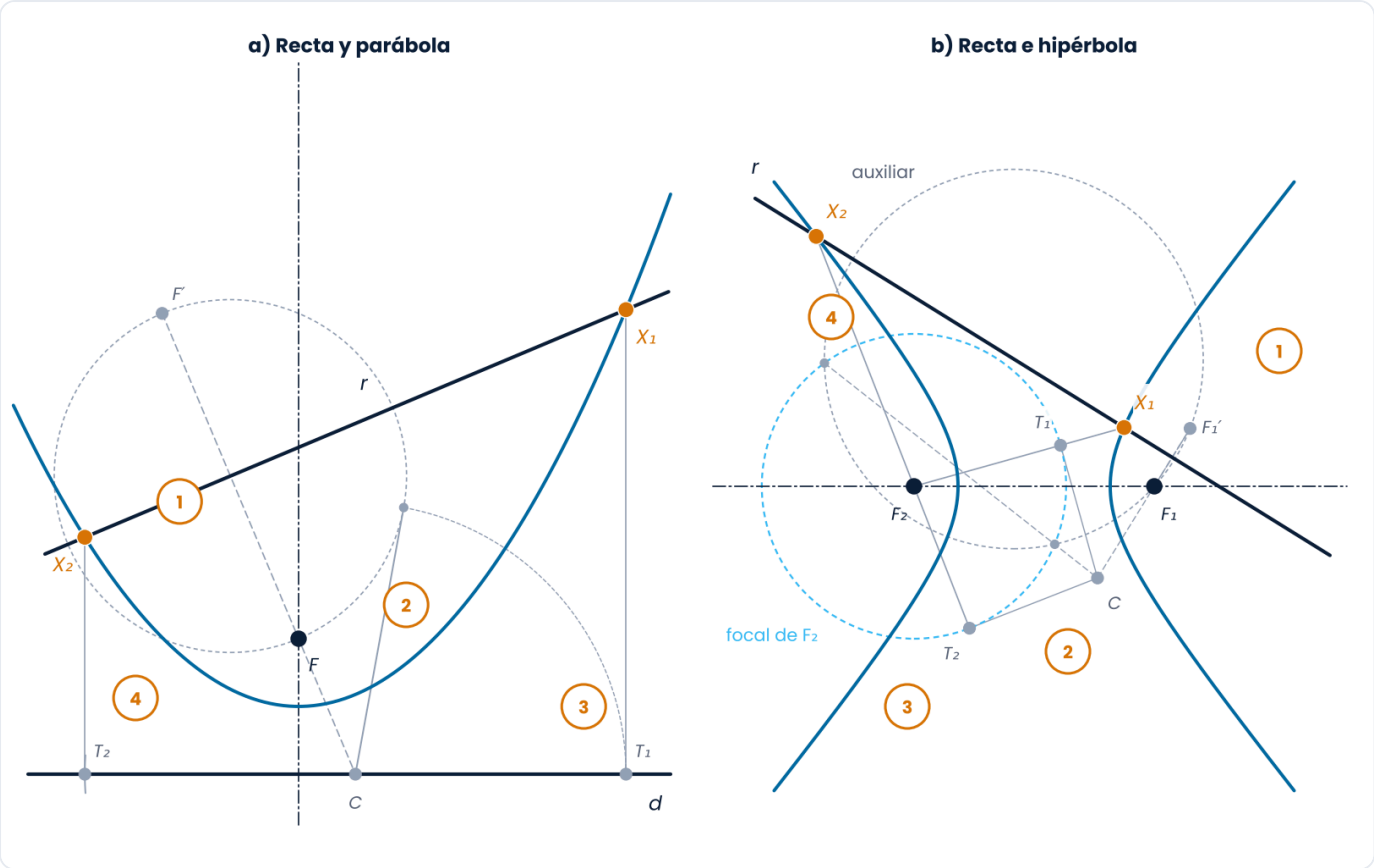
7 Intersección de una recta con una cónica

Los cortes de una recta con una cónica se hallan **exactos y sin dibujar la curva**, con la potencia del Tema 4. Madrid lo incluye en su currículo (Decreto 64/2022: «Intersección con una recta») y en sus modelos de 2026 y 2027 (un proyectil), Castilla y León lo cita en su guía de 2027, y la Universidad de Cantabria lo nombra en sus contenidos («Resuelve problemas de pertenencia, intersección y tangencias entre líneas rectas y curvas cónicas», la misma concreción que la guía de La Rioja). Castilla-La Mancha lo excluye.

- **La idea.** Un punto X de la parábola equidista de F y de d: es el **centro de una circunferencia que pasa por F y es tangente a d**. En la elipse y la hipérbola, de una que pasa por F_1 y es tangente a la **focal de F_2**. Si X está en la recta r, esa circunferencia pasa también por F', el **simétrico de F respecto de r**: un problema de Apolonio que se resuelve por **centro radical**.
- **Parábola, paso a paso.** ① Simétrico F' de F respecto de r. ② La recta FF' corta a la directriz en C, que tiene la misma potencia respecto de todas las circunferencias que pasan por F y F'. ③ Lleva sobre d, a los dos lados de C, la distancia $CT = \sqrt{CF \cdot CF'}$: es la tangente desde C a cualquier circunferencia que pase por F y F' (por ejemplo, la de diámetro FF'). ④ Por T_1 y T_2, paralelas al eje: cortan a r en los puntos buscados X_1 y X_2.
- **Hipérbola (y elipse), paso a paso.** ① F_1', simétrico de F_1 respecto de r. ② Circunferencia auxiliar con centro en r que pase por F_1 (y por F_1') y corte a la focal de F_2: su cuerda común corta a F_1F_1' en el centro radical C. ③ Tangentes desde C a la focal: T_1 y T_2. ④ Las rectas F_2T cortan a r en X_1 y X_2.
- **Casos más rápidos.** Si r es **paralela a la directriz** (puntos a una distancia h de d: el balón de Cantabria 2026), corta esa paralela con la circunferencia de centro F y radio h. Si r es **paralela al eje**, hay un solo corte: la mediatriz de F y del punto en que r corta a d. En la elipse, lo más rápido es la **afinidad** con la principal (Tema 7).
- **Cuántos cortes.** Dos, uno (la recta es tangente) o ninguno (no se puede trazar la tangente desde C). En la hipérbola, una recta paralela a una asíntota corta a la curva en un solo punto.

Ojo con Castilla-La Mancha

Sus directrices de 2026/2027 dicen: «No se contemplan ejercicios de intersección recta- cónica» y «no se considerarán ejercicios de tangentes paralelas a una dirección dada». En el resto de comunidades entran, aunque en 2025-2026 solo hayan caído en Cantabria (balón) y en los modelos de Madrid.



Intersección de una recta con una cónica, por potencia. a) Parábola: ① F', simétrico de F respecto de r; ② la recta FF' corta a la directriz en C; ③ la distancia CT, tangente desde C a la circunferencia de diámetro FF', llevada sobre d hasta T_1 y T_2; ④ paralelas al eje por T_1 y T_2 hasta r. b) Hipérbola: ① F_1', simétrico de F_1 respecto de r; ② auxiliar con centro en r y centro radical C; ③ tangentes desde C a la focal: T_1 y T_2; ④ rectas F_2T hasta r. Los números son los pasos del texto.

8 Las tres cónicas: de dónde salen y cómo se distinguen

Se llaman **cónicas** porque son las curvas que resultan al cortar una superficie cónica de revolución por un plano que no pasa por el vértice. El tipo depende de la inclinación del plano respecto de las generatrices. Te sirve para la teoría y para los ejercicios de diédrico que piden «Indicar el tipo de curva cónica resultante» (Madrid, modelos 2026 y 2027) o «Indicar qué tipo de curva cónica se genera» (La Rioja 2025 extraordinaria): lo ves en el Tema 15.

- **Excentricidad.** En la elipse y la hipérbola, $e = c/a$: menor que 1 en la elipse y mayor que 1 en la hipérbola (más abierta cuanto mayor). En la parábola, e = 1.
- **Una definición común.** Las tres cónicas son los puntos cuya distancia a un foco dividida entre su distancia a una directriz vale e. En la parábola esa razón es 1; la elipse y la hipérbola también tienen una directriz por foco, aunque en la PAU no se usan.
- **Los focos en el cono (esferas de Dandelin).** Las esferas inscritas en el cono y tangentes al plano secante lo tocan justo en los focos.
- **Cómo reconocerla en un enunciado. Suma** de distancias o una cuerda atada a dos estacas (el jardinero de Madrid 2026): elipse. **Diferencia** de distancias o asíntotas: hipérbola. **Directriz** o una trayectoria de lanzamiento (balón, proyectil): parábola.

Plano secante	Cónica	Excentricidad	Dónde ha salido
Perpendicular al eje del cono	Circunferencia	e = 0	Bases de conos y cilindros (Temas 14 y 15)
Oblicuo, corta a todas las generatrices de una hoja	Elipse	0 < e < 1	Secciones de cono (Tema 15)

Plano secante	Cónica	Excentricidad	Dónde ha salido
Paralelo a una sola generatriz	Parábola	e = 1	La Rioja 2025 extraordinaria: plano a 60° y generatrices a 60°
Paralelo a dos generatrices (por ejemplo, al eje)	Hipérbola (dos ramas, una por hoja)	e > 1	Madrid, modelos 2026 y 2027: cono cortado por un plano de perfil

En la hipérbola, las asíntotas son paralelas a las dos generatrices a las que es paralelo el plano.

9 Qué te piden en tu comunidad

Este tema se pregunta en **32 de las 68 convocatorias** ordinarias y extraordinarias de 2025 y 2026, en **15 comunidades** (todas menos Baleares y Cataluña), con 0,45 puntos de media por examen; la cuenta incluye las tangentes a la elipse. La parábola sola cae en 16 convocatorias de 9 comunidades (sin contar la convocatoria DANA de la C. Valenciana, que no está entre las 68); la hipérbola, en 3.

Comunidad	Cómo te lo piden	Puntos	Estado
Andalucía (y Ceuta y Melilla)	Ejercicio 1 (1A o 1B), que puede ser de «curvas cónicas» (Directrices 2026-27). Siempre parábola por sus propiedades: directriz, un punto y su tangente (2026 extraordinaria) o foco, un punto y su tangente (reservas). La hipérbola no ha caído en 2024-2026.	2,5	Entra
Aragón	Ejercicio 1B (a elegir con 1A). En 2026 ordinaria, tangentes a una elipse paralelas a una dirección, con la circunferencia focal. Parábola e hipérbola no han caído en 2025-2026.	2,75	Entra
Asturias	Ejercicio 1, opción B (se hacen 4 de los 5 ejercicios). Parábola en 2025 ordinaria (foco, un punto y una tangente) y 2026 ordinaria (dados V y d); tangentes desde un punto a una elipse en 2025 extraordinaria; hipérbola en el modelo de la ficha 2026-27.	2,5	Entra
Baleares	Pregunta 1, obligatoria, de nivel de Dibujo Técnico I. Las cónicas no han caído en 2025-2026 (en 2024, una elipse dados los semiejes).	3	Entra
Canarias	Ejercicio 1 (1a o 1b desde 2026). Los croquis de enlaces llevan una recta tangente a una elipse (2025 ordinaria y extraordinaria, 2026 ordinaria). Parábola e hipérbola no han caído en 2025-2026.	2	Entra
Cantabria	Pregunta 1, obligatoria (potencia o cónicas), con cónicas trazadas «principalmente por puntos». Elipse con tangentes desde un punto (2025 ordinaria) y parábola de un balón con directriz y tangente (2026 extraordinaria). Hipérbola en 2024.	2,5	Entra
Castilla-La Mancha	Ejercicio 1 (1a o 1b). Parábola dados la directriz y dos puntos, con tangente y normal en uno (2025 extraordinaria); elipse con foco, tangente y punto (2026 ordinaria). Admite tangentes «por un punto de la curva y por un punto exterior».	2,5 (3 en 2025)	En parte: «no se considerarán ejercicios de tangentes paralelas a una dirección dada» y «No se contemplan ejercicios de intersección recta- cónica» (Directrices 2026/2027)
Castilla y León	Ejercicio 1 (A1 o A2). Hipérbola con todos sus elementos, un punto, su tangente y las asíntotas (2025 extraordinaria); elipses con tangentes en 2025 ordinaria y 2026 extraordinaria. La guía 2027 cita la «intersección con una recta».	2,5	Entra

Comunidad	Cómo te lo piden	Puntos	Estado
Cataluña	No tiene ejercicio de cónicas en geometría plana: no han caído en 2024-2026. Aparecen como secciones de conos y cilindros en el dibujo de diédrico (Tema 15).	3 (Dibujo 1)	En parte: la lista de geometría plana no nombra las cónicas; sí entran como secciones planas de conos y cilindros en el ejercicio de diédrico
C. Valenciana	Pregunta 1 (A o B). Parábola dadas la directriz y dos tangentes (2025 extraordinaria DANA); elipse con foco y tangente (2025 extraordinaria). En 2026, la pregunta 1 fue de tangencias.	2,5 (1,5 en 2025)	Entra
Extremadura	Bloque 1 (3 de 6 ejercicios en 2025-2026; 1 de 2 desde 2027). Parábola por puntos dados *d* y *F* (2025 extraordinaria y 2026 ordinaria) y con el eje, el foco y un punto (2026 extraordinaria).	2 (2,5 en 2027)	Entra
Galicia	Pregunta 2 (2.1 o 2.2). Hipérbola y asíntotas (2025 extraordinaria, repetida en el modelo 2027 con solución gráfica) e hipérbola con tangentes paralelas a una recta (2026 extraordinaria); elipse con tangente (2025).	2,25	Entra
La Rioja	Apartado A (uno de dos, competencial). En 2026, todo cónicas: concentrador solar (parábola dados *d*, *A* y *B*, con tangentes; ordinaria) y puente con tobogán (tangente desde *P*; extraordinaria); torre de refrigeración hiperbólica en el modelo.	2,5	Entra
Madrid	Pregunta 1 (1.1 o 1.2). En ordinarias y extraordinarias de 2025-2026, solo elipses (Tema 7). Tangentes a una hipérbola desde un punto en la coincidente de 2025 y proyectil con intersección recta-parábola en los modelos 2026 y 2027.	2,5	Entra
Murcia	Bloque I, ejercicio 2 (uno de dos). Parábola por haces proyectivos y tangentes desde un punto exterior (2025 y 2026 extraordinarias), elipse con tangentes desde un punto (2026 ordinaria) e hipérbola por radios vectores y haces (modelos 2025 y 2026).	10 (30 % de la nota)	Entra
Navarra	Ejercicio 1 (1.1 o 1.2: «Curvas cónicas y tangencias»). Parábola dados el eje, el foco y dos puntos: vértice, directriz, 8 puntos y tangente en *C* (2026 ordinaria). En 2025 no hubo cónicas.	2	Entra
País Vasco	Bloque A: contorno de una pieza real con un arco de cónica por puntos. Reflector parabólico (2025 ordinaria) y leva con un arco de parábola (2026 extraordinaria); elipses en 2025 extraordinaria y 2026 ordinaria; hipérbola en 2024.	3	Entra

«Puntos» son los del ejercicio en que cae. Que algo no haya caído en 2025-2026 no significa que no vaya a caer: la PAU nueva solo lleva dos convocatorias.

10 Ejercicio resuelto: parábola por haces proyectivos y tangentes desde un punto exterior (Murcia 2026)

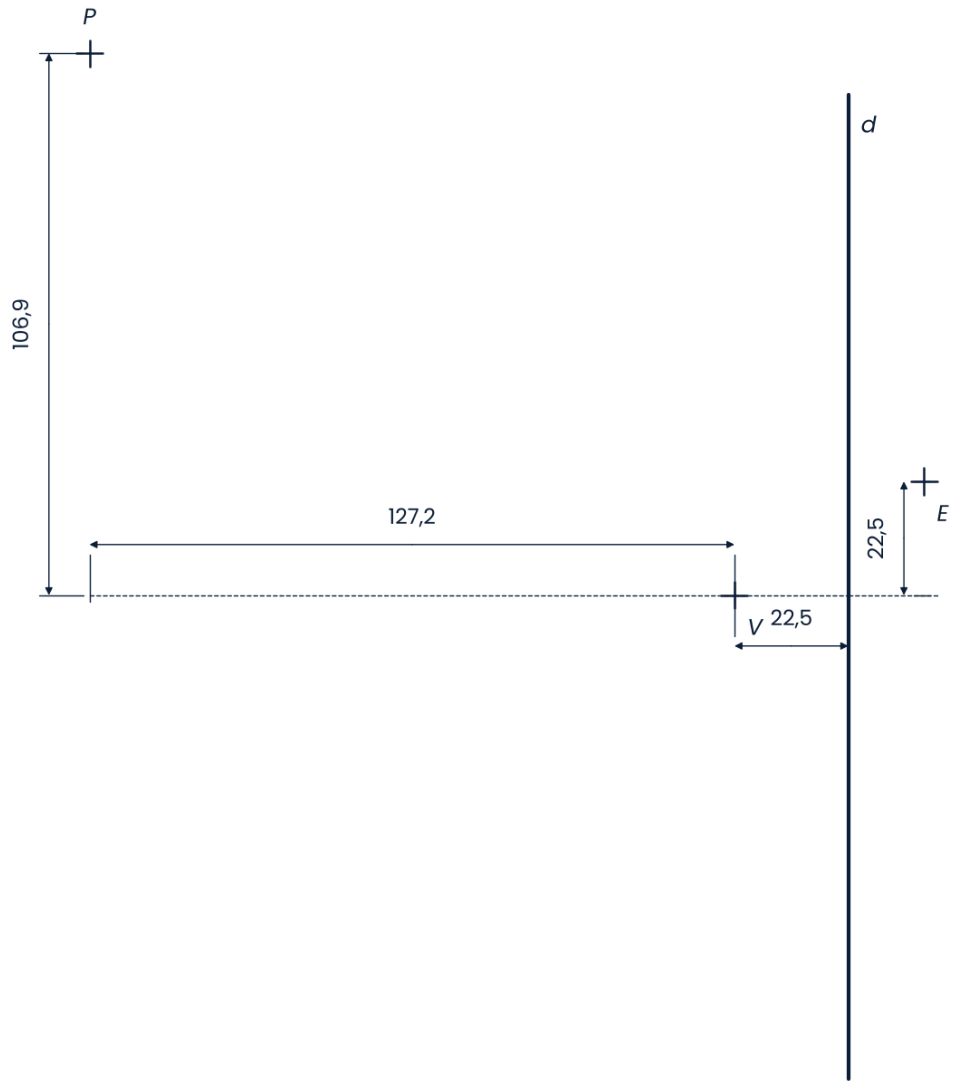
PAU REGIÓN DE MURCIA 2026 · CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA (JULIO) · BLOQUE I, EJERCICIO 2 (A ELEGIR ENTRE LOS EJERCICIOS 1 Y 2; SE PUNTÚA SOBRE 10 Y PESA EL 30 % DE LA NOTA)

Dada la parábola definida por la directriz "d" y el vértice "V", construir dicha parábola mediante haces proyectivos tomando un mínimo de 5 divisiones. Se ofrece el punto "P" perteneciente a la parábola para facilitar su trazado. Posteriormente trazar las tangentes a la parábola desde el punto exterior "E". Es obligatorio obtener los puntos de tangencia entre las rectas y la parábola.

Datos (redibujados, medidos en la geometría vectorial del PDF oficial, A4 a 1:1; origen en *V*): directriz *d* vertical, **22,5 mm** a la derecha de *V*; *P* a **127,2 mm** a la izquierda y **106,9 mm** por encima de *V*; *E* a **37,4 mm** a la derecha y **22,5 mm** por encima de *V*, al otro lado de *d*.

a) Construir la parábola mediante haces proyectivos tomando un mínimo de 5 divisiones. (5 puntos)

b) Trazar las tangentes a la parábola desde el punto exterior "E", obteniendo los puntos de tangencia. (4 puntos)

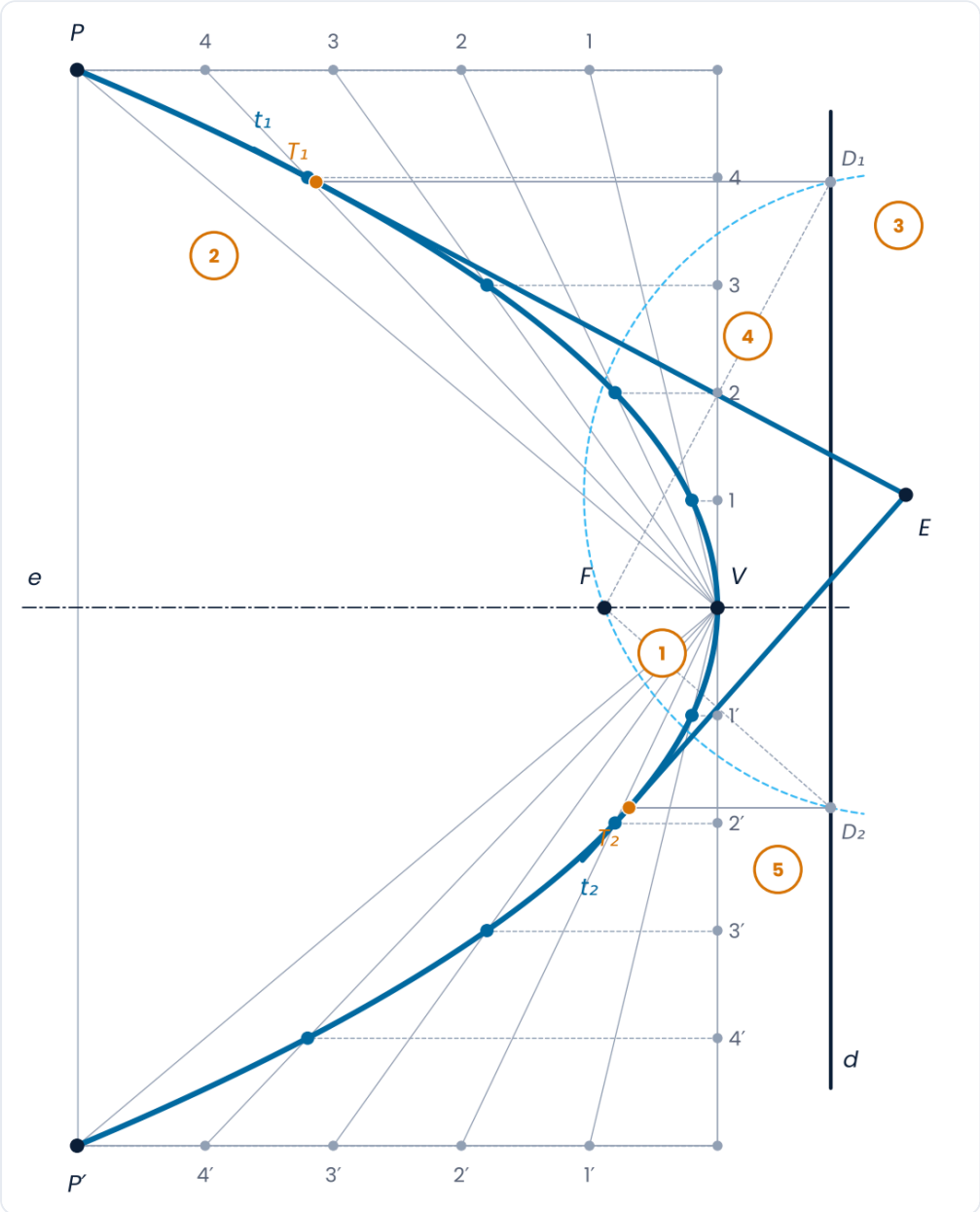


Medidas en mm, tomadas en el PDF oficial (1:1)

Datos del ejercicio, redibujados a escala con las medidas tomadas en el PDF oficial.

Apartado a)

1. **Idea.** Con el vértice y la directriz conoces el eje (perpendicular a d por V) y el foco; con V, el eje y P, el rectángulo de los haces. Medidas en mm desde V.
2. **Paso 1 ①: eje y foco.** El eje e es la horizontal por V. El foco es el simétrico del pie de la directriz respecto de V: **F (−22,5; 0)**, con p = 44,9 mm (el doble de VF = 22,46 mm, la medida sin redondear). Lo necesitas en el apartado b.
3. **Paso 2 ②: haces proyectivos.** Rectángulo P–Q–V, con Q (0; 106,9) sobre la tangente en el vértice (la vertical por V). Divide el lado VQ en 5 partes de 21,4 mm, numeradas desde V, y el lado QP en 5 partes de 25,4 mm, numeradas desde Q. Une V con las divisiones de QP y traza horizontales (paralelas al eje) por las de VQ: el rayo k y la horizontal k se cortan en **(−5,1; 21,4)**, **(−20,4; 42,8)**, **(−45,8; 64,1)**, **(−81,4; 85,5)** y P (−127,2; 106,9).
4. **Simétricos.** Lo mismo abajo, con P' (−127,2; −106,9): puntos 1′–4′. Une los diez puntos y V con una curva suave. Comprobación: cada punto equidista de F y de d (para P, 149,7 mm).



Solución. Los pasos ①②③④⑤ de la figura son los del texto: ① foco F y eje e; ② haces proyectivos con 5 divisiones a cada lado del eje; ③ circunferencia de centro E y radio EF, que corta a d en D_1 y D_2; ④ tangentes t_1 y t_2 (mediatrices de FD_1 y FD_2, que pasan por E); ⑤ puntos de tangencia T_1 y T_2 en las horizontales por D_1 y D_2.

SOLUCIÓN Parábola de vértice V, foco F (−22,5; 0) y parámetro 44,9 mm, con los puntos (−5,1; ±21,4), (−20,4; ±42,8), (−45,8; ±64,1), (−81,4; ±85,5) y P, P' (−127,2; ±106,9). **Coincide con la solución gráfica oficial**, que usa el mismo rectángulo con 5 divisiones.

Apartado b)

1. **Idea.** El simétrico de F respecto de cada tangente está en la directriz y, como E está en la tangente, a la distancia EF de E: son los cortes de d con la **circunferencia de centro E y radio EF**.
2. **Paso 3 ③: los simétricos de F.** Circunferencia de centro E y radio EF = 64,0 mm: corta a la directriz en **D_1 (22,5; 84,6)** y **D_2 (22,5; −39,7)**.
3. **Paso 4 ④: las tangentes.** t_1 y t_2 son las mediatrices de FD_1 y FD_2; pasan por E, así que basta unir E con el punto medio de cada segmento.
4. **Paso 5 ⑤: los puntos de tangencia.** Cada uno está en la paralela al eje por su D: la horizontal por D_1 corta a t_1 en **T_1 (−79,7; 84,6)** y la de D_2 corta a t_2 en **T_2 (−17,6; −39,7)**. Comprobación: $T_1F = T_1D_1$ = 102,2 mm.

SOLUCIÓN t_1 toca en T_1 (−79,7; 84,6) y t_2 en T_2 (−17,6; −39,7). **Coincide con la solución gráfica oficial**: medidos en su PDF, los puntos de tangencia caen a menos de 0,1 mm de los nuestros.

Lo que puntúa. Criterios oficiales de Murcia (sobre 10): «Trazado de parábola. Un punto por cada pareja de puntos de la parábola» **5**; «Trazado rectas tangentes» **4**, a razón de «2 puntos por cada recta tangente», y se resta 0,5 por cada punto de tangencia que no se obtenga; «Designaciones y limpieza» **1**. Las instrucciones prohíben los colores («deberán utilizarse obligatoriamente lapiceros de distinta dureza») y el «cálculo numérico».

Error típico que te quita puntos. Trazar las tangentes desde E apoyando la regla en la curva: el punto de tangencia sale mal y Murcia lo exige construido. Otro error típico: numerar los dos lados del rectángulo desde esquinas distintas, con lo que los puntos no caen en la parábola.

11 Ejercicio resuelto: hipérbola por puntos y tangentes paralelas a una recta (Galicia 2026)

PAU GALICIA 2026 · CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA · PREGUNTA 2, APARTADO 2.2 (A ELEGIR ENTRE 2.1 Y 2.2; 2,25 PUNTOS)

2.2.- Dibuje una hipérbola de 6 cm de distancia focal y 3 cm entre los dos vértices. Traza las rectas tangentes paralelas a la recta r

Datos (redibujados del examen, A3 a escala 1:1): solo se da la recta r, un segmento de 48,5 mm que forma **69,6°** con la horizontal (medido en la geometría vectorial del PDF oficial). La posición de la hipérbola es libre: 2c = 60 mm y 2a = 30 mm.

a) Dibuje una hipérbola de 6 cm de distancia focal y 3 cm entre los dos vértices. (1,75 puntos)

b) Traza las rectas tangentes paralelas a la recta r. (0,5 puntos)



Hipérbola:

distancia focal 2c = 60 mm

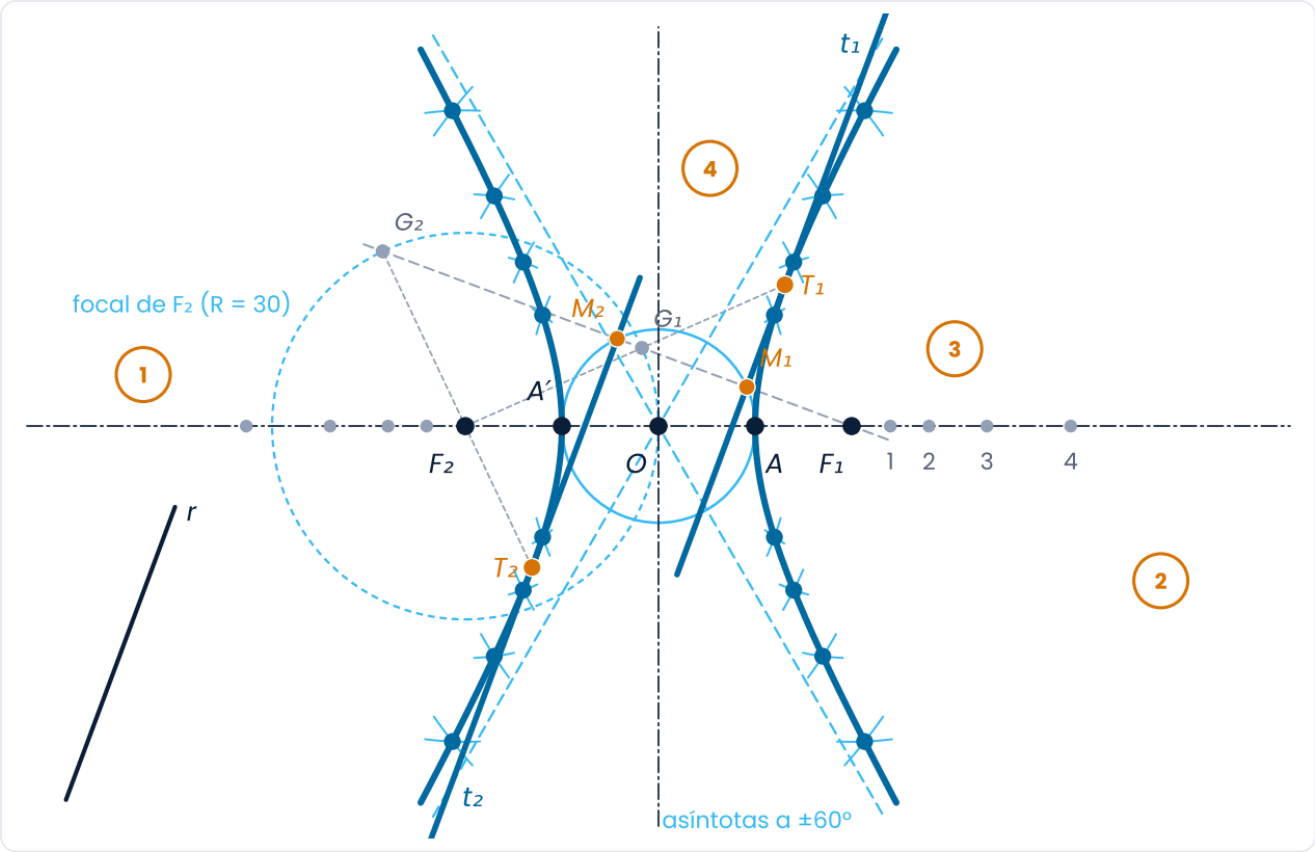
distancia entre vértices 2a = 30 mm

Posición libre: solo se da la dirección de r

Datos del ejercicio: la dirección de *r* (medida en el PDF oficial) y las dos distancias del enunciado.

Apartado a)

1. **Idea.** Con *a* = 15 y *c* = 30 mm la hipérbola queda determinada salvo su posición. **Coloca el eje real horizontal**: así *r* forma 69,6° con él, más que las asíntotas, y existirán las tangentes del apartado b. Medidas en mm desde el centro *O*.
2. **Paso 1 ①: ejes, vértices y focos.** Eje real horizontal por *O*; vértices *A* (15; 0) y *A'* (-15; 0); focos F_1 (30; 0) y F_2 (-30; 0). Semieje imaginario: $b = \sqrt{30^2 - 15^2} = 26{,}0$ mm. Las asíntotas son las diagonales del rectángulo 30 × 52 y forman **60°** con el eje real ($\tan\alpha = 26/15$).
3. **Paso 2 ②: puntos por radios vectores.** Puntos 1, 2, 3 y 4 del eje a 36, 42, 51 y 64 mm de *O*. Para el 1, $r_1 = A1 = 21$ y $r_2 = A'1 = 51$: arcos de centro F_1 y F_2 que se cortan en **(18; ±17,2)**. Con los demás: **(21; ±25,5)**, **(25,5; ±35,7)** y **(32; ±49,0)**. Intercambiando los centros, los de la rama izquierda. Une cada rama pasando por su vértice.



Solución. Los pasos ①②③④ de la figura son los del texto: ① ejes, vértices, focos y asíntotas a 60°; ② puntos 1-4 y arcos de los radios vectores; ③ perpendicular a r por F_1, que corta a la circunferencia principal en M_1 y M_2; ④ tangentes t_1 y t_2 paralelas a r y puntos de tangencia en las rectas F_2G_1 y F_2G_2.

SOLUCIÓN Hipérbola de $a = 15$, $b = 26{,}0$ y $c = 30$ mm, con asíntotas a ±60° y los puntos (±18; ±17,2), (±21; ±25,5), (±25,5; ±35,7) y (±32; ±49,0). La solución oficial de esta convocatoria no tiene dibujo, solo el reparto de puntos.

Apartado b)

1. **Idea.** El pie de la perpendicular desde un foco a una tangente está en la circunferencia principal (centro O, radio 15), y las paralelas a r tienen sus pies en la perpendicular a r por F_1.
2. **Paso 3 ③: pies de las tangentes.** Perpendicular a r por F_1: corta a la principal en $\mathbf{M_1\,(13{,}7;\,6{,}1)}$ y $\mathbf{M_2\,(-6{,}4;\,13{,}6)}$. Si no la cortara, no habría tangentes paralelas a r.
3. **Paso 4 ④: tangentes y puntos de tangencia.** Por M_1 y M_2, paralelas a r: t_1 y t_2. Prolongando F_1M otro tanto salen los simétricos $\mathbf{G_1\,(-2{,}6;\,12{,}1)}$ y $\mathbf{G_2\,(-42{,}8;\,27{,}1)}$, en la focal de F_2 (radio 30). La recta F_2G_1 corta a t_1 en $\mathbf{T_1\,(19{,}6;\,21{,}9)}$, en la rama derecha, y F_2G_2 corta a t_2 en $\mathbf{T_2\,(-19{,}6;\,-21{,}9)}$, en la izquierda: simétricos respecto de O, como deben ser.

SOLUCIÓN Dos tangentes paralelas a r: t_1 toca la rama derecha en T_1 (19,6; 21,9) y t_2 la izquierda en T_2 (−19,6; −21,9). Con el eje real vertical, r formaría 20,4° con él, menos que las asíntotas, y **no habría ninguna tangente**.

Lo que puntúa. Criterios oficiales de la CiUG (en gallego) para la pregunta 2.2: «Construcción da hipérbole» (construcción de la hipérbola) **1,75 puntos** y «Tanxentes» (tangentes) **0,50 puntos**; total 2,25. Además, según la portada del examen, «La puntuación total puede completarse con un punto por acabado y presentación». No hay solución gráfica oficial de esta convocatoria.

Error típico que te quita puntos. Colocar el eje real sin mirar *r* (por ejemplo, vertical) y descubrir al final que la perpendicular a *r* por el foco no corta a la principal. Otro: deslizar la escuadra hasta que la paralela «toque» la curva, sin el pie *M* ni el punto de tangencia.

12 Ejercicio resuelto: la parábola del balón, foco desde la directriz y una tangente (Cantabria 2026)

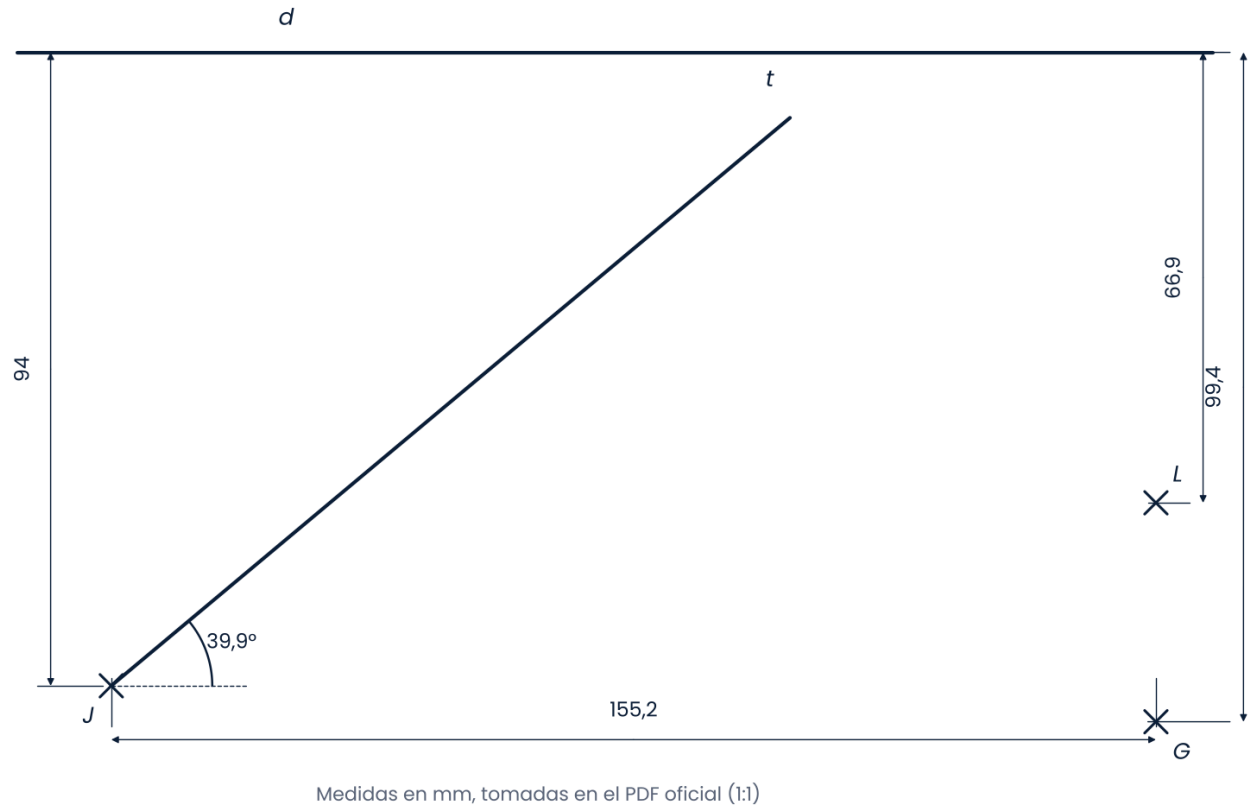
PAU CANTABRIA 2026 · CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA (JULIO) · APARTADO 1, PREGUNTA 1 (OBLIGATORIA; 2,5 PUNTOS)

Un jugador de fútbol chuta el balón justo en el punto J, con la dirección de la recta t. La trayectoria del balón sigue un arco definido por una parábola, cuyo eje es vertical pues coincide con la dirección de la gravedad. La portería está representada por el larguero (L) y la línea de gol (G). Se desea saber si el balón entrará dentro de la portería. SE PIDE: 1. De la parábola, obtener y nombrar el foco F, el vértice V y el eje e, sabiendo que d es la directriz y que t es una tangente en el punto J perteneciente a la parábola (2p). 2. Obtener los puntos de la parábola que distan 65 y 80 mm de d para saber si el balón entra en la portería (0.5p).

Datos (redibujados, medidos en la geometría vectorial del PDF oficial, A4 a 1:1): directriz *d* horizontal arriba; *J* a **94,0 mm** por debajo; *t* sale de *J* a **39,9°** con la horizontal; *L* y *G*, en una vertical **155,2 mm** a la derecha de *J*, a **66,9 mm** y **99,4 mm** de *d*.

1) De la parábola, obtener y nombrar el foco F, el vértice V y el eje e, sabiendo que d es la directriz y que t es una tangente en el punto J perteneciente a la parábola. (2 puntos)

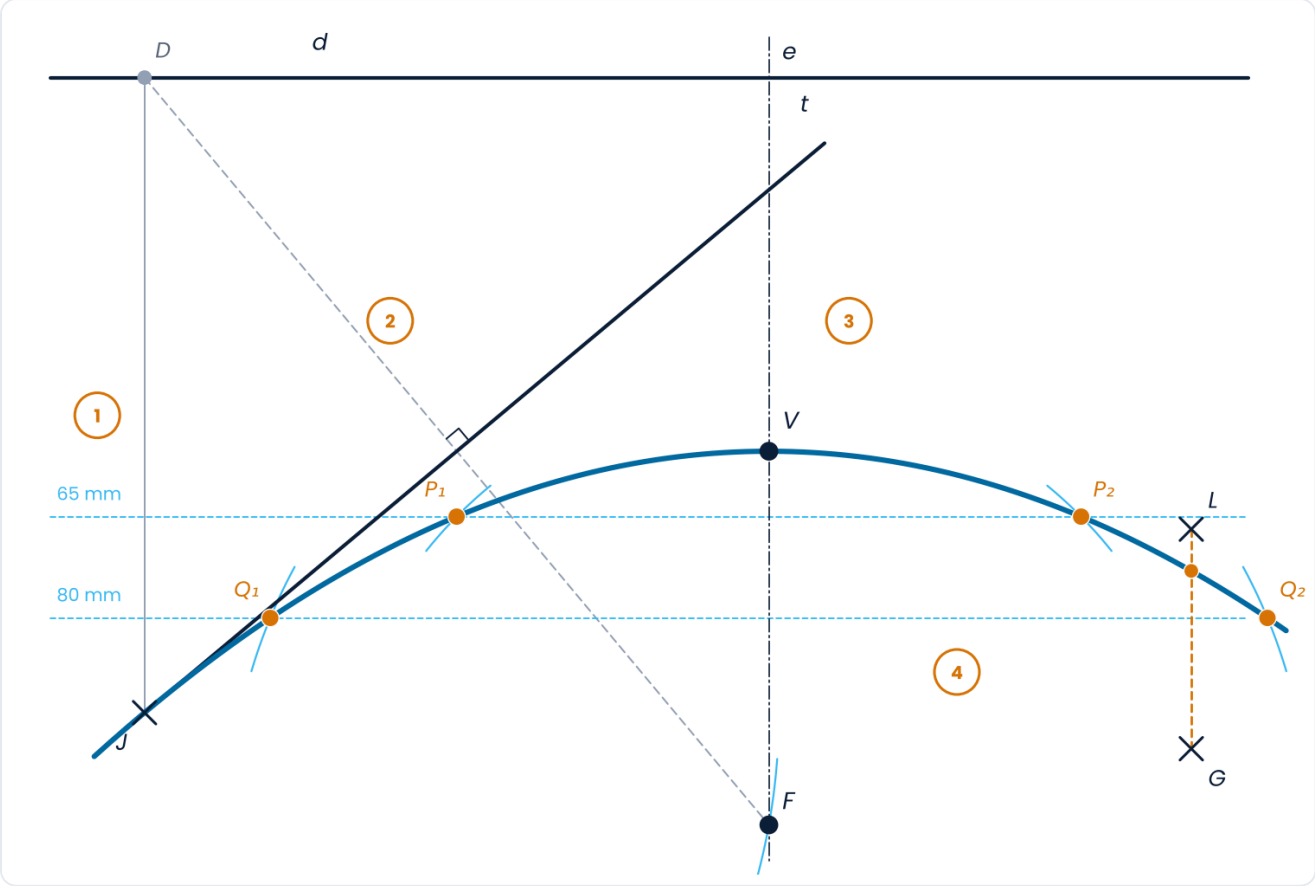
2) Obtener los puntos de la parábola que distan 65 y 80 mm de d para saber si el balón entra en la portería. (0,5 puntos)



Datos del ejercicio, redibujados a escala con las medidas tomadas en el PDF oficial.

Apartado 1)

1. **Idea.** La parábola se abre hacia abajo. *J* está en la curva y *t* es su tangente: el **simétrico de *F* respecto de *t* es el pie *D* de *J* en la directriz**. Así que reflejas *D* sobre *t*. Medidas en mm, con *x* desde el borde de la hoja e *y* desde la directriz.
2. **Paso 1 ①: pie de *J*.** Perpendicular a *d* por *J*: **D (29,6; 0)**, con *JD* = 94,0 mm. Ese segmento es el radio vector de *J* paralelo al eje.
3. **Paso 2 ②: foco.** Perpendicular a *t* por *D* y arco de centro *J* y radio *JD* = 94,0: se cortan, al otro lado de *t*, en **F (122,1; −110,6)**. Comprobación: *JF* = *JD* = 94,0 y *t* es bisectriz del ángulo *FJD*.
4. **Paso 3 ③: eje y vértice.** El eje *e* es la vertical por *F*. El vértice es el punto medio entre *F* y la directriz: **V (122,1; −55,3)**; *p* = 110,6 mm. Nombra *F*, *V* y *e*: cada nombre puntúa.



Solución. Los pasos ①②③④ de la figura son los del texto: ① vertical de *J* hasta *D*; ② perpendicular a *t* por *D* y arco de centro *J*, que dan *F*; ③ eje *e* y vértice *V*; ④ paralelas a *d* a 65 y 80 mm y arcos de centro *F* con esos radios, que dan P_1, P_2, Q_1 y Q_2. El arco de parábola cruza la vertical de la portería (en ámbar) por debajo del larguero.

SOLUCIÓN *F* (122,1; −110,6), *V* (122,1; −55,3) y eje vertical por *F*: el foco está 92,5 mm a la derecha de *J* y 110,6 mm por debajo de la directriz.

Apartado 2)

1. **Idea.** Un punto de la parábola a 65 mm de *d* está a 65 mm de *F*: es el corte de la paralela a *d* a 65 mm con la circunferencia de centro *F* y radio 65. Es una **intersección recta-cónica** con la recta paralela a la directriz.
2. **Paso 4 ④: puntos a 65 y 80 mm.** Paralela a *d* a 65 mm y arco de centro *F* y radio 65: **P_1 (75,8; −65)** y **P_2 (168,4; −65)**, a 46,3 mm a cada lado del eje. Paralela a 80 mm y arco de radio 80: **Q_1 (48,2; −80)** y **Q_2 (196,0; −80)**, a 73,9 mm del eje.

3. **¿Entra el balón?** La portería (x = 184,7) está entre P_2 (168,4) y Q_2 (196,0). El arco P_2Q_2 corta su vertical a **73,0 mm** de d: por debajo del larguero (66,9 mm) y por encima de la línea de gol (99,4 mm).

SOLUCIÓN Puntos a 65 mm: P_1 y P_2, a 46,3 mm del eje; a 80 mm: Q_1 y Q_2, a 73,9 mm del eje. **El balón entra en la portería**: pasa unos 6 mm por debajo del larguero.

Lo que puntúa. Criterios oficiales de la Universidad de Cantabria: apartado 1 (2 p): «Obtener el foco F (0.5)», «Nombrar el foco F (0.18 p.)», «Obtener el vértice V (0.5)», «Nombrar el vértice V (0.16 p.)», «Obtener el eje e (0.5)» y «Nombrar el eje e (0.16 p.)», con la penalización «La curva no llega a conectar del todo por leve imprecisión en las construcciones auxiliares (−0.25 p.)»; apartado 2 (0,5 p): «Puntos que distan 65 mm (0.25 p.)» y «Puntos que distan 80 mm (0.25 p.)». Además, «No se admitirán soluciones obtenidas por tanteo». No hay solución gráfica oficial.

Error típico que te quita puntos. Buscar el foco en la normal (la perpendicular a t por J) o en la vertical de J: está en la perpendicular a t por D, a la misma distancia de t que D. En el apartado 2, medir los 65 y 80 mm desde J o desde el vértice y no desde la directriz.

COMPARATIVA FINAL

Elipse, parábola e hipérbola: lo que tienes que saber de cada una

	Elipse (Tema 7)	Parábola	Hipérbola
Definición	$PF_1 + PF_2 = 2a$	PF = distancia de P a d	$\lvert PF_1 - PF_2 \rvert = 2a$
Relación entre sus medidas	$a^2 = b^2 + c^2$ (focos dentro)	VF = VO = p/2	$c^2 = a^2 + b^2$ (focos fuera)
Excentricidad e	c/a, menor que 1	1	c/a, mayor que 1
Circunferencia focal	Centro F_2, radio 2a	La directriz	Centro F_2, radio 2a
Circunferencia principal	Centro O, radio a	La tangente en el vértice	Centro O, radio a
Tangente en un punto	Bisectriz exterior de los radios vectores	Bisectriz de FPD	Bisectriz interior de los radios vectores
Tangentes paralelas a una dirección	Siempre dos	Una (si no es paralela al eje)	Dos, si la dirección está más inclinada que las asíntotas
Construcción por puntos	Radios vectores, afinidad o haces proyectivos	Puntos con F y d, o haces proyectivos	Radios vectores o haces proyectivos

La receta común: simétricos de un foco en la focal, pies de las perpendiculares en la principal (en la parábola, la directriz y la tangente en el vértice).

Errores que te quitan puntos

Lo que más se confunde en este tema, y cómo decirlo bien.

- ✗ Poner el vértice a la distancia *p* del foco, o el foco a *p* del vértice, porque «*p* es el parámetro».
- ✓ El vértice está en el **punto medio** entre el foco y la directriz: VF = p/2. El parámetro *p* es la distancia del foco a la directriz.

Apartado 1: La parábola: definición, elementos y la propiedad de la tangente

- ✗ Unir los puntos de la parábola con tramos rectos o con una curva que no pasa por el vértice o forma un pico en él.
- ✓ Una curva suave por todos los puntos y por *V*, perpendicular al eje. Cantabria resta 0,25 si «la curva no llega a conectar del todo».

Apartado 2: Construir la parábola: por puntos y por haces proyectivos

- ✗ Con la directriz, un punto *P* y su tangente, buscar el foco en la perpendicular a la tangente por *P*.
- ✓ Esa es la normal. El foco es el **simétrico del pie *D* de *P* respecto de la tangente**: perpendicular a *t* por *D* y la misma distancia al otro lado.

Apartado 3: Hallar el foco, la directriz y el vértice a partir de otros datos

- ✗ Usar en la hipérbola la relación de la elipse ($a^2 = b^2 + c^2$) y dibujar los focos entre los vértices.
- ✓ En la hipérbola **$c^2 = a^2 + b^2$**: los focos están **fuera** del segmento *AA′*. Arco de centro *A* y radio *c* sobre el eje imaginario para sacar *b*.

Apartado 4: La hipérbola: definición, elementos y asíntotas

- ✗ Tomar los puntos auxiliares entre los focos o cruzar los radios (*A1* desde F_2).
- ✓ Los puntos van **más allá del foco** F_1, y los radios son *A1* desde F_1 y *A′1* desde F_2: se diferencian en 2a.

Apartado 5: Construir la hipérbola: por radios vectores y por haces proyectivos

- ✗ Trazar la tangente desde un punto exterior apoyando la regla en la curva y no marcar el punto de tangencia.
- ✓ Circunferencia de centro *P* y radio PF_1 contra la focal (o la directriz): da *G*; tangente = mediatriz de F_1G; *T* en F_2G o en la paralela al eje por *G*.

Apartado 6: Tangentes a las cónicas: el método general

- ✗ Buscar dos tangentes a una parábola paralelas a una dirección, o tangentes a una hipérbola paralelas a una dirección menos inclinada que sus asíntotas.
- ✓ La parábola tiene **una sola**. En la hipérbola, si la perpendicular por F_1 no corta a la principal, **no hay** tangentes: dilo en el examen.

Apartado 6: Tangentes a las cónicas: el método general

- ✗ En la intersección recta-parábola, llevar a ojo la distancia *CT* sobre la directriz o usar *CF* en lugar de la media proporcional.
- ✓ $CT = \sqrt{CF \cdot CF'}$: constrúyela con la tangente desde *C* a una circunferencia que pase por *F* y *F′*, y llévala con el compás a los dos lados de *C*.

Apartado 7: Intersección de una recta con una cónica

Conceptos clave

Parábola

Lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de un punto fijo (el foco) y de una recta fija (la directriz).

Directriz

Recta fija de la definición de la parábola. Hace de circunferencia focal: en ella caen los simétricos del foco respecto de las tangentes.

Parámetro (p)

Distancia del foco a la directriz de la parábola; el vértice está a p/2 de cada uno.

Lado recto

Cuerda que pasa por un foco perpendicular al eje. En la parábola mide 2p.

Radios vectores

Segmentos que unen un punto de la cónica con los focos. En la parábola, PF y la perpendicular PD a la directriz.

Hipérbola

Lugar geométrico de los puntos del plano cuya diferencia de distancias a dos puntos fijos (los focos) es constante e igual al eje real 2a.

Eje real

Segmento AA′ = 2a de la hipérbola, entre sus vértices, sobre la recta de los focos.

Eje imaginario

Segmento BB′ = 2b, perpendicular al eje real por el centro; la curva no lo corta y $c^2 = a^2 + b^2$.

Asíntotas

Rectas por el centro a las que se acercan las ramas de la hipérbola sin tocarlas: las diagonales del rectángulo de lados 2a y 2b.

Hipérbola equilátera

Hipérbola con a = b: sus asíntotas son perpendiculares y forman 45° con los ejes.

Circunferencia principal

La de centro O y radio a (en la parábola, la tangente en el vértice). Contiene los pies de las perpendiculares desde un foco a las tangentes.

Circunferencia focal

La de centro en un foco y radio 2a (en la parábola, la directriz). Contiene los simétricos del otro foco respecto de las tangentes.

Excentricidad

Razón e = c/a: menor que 1 en la elipse, 1 en la parábola y mayor que 1 en la hipérbola.

Haces proyectivos

Construcción por puntos con dos haces de rectas cuyos rayos del mismo número se cortan en la cónica; en la parábola, uno es de paralelas al eje.

Normal

Perpendicular a la tangente en el punto de tangencia; en las cónicas con dos focos, bisectriz del otro ángulo de los radios vectores.

Centro radical

Punto con igual potencia respecto de varias circunferencias; da los cortes de una recta con una cónica sin dibujarla.

MODO PAU

Nueve claves que valen puntos

Definiciones

Parábola: **PF = PD**. Hipérbola: **$|PF_1 - PF_2| = 2a$**. Comprueba cada punto con el compás.

Vértice

En la parábola, **V en el punto medio** entre *F* y *d*: VF = p/2, no *p*.

Simétrico del foco

Respecto de una tangente cae en la **directriz** (parábola) o en la **focal de radio 2a** (elipse e hipérbola).

Tangente en P

Bisectriz de los radios vectores: **interior** en la hipérbola, **exterior** en la elipse, de *FPD* en la parábola.

Desde un punto

Circunferencia de centro *P* y radio PF_1 contra la focal: da *G*. Tangente = **mediatriz de F_1G**.

Paralelas

Perpendicular a la dirección por el foco hasta la **principal**: da los pies. Parábola: **una sola** tangente.

Punto de tangencia

En la recta F_2G o en la **paralela al eje** por *G* (parábola). Nunca a ojo: se puntúa aparte.

Hipérbola

$c^2 = a^2 + b^2$, asíntotas = diagonales del rectángulo 2a × 2b. Dibújalas siempre en fino.

Nombrar

Escribe *F*, *V*, *e*, T_1, T_2… Cantabria da 0,5 puntos solo por nombrar foco, vértice y eje.

Cómo te lo pueden preguntar

- **Hallar el foco, la directriz y el vértice de una parábola a partir de otros datos** (directriz y tangente con su punto, foco y dos puntos, directriz y dos tangentes…) y dibujarla: es lo más repetido. La parábola cae en **16 de las 68 convocatorias** de 2025 y 2026, en 9 comunidades (Andalucía, Asturias, Cantabria, Castilla-La Mancha, Extremadura, La Rioja, Murcia, Navarra y País Vasco), sin contar la convocatoria DANA de la C. Valenciana (2025), que no está entre las 68.
- **Tangentes a una cónica** en un punto, desde un punto exterior o paralelas a una dirección, con sus puntos de tangencia: **27 de las 68 convocatorias**, en 14 comunidades, contando las de la elipse (Tema 7).
- **Construcción por haces proyectivos**: Murcia la exige (parábola en 2025 y 2026, hipérbola en sus modelos).
- **Hipérbola con sus elementos y asíntotas**, por puntos y con tangentes: Galicia 2025 y 2026 y Castilla y León 2025 (3 convocatorias), y los modelos de Asturias, La Rioja y Murcia.
- **Intersección recta-cónica**: en 2025-2026 solo los puntos del balón de Cantabria a una distancia dada de la directriz, pero Madrid la pone en sus modelos 2026 y 2027 (el proyectil) y Castilla y León, Cantabria y La Rioja la nombran en sus documentos.
- En total, este tema se pregunta en **32 de las 68 convocatorias**, en 15 comunidades (todas menos Baleares y Cataluña), con 0,45 puntos de media por examen.

No lo confundas

- **Parámetro con distancia focal:** el parámetro *p* es la distancia del foco a la directriz; el vértice está a *p*/2 del foco. En la elipse y la hipérbola, *c* es la distancia del centro a un foco.
- **Bisectriz interior con exterior:** la tangente a la hipérbola es la bisectriz **interior** del ángulo de los radios vectores; la de la elipse, la **exterior** (la interior es la normal).
- **Circunferencia focal con principal:** la focal (centro en un foco, radio 2a) recoge los simétricos del otro foco; la principal (centro *O*, radio *a*), los pies de las perpendiculares. En la parábola, la directriz y la tangente en el vértice.
- **$c^2 = a^2 + b^2$ con $a^2 = b^2 + c^2$:** en la hipérbola *c* es el mayor (los focos están fuera de los vértices); en la elipse lo es *a* (los focos están dentro).

- **Eje imaginario con eje menor:** el eje menor de la elipse une dos puntos de la curva; el imaginario de la hipérbola, no: B y B' solo sirven para las asíntotas.
- **Haces de la parábola con los de la hipérbola:** en la parábola uno de los haces es de **paralelas al eje**; en la hipérbola los dos son de rectas, uno por cada vértice.

Ponte a prueba

PAU Andalucía 2026 (extraordinaria), Ejercicio 1A (a elegir entre 1A y 1B; 2,5 puntos). Dada la directriz D de una parábola, un punto P de la misma y la recta T tangente a la cónica en dicho punto, se pide: 1. Determinar el vértice V, el eje E y el foco F de la parábola. 2. Dibujar la cónica. [Puntuación: apartado 1, 1,25 puntos; apartado 2, 1,25 puntos.] [Datos redibujados, medidos en el PDF oficial (A4, 1:1): D horizontal; P a 65,0 mm de D; T baja por P hacia la derecha y corta a D a 66,9°.] PDF oficial

Solución: Pie Q de P en D. El foco es el **simétrico de Q respecto de T**: perpendicular a T por Q y arco de centro P y radio PQ = 65,0 mm. Sale F a 46,9 mm a la derecha de Q y **20,0 mm por encima de D** (p = 20 mm). El eje E es la perpendicular a D por F, y el vértice está a **10,0 mm de D**. La curva, por puntos, pasa por P tangente a T. Criterios generales: hasta 2 puntos la resolución por el método idóneo, 0,25 el trazado de puntos y ejes y 0,25 la presentación.

PAU Asturias 2026 (ordinaria), Ejercicio 1, opción B (se eligen 4 de los 5 ejercicios; 2,5 puntos). Dibuja la línea parabólica entre los puntos M y N, siendo V el vértice de la misma y d su línea directriz. Localiza también el foco de la parábola. [Datos redibujados, medidos en el PDF oficial (A3, 1:1): d horizontal; V a 10,6 mm por encima; M y N, 78,1 mm por encima de V y a 57,4 mm a cada lado.] PDF oficial

Solución: El eje es la perpendicular a d por V, y el foco está al otro lado de V, a la misma distancia que la directriz: **VF = 10,6 mm**. La curva entre M y N, por **haces proyectivos**: rectángulo V-A-N (y su simétrico con M), lados divididos en el mismo número de partes, rayos desde V y paralelas al eje. Comprobación: N está a 88,6 mm de F y a 88,7 mm de d. **Coincide con la solución gráfica oficial**, que usa el mismo método con **seis** divisiones por lado (con cinco bastaría) y sitúa F a 10,6 mm de V. Criterios: foco 0,50; trazado 1,50; procedimiento 0,50.

PAU Castilla y León 2025 (extraordinaria), Pregunta A2 (a elegir entre A1 y A2; 2,5 puntos). Dados el centro O de una hipérbola, la recta r donde está situado su eje real, y conocida la longitud del mismo (AB= 2a =60mm) y su distancia focal (F1F2 =2c = 100mm), se solicita: · Situar los extremos A y B y los Focos F1 y F2 en el dibujo. · Obtener el eje imaginario, sus extremos CD (2b) y la circunferencia principal. · Dibujar un punto P de la hipérbola, situado en su rama derecha y por encima del eje real, a partir del punto 1 (conocido). · Trazar la tangente t a la hipérbola desde el punto P. · Dibujar las asíntotas de la hipérbola. [Datos redibujados, medidos en el PDF oficial: r horizontal; el punto 1 está en r, 58,0 mm a la derecha de O.] PDF oficial

Solución: A y B a 30 mm de O; F_1 y F_2 a 50 mm. Arco de centro A y radio c = 50 sobre la perpendicular por O: C y D a **b = 40 mm**. Principal: centro O y radio 30. Punto P: radios $r_1 = 58 - 30 = 28$ desde el foco derecho y $r_2 = 58 + 30 = 88$ desde el izquierdo: **P (34,8;**

23,5). Tangente: **bisectriz interior** de F_1PF_2, a 69,2° con el eje, que corta a 25,9 mm de O (a^2/x). Asíntotas: diagonales del rectángulo 60 × 80, a ±53,13°. Criterios generales: 2 puntos la resolución, 0,25 el trazado y 0,25 la presentación.

PAU C. Valenciana 2025 (extraordinaria DANA, julio), Pregunta 1, apartado B (a elegir entre A y B; 1,5 puntos). La recta d es la directriz de una parábola y t1 y t2 dos tangentes a la misma. - Determine el eje (0,2 p.), el foco (0,5 p.) y el vértice de la parábola (0,2 p.). - Obtenga los puntos de tangencia de la parábola contenidos en t1 y t2 (0,6 p.). [Datos redibujados, medidos sobre la imagen del PDF oficial (150 ppp, rectas ajustadas a todo el trazo; unos ±0,2°): *d* vertical a la izquierda; t_1 sube hacia la derecha a 19,5° y t_2 baja a 17,5°; prolongadas, cortan a *d* en puntos separados 49,0 mm.] PDF oficial

Solución: Como el simétrico del foco respecto de cada tangente está en *d*, **el foco está en la simétrica de *d* respecto de t_1 y en la simétrica respecto de t_2**: su corte es *F*, a **18,5 mm** de *d*. Eje: perpendicular a *d* por *F*, 22,7 mm por debajo del corte de t_1 con *d*; vértice a **9,2 mm** de *d*. Puntos de tangencia: simétrico de *F* respecto de cada tangente y paralela al eje por él: T_1 a unos 83 mm de *d* y 52 mm por encima del eje; T_2 a unos 102 mm de *d* y 58 mm por debajo. Como los datos se miden sobre una imagen, los puntos de tangencia pueden moverse ±2 mm; el foco, apenas unas décimas. Puntuación: foco 0,5; eje 0,2; vértice 0,2; 0,3 por punto de tangencia.

PAU La Rioja 2026 (extraordinaria), Apartado A, pregunta 2 (competencial, a elegir entre las preguntas 1 y 2; 2,5 puntos). En un parque infantil se va a construir un puente de perfil parabólico. Por la izquierda se subirá por el puente y por la derecha habrá un tobogán recto tangente a la parábola y que llegue al suelo en el punto conocido P. Dados la directriz d, el foco F y el punto P, se pide: 1.- Dibuja la parábola 2.- Traza la tangente a la parábola desde el punto exterior P [Datos redibujados, medidos sobre el escaneo oficial (A3), corregido su ligero giro: *d* horizontal arriba; *F* a 29,9 mm por debajo; *P*, en el suelo, a 69,4 mm de *d* y 106,7 mm a la derecha del eje.] PDF oficial

Solución: 1) Eje: perpendicular a *d* por *F*; vértice a 15,0 mm de *d*. La parábola se abre hacia abajo (el puente): por puntos, con paralelas a *d* y arcos de centro *F*. Toca el suelo a unos 57 mm a cada lado del eje. 2) Circunferencia de centro *P* y radio *PF* = 113,8 mm: corta a *d* a 16,5 mm y a 196,8 mm del eje. El tobogán es la **mediatriz de *F* y el punto a 16,5 mm**; su punto de tangencia está en la vertical de ese punto, 19,5 mm por debajo de *d*. La otra tangente toca muy por debajo del suelo y no sirve. Sin criterios específicos: el 100 % por proceso y resultado y hasta un 10 % menos por la presentación.

PAU Comunidad de Madrid 2025 (coincidente de la ordinaria), Pregunta 1.2 (a elegir entre 1.1 y 1.2; 2,5 puntos). Trazar las rectas tangentes a una hipérbola desde un punto exterior P y sus puntos de tangencia dados los focos FF' y el eje real AA' de la misma. [Datos redibujados, medidos en el PDF oficial (A4, 1:1), con origen en el centro: *F* y *F'* a 27,5 mm a cada lado; *A* y *A'* a 15 mm; *P* está 7,5 mm a la derecha y 25 mm por encima del centro.] PDF oficial

Solución: Focal de centro *F'* y radio 2a = 30 mm, y circunferencia de centro *P* y radio *PF* = 43,0 mm: se cortan en F_1 (3,4; -17,8) y F_2 (50,2; 19,6), simétricos de *F* respecto de las tangentes. Tangentes: **mediatrices de FF_1 y FF_2**. Puntos de tangencia en $F'F_1$ y $F'F_2$: (-32,5; -44,3)

en la rama izquierda y (16,3; -9,7) en la derecha. **Coincide con la solución gráfica oficial.** Calificación orientativa: simétricos 0,75; tangentes 0,75; puntos de tangencia 0,75; trazado 0,25.

Fuentes

1. Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato (BOE-A-2022-5521): Dibujo Técnico II
2. PAU Región de Murcia 2026, extraordinaria: examen, criterios y soluciones de Dibujo Técnico II
3. Universidad de Murcia: acta de la reunión de coordinación de Dibujo Técnico II de 17-9-2026 (PAU 2027: «mismo formato y contenido de las pruebas 2026»)
4. PAU Galicia 2026, extraordinaria: examen de Dibujo Técnico II (castellano)
5. PAU Galicia 2026, extraordinaria: criterios de avaliación de Debuxo Técnico II
6. PAU Cantabria 2026, extraordinaria: examen de Dibujo Técnico II
7. PAU Cantabria 2026, extraordinaria: criterios de corrección de Dibujo Técnico II
8. Universidad de Cantabria: Dibujo Técnico II. Contenidos y estructura del ejercicio
9. PAU Comunidad de Madrid 2025, coincidente: examen, criterios y soluciones de Dibujo Técnico II
10. Decreto 64/2022, de 20 de julio, de la Comunidad de Madrid (BOCM de 26-7-2022): currículo de Dibujo Técnico II
11. UCLM: Directrices y orientaciones generales para la PAU, Dibujo Técnico II, curso 2026/2027
12. Junta de Andalucía: Directrices y Orientaciones Generales PAU 2026-27, Dibujo Técnico II
13. Junta de Castilla y León: Guía de calificación PAU 2027, Dibujo Técnico II
14. CiUG: Orientacións xerais PAU 2027, Debuxo Técnico II
15. PAU Andalucía 2026, extraordinaria: examen de Dibujo Técnico II
16. PAU Asturias 2026, ordinaria: examen y soluciones de Dibujo Técnico II
17. PAU Castilla y León 2025, extraordinaria: examen de Dibujo Técnico II
18. PAU Comunitat Valenciana 2025, extraordinaria (DANA): criterios de Dibujo Técnico II
19. PAU La Rioja 2026, extraordinaria: examen de Dibujo Técnico II
20. «Lugares geométricos. Cónicas», Universidad Politécnica de Madrid (blogs UPM)

Imágenes: figuras de elaboración propia de Farmeando PAU (Python y matplotlib).

Apuntes de Farmeando PAU · farmeandopau.com · Revisados frente a fuentes. Última revisión: 22 de noviembre de 2026. Licencia CC BY-NC-ND 4.0: puedes copiarlo y compartirlo citándonos, sin uso comercial ni cambios (las imágenes, con su propia licencia). ¿Un error? Avísanos desde la página del tema. Cómo los hacemos: farmeandopau.com/metodologia.