Movimiento armónico simple

Test de 10 preguntas y flashcards de este tema en **farmeandopau.com** ›

Última revisión: 1 de noviembre de 2026.

Escanea y haz el test del tema

LA IDEA EN 30 SEGUNDOS

Un **movimiento armónico simple** (MAS) es la oscilación que produce una fuerza recuperadora proporcional a la elongación, $F = -kx$. Se describe con $x(t) = A\,\mathrm{sen}(\omega t + \varphi_0)$ (o con coseno), y de ahí salen la velocidad, la aceleración $a = -\omega^2 x$ y la energía $E_m = \frac{1}{2}kA^2$. En un muelle, $\omega = \sqrt{k/m}$; en un péndulo de ángulo pequeño, $\omega = \sqrt{g/L}$. Sale en **28 de las 68 convocatorias**, en 15 comunidades: casi siempre un **muelle** del que piden k, T, la ecuación con su fase inicial, velocidades y energías.

1 Qué es un MAS y con qué magnitudes se describe

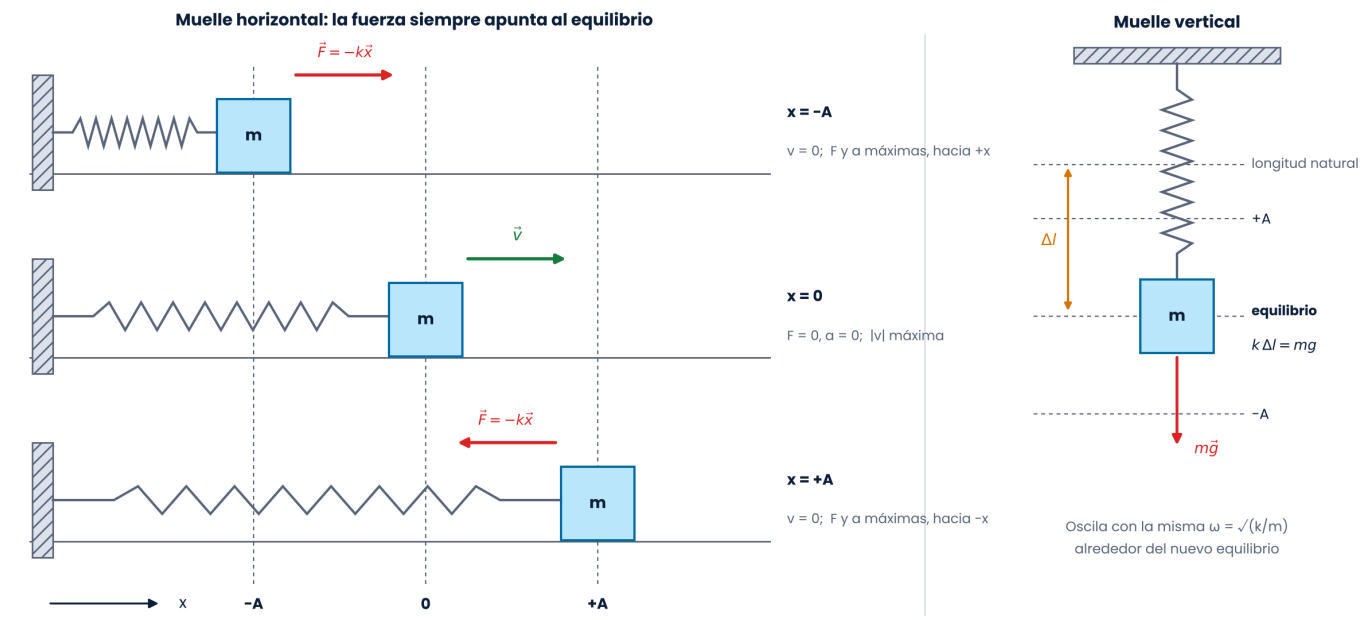
Un movimiento es **periódico** si se repite igual cada cierto tiempo, y **oscilatorio** si además va y viene alrededor de una posición de equilibrio. El **movimiento armónico simple** (MAS) es el oscilatorio más sencillo: el que produce una **fuerza recuperadora proporcional a la elongación** y dirigida siempre hacia el equilibrio.

- **Condición de MAS:** $F = -kx$. El signo menos dice que la fuerza apunta al equilibrio: si el cuerpo está a la derecha ($x > 0$), le empuja a la izquierda, y al revés.
- Como $F = ma$, en todo MAS se cumple $a = -\omega^2 x$: **la aceleración es proporcional a la elongación y de sentido contrario**. Si en un examen te dan una relación así, ya sabes que es un MAS y que ω es la raíz del coeficiente.
- Ejemplos que han caído en la PAU: un bloque unido a un muelle, el péndulo de un reloj, la báscula de una lonja, el vibrador de un teléfono móvil, el eje de un cepillo de dientes eléctrico, una cuerda de puenting y hasta un puente colgante tratado como un muelle.
- Cerca de cualquier posición de equilibrio estable, casi todo oscila de forma aproximadamente armónica si la separación es pequeña. Por eso el MAS es el modelo de partida de las **ondas** (lo ves en el Tema 13): cada punto del medio hace un MAS.
- **El MAS es la proyección de un movimiento circular uniforme.** Si un punto gira con velocidad angular ω en una circunferencia de radio A, su sombra sobre un diámetro hace un MAS de amplitud A y frecuencia angular ω. De ahí viene el nombre «frecuencia angular» y que la fase se mida en radianes (Cataluña lo preguntó con las sombras de un muelle y de un disco que gira).

Magnitud	Qué es	Unidad SI
Elongación x	Posición respecto al equilibrio en cada instante (con signo).	m
Amplitud A	Elongación máxima. La distancia entre los dos extremos es $2A$.	m
Periodo T	Tiempo de una oscilación completa (ir y volver al mismo punto con la misma velocidad).	s
Frecuencia f	Oscilaciones por segundo: $f = 1/T$.	Hz $= \mathrm{s}^{-1}$

Magnitud	Qué es	Unidad SI
Frecuencia angular ω	$\omega = 2\pi f = 2\pi/T$.	rad/s
Fase $\omega t + \varphi_0$	Ángulo que fija en qué punto del ciclo está el cuerpo.	rad
Fase inicial φ_0	La fase en $t = 0$: depende de dónde empieces a contar el tiempo.	rad

No confundas f (Hz) con ω (rad/s): se diferencian en un factor 2π, y es el error más frecuente al calcular k.



El oscilador masa-muelle. A la izquierda, un muelle horizontal en los extremos y en el centro: en los extremos la velocidad es nula y la fuerza (y la aceleración) es máxima y apunta al equilibrio; en el centro la fuerza es nula y la velocidad, máxima. A la derecha, un muelle vertical: la masa estira el muelle Δl = mg/k y oscila alrededor de ese nuevo equilibrio con la misma ω.

2 La ecuación del movimiento y la fase inicial

La posición de un cuerpo con MAS es una función sinusoidal del tiempo. Puedes escribirla con **seno o con coseno: las dos valen**, siempre que la fase inicial sea la que corresponde a la función que eliges.

- $$x(t) = A\,\mathrm{sen}(\omega t + \varphi_0) \qquad \text{o bien} \qquad x(t) = A\cos(\omega t + \varphi_0')$$

  Como $\mathrm{sen}\,\alpha = \cos(\alpha - \pi/2)$, las dos fases se relacionan así: $\varphi_0' = \varphi_0 - \pi/2$.
- **Cómo se saca φ_0:** en $t = 0$, $x_0 = A\,\mathrm{sen}\,\varphi_0$ y $v_0 = A\omega\cos\varphi_0$. Con una sola condición hay dos ángulos posibles; el **signo de la velocidad** decide cuál es el bueno.
- Si te dan x_0 y v_0 pero no la amplitud: $A = \sqrt{x_0^2 + (v_0/\omega)^2}$, que sale de $\mathrm{sen}^2\varphi_0 + \cos^2\varphi_0 = 1$.
- **La calculadora, en radianes.** ωt está en radianes: con la calculadora en grados, $\mathrm{sen}(120)$ da 0,866 en vez de 0,581 y todo lo que sigue sale mal.
- La fase inicial no es única: φ_0 y $\varphi_0 + 2\pi$ describen el mismo movimiento, y $3\pi/2$ es lo mismo que $-\pi/2$. Aragón 2025 (ordinaria, 3d) pedía la fase de $x = 0{,}85\cos(1{,}5\pi t + \varphi)$ con $x(1) = 0{,}3$ m: hay dos soluciones (salvo múltiplos de 2π): $\varphi = -3{,}50$ rad, la del criterio ($-3{,}5$ rad), con el cuerpo moviéndose hacia $-x$ en $t = 1$ s, y $\varphi = -5{,}92$ rad ($\equiv 0{,}36$ rad), con el cuerpo moviéndose hacia $+x$. El enunciado no dice el sentido: si das la otra, dilo y justifícalo.

En t = 0 el cuerpo está…	x_0 y v_0	φ_0 con seno	φ_0 con coseno
en el equilibrio, yendo hacia +x	$x_0 = 0,\ v_0 > 0$	0	$-\pi/2$ (o $3\pi/2$)
en el extremo positivo (se suelta desde ahí)	$x_0 = +A,\ v_0 = 0$	$\pi/2$	0
en el equilibrio, yendo hacia -x	$x_0 = 0,\ v_0 < 0$	π	$\pi/2$
en el extremo negativo	$x_0 = -A,\ v_0 = 0$	$3\pi/2$ (o $-\pi/2$)	π

«Se separa y se suelta» quiere decir que parte de un extremo con velocidad nula: la amplitud es justo lo que lo separaste.

AMPLITUD Y FASE INICIAL A PARTIR DE x_0 Y v_0 (CANARIAS 2025)

Un objeto oscila con MAS de frecuencia angular $\omega = 8$ rad/s. En $t = 0$ está en $x_0 = 4$ cm con velocidad $v_0 = 25$ cm/s. Calcula la amplitud, la fase inicial y escribe $x(t)$ y $v(t)$. (PAU Canarias 2025, ordinaria, Problema 7.)

Respuesta modelo

$A = \sqrt{x_0^2 + (v_0/\omega)^2} = \sqrt{4^2 + (25/8)^2} = 5{,}08$ cm. Con seno: $\operatorname{sen}\varphi_0 = x_0/A = 0{,}788$ y $\cos\varphi_0 = v_0/(A\omega) = 0{,}616$; los dos son positivos, así que φ_0 está en el primer cuadrante: $\varphi_0 = 0{,}908$ rad.

$$x(t) = 5{,}08\operatorname{sen}(8t + 0{,}908)\ \text{cm} \qquad v(t) = 40{,}6\cos(8t + 0{,}908)\ \text{cm/s}$$

Por qué puntúa. Comprueba siempre: en $t = 0$, $5{,}08 \cdot \operatorname{sen}(0{,}908) = 4{,}0$ cm y $40{,}6 \cdot \cos(0{,}908) = 25$ cm/s. Si solo usas $\operatorname{sen}\varphi_0 = 0{,}788$, la otra solución ($\pi - 0{,}908 = 2{,}23$ rad) daría velocidad negativa: no vale.

DE UN EXTREMO AL OTRO ES MEDIO PERIODO (EXTREMADURA 2026)

Un bloque de 0,50 kg unido a un muelle horizontal tarda 0,40 s en ir de la elongación máxima positiva a la máxima negativa, y la energía mecánica es 1,8 J. Calcula T, f, k, A, la ecuación si en $t = 0$ está en $+A$, y $v_{\max}$ y $a_{\max}$. (PAU Extremadura 2026, ordinaria, Pregunta 4.)

Respuesta modelo

De $+A$ a $-A$ es **medio** periodo: $T = 0{,}80$ s y $f = 1{,}25$ Hz. $\omega = 2\pi/T = 7{,}85$ rad/s y $k = m\omega^2 = 30{,}8$ N/m. De $E = \frac{1}{2}kA^2$: $A = \sqrt{2E/k} = 0{,}342$ m. Empieza en $+A$: con coseno, $\varphi_0 = 0$, y $x(t) = 0{,}342\cos(7{,}85\,t)$ m. $v_{\max} = A\omega = 2{,}68$ m/s y $a_{\max} = A\omega^2 = 21{,}1$ m/s².

Por qué puntúa. Es la trampa del examen. Los criterios oficiales: «si se considera que el periodo es 0,40 s, esta magnitud se puntúa con 0; para el resto, si está bien aplicada la fórmula correspondiente y el cálculo numérico, no se penaliza». Y en d) «se admite la expresión de cada magnitud directamente, sin demostración».

Andalucía e Illes Balears

Andalucía (Directrices y orientaciones 2026-27): las cuestiones del MAS «versarán sobre las magnitudes que lo definen, su ecuación de movimiento (cuya deducción no se exigirá) y su dependencia del origen de tiempo elegido, así como la posible utilización de las funciones seno o coseno». **Illes Balears**: en junio de 2026 la ecuación venía como $y(t) = 5\ \text{cm}\cos(3{,}7t + 25°)$, mezclando radianes y grados; los criterios dicen «La fase s'ha de convertir a radians» (la fase se ha de convertir a radianes) antes de sumarla a ωt: $25° = 0{,}436$ rad. Los mismos criterios aceptan también leer $\omega = 3{,}7$ °/s y dejar la fase en grados ($v(2\ \text{s}) = -0{,}173$ cm/s), pero la primera que dan, la de la notación de la Guía de la UIB, es $\omega = 3{,}7$ rad/s.

3 Velocidad y aceleración

La velocidad es la derivada de la posición respecto al tiempo, y la aceleración, la derivada de la velocidad. Con la ecuación en seno:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0) \qquad a(t) = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2\,\mathrm{sen}(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x$$

- **Valores máximos:** $v_{\max} = A\omega$, en el **equilibrio** ($x = 0$); $a_{\max} = A\omega^2$, en los **extremos** ($x = \pm A$), donde la velocidad es nula.
- **Velocidad en función de la posición:** como $\mathrm{sen}^2 + \cos^2 = 1$,

$$v = \pm\omega\sqrt{A^2 - x^2}$$

  El signo depende del sentido en que se mueve: la ecuación no lo dice, lo dice el problema.
- **Desfases:** la velocidad va **adelantada** $\pi/2$ respecto a la posición ($\cos\alpha = \mathrm{sen}(\alpha + \pi/2)$) y la aceleración está **en oposición de fase** (π) con la posición. Canarias lo pregunta así: «El desfase entre la posición y la velocidad en todo instante» (modelos 2026 y 2027).
- Velocidad y aceleración son vectores en la dirección del movimiento: en una dimensión basta el signo, pero di siempre hacia dónde apuntan.

Deducir $v_{\max}$ (Andalucía lo exige)

derivas $x(t)$: $v = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0)$.

↓

El coseno vale como mucho 1 en valor absoluto, así que $|v| \le A\omega$: $v_{\max} = A\omega$, cuando $\cos(\omega t + \varphi_0) = \pm 1$, es decir, cuando $\mathrm{sen}(\omega t + \varphi_0) = 0$ y el cuerpo pasa por $x = 0$.

↓

Deducir $a_{\max}$

derivas otra vez: $a = -A\omega^2\mathrm{sen}(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 x$.

↓

El seno vale como mucho 1: $a_{\max} = A\omega^2$, en $x = \pm A$, con sentido hacia el equilibrio.

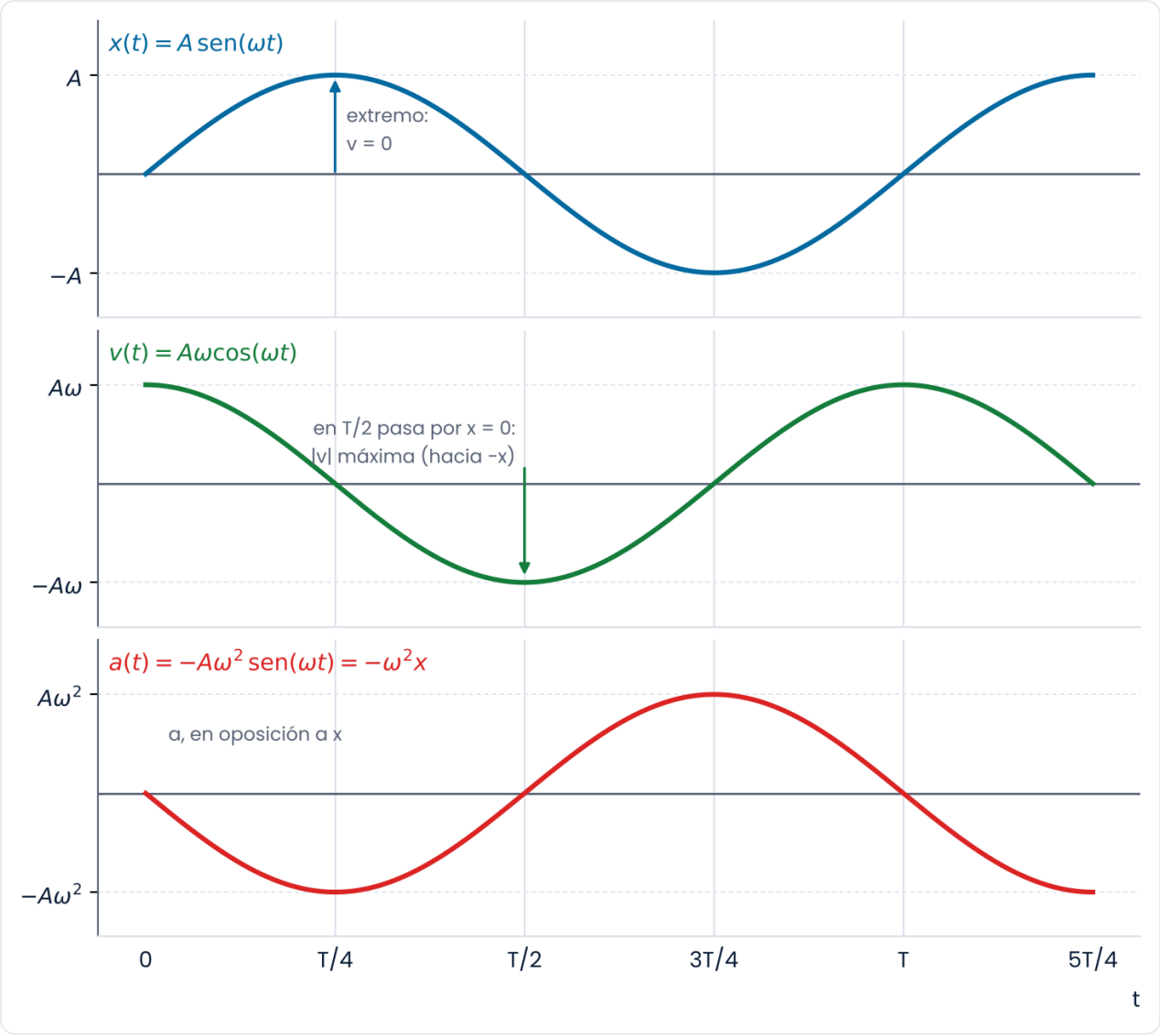
VELOCIDAD EN UN INSTANTE Y PRIMER MÁXIMO (ILLES BALEARS 2026)

El MAS vertical de una masa es $y(t) = 5\ \mathrm{cm}\cos(3{,}7t + 25^\circ)$ (t en s). ¿Cuánto vale la velocidad en $t = 2$ s? ¿En qué primer instante es positiva y máxima? (PAU Illes Balears 2026, ordinaria, Problema 4 a; traducido del catalán.)

Respuesta modelo

Con $\omega = 3{,}7$ rad/s y la fase en radianes, $\varphi_0 = 0{,}436$ rad: $v(t) = -5 \cdot 3{,}7\,\mathrm{sen}(3{,}7t + 0{,}436) = -18{,}5\,\mathrm{sen}(3{,}7t + 0{,}436)$ cm/s. En $t = 2$ s: $v = -18{,}5\,\mathrm{sen}(7{,}84) = -18{,}5$ cm/s. La velocidad es máxima y positiva cuando $\mathrm{sen}(3{,}7t + 0{,}436) = -1$, es decir, $3{,}7t + 0{,}436 = 3\pi/2$: $t = 1{,}16$ s.

Por qué puntúa. Coinciden con la solución oficial (−18,5 cm/s y 1,16 s). En t = 2 s el seno vale casi 1: el cuerpo pasa por el equilibrio hacia abajo a la máxima velocidad.



Posición, velocidad y aceleración de un MAS. Con x = A sen(ωt): cuando x es máxima (en T/4), la velocidad es nula y la aceleración es máxima y negativa; cuando x pasa por cero, la velocidad es máxima en módulo y la aceleración es nula. La velocidad va adelantada un cuarto de periodo y la aceleración está en oposición con la posición.

4 Leer y dibujar la gráfica x(t)

Muchas preguntas dan la gráfica de la posición frente al tiempo y piden sacar de ella las magnitudes, o al revés: dan los datos y piden dibujarla (Comunitat Valenciana, Castilla-La Mancha, Aragón). Se hace siempre igual.

- **Leer:** la amplitud es la altura máxima sobre el eje (no la distancia de pico a valle, que es 2A); el periodo, el tiempo entre dos máximos seguidos; si solo ves un máximo y un mínimo seguidos, entre ellos hay T/2.
- **Sentido del movimiento:** la pendiente de x(t) es la velocidad. Si la curva sube, el cuerpo va hacia +x; donde corta el eje con más pendiente, la velocidad es máxima; en los picos, la velocidad es cero.
- **Fase inicial desde la gráfica:** mira dónde empieza la curva en t = 0 y si sube o baja, y usa la tabla de la sección anterior.

Ejes con nombre y unidades: x (m o cm) y t (s).

Marca A y -A en el eje vertical y T/4, T/2, 3T/4 y T en el horizontal.

Sitúa el punto de partida (x_0 en t = 0) y el sentido en que arranca (signo de v_0).

↓

Dibuja la sinusoide pasando por los extremos y los ceros en los cuartos de periodo: cruces con el eje cada T/2.

↓

Señala lo que te pidan (amplitud, periodo, el primer instante de velocidad máxima) con flechas o cotas.

DOS EXTREMOS SEGUIDOS SEPARADOS 2,0 S (COMUNITAT VALENCIANA 2026)

Un bloque de 400 g unido a un muelle oscila sin rozamiento sobre una superficie horizontal. [Figura: en $t = 0$ el bloque está en $x = 5{,}0$ cm y en $t = 2{,}0$ s en $x = -5{,}0$ cm, dos elongaciones máximas consecutivas; entre medias va de derecha a izquierda.] Calcula T, f, k y $x(t)$, el primer instante de velocidad máxima y la velocidad en $t = 3{,}0$ s. (PAU Comunitat Valenciana 2026, extraordinaria, opción 3A.)

Respuesta modelo

Dos extremos consecutivos están separados medio periodo: $T = 4{,}0$ s, $f = 0{,}25$ Hz y $\omega = \pi/2$ rad/s. $k = m\omega^2 = 0{,}400 \cdot (\pi/2)^2 = 0{,}99$ N/m. Parte de $+A$: $x(t) = 0{,}050\cos(\pi t/2)$ m. La velocidad es máxima por primera vez al pasar por el equilibrio, en $t = T/4 = 1{,}0$ s (hacia la izquierda). En $t = 3{,}0$ s: $v = -A\omega\,\mathrm{sen}(3\pi/2) = +0{,}050 \cdot \pi/2 = 0{,}079$ m/s: vuelve a pasar por el equilibrio, ahora **hacia la derecha**.

Por qué puntúa. La amplitud (5,0 cm) solo se lee en la figura: en este tipo de preguntas, mira siempre el dibujo antes de empezar.

5 Dinámica: la ley de Hooke y el oscilador masa-muelle

Un muelle estirado o comprimido una distancia x ejerce una fuerza $F = -kx$ (**ley de Hooke**), donde k es la **constante elástica** (N/m): cuanto más rígido es el muelle, mayor es k. Esa fuerza es justo la que produce un MAS.

- **De la dinámica a la ecuación:** $\sum F = ma \Rightarrow -kx = ma \Rightarrow a = -\dfrac{k}{m}x$. Comparando con $a = -\omega^2 x$:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad k = m\omega^2$$

- **El periodo no depende de la amplitud** (isocronismo): separes el bloque 1 cm o 10 cm, tarda lo mismo en cada oscilación. Solo depende de m y k: con el mismo muelle y el cuádruple de masa, el periodo se duplica.
- **$k = m\omega^2$ es la fórmula que más vas a usar:** te dan T (o el número de oscilaciones en un tiempo) y la masa, y piden k; o al revés.
- **Método estático para medir k:** cuelgas una masa y mides lo que se estira en equilibrio: $k\,\Delta l = mg \Rightarrow k = mg/\Delta l$. Lo han preguntado Navarra (báscula de una lonja) y Aragón (modelo 2026).
- **Muelle vertical:** el peso solo **desplaza el equilibrio** hacia abajo $\Delta l = mg/k$; alrededor de ese punto la masa hace un MAS con la misma $\omega = \sqrt{k/m}$. Mide x desde el nuevo equilibrio y todo funciona igual: la energía potencial elástica más la gravitatoria vale $\frac{1}{2}kx^2$ más una constante.
- **Muelles combinados** (Galicia los incluye en sus prácticas de 2027): en paralelo, $k = k_1 + k_2$; en serie, $\dfrac{1}{k} = \dfrac{1}{k_1} + \dfrac{1}{k_2}$.

BÁSCULA DE MUELLE (NAVARRA 2025)

De una báscula de muelle vertical se cuelga un atún de 40 kg y el muelle queda estirado 4 cm en equilibrio. Calcula k y el periodo. Después se estira 2 cm más y se suelta: ¿con qué velocidad pasa por el equilibrio? ($g_0 = 9{,}8$ m/s².) (PAU Navarra 2025, ordinaria, Pregunta 3.B.)

Respuesta modelo

$k = mg/\Delta l = 40 \cdot 9{,}8/0{,}04 = 9{,}8 \cdot 10^3$ N/m. $T = 2\pi\sqrt{m/k} = 2\pi\sqrt{40/9800} = 0{,}40$ s. Al soltarlo 2 cm por debajo del equilibrio, la amplitud es $A = 0{,}02$ m (no 6 cm: la amplitud se mide desde el nuevo equilibrio). $v_{\max} = A\omega = 0{,}02 \cdot \sqrt{9800/40} = 0{,}31$ m/s.

Por qué puntúa. Los 4 cm del estiramiento estático solo sirven para k. El error típico es tomar A = 6 cm.

EL VIBRADOR DEL MÓVIL (NAVARRA 2026)

El vibrador de un móvil se modeliza como una masa de 0,020 kg unida a un muelle de $k = 80$ N/m que oscila con amplitud $A = 2{,}0 \cdot 10^{-3}$ m. Calcula ω, f, T, $v_{\max}$, $a_{\max}$ y la energía mecánica. (PAU Navarra 2026, extraordinaria, Pregunta 3.A.)

Respuesta modelo

$\omega = \sqrt{k/m} = \sqrt{80/0{,}020} = 63{,}2$ rad/s; $f = \omega/2\pi = 10{,}1$ Hz; $T = 0{,}0993$ s. $v_{\max} = A\omega = 0{,}126$ m/s; $a_{\max} = A\omega^2 = 8{,}0$ m/s². $E = \frac{1}{2}kA^2 = 1{,}6 \cdot 10^{-4}$ J.

Por qué puntúa. Unos 10 Hz: por eso el móvil zumba. Comprueba la coherencia: $\frac{1}{2}mv_{\max}^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}020 \cdot 0{,}126^2 = 1{,}6 \cdot 10^{-4}$ J.

PUENTING (CASTILLA Y LEÓN 2025) Y ATRACCIÓN DE FERIA (CASTILLA-LA MANCHA 2026)

a) Una persona de 50 kg hace 4 oscilaciones en 20 s colgada de una cuerda elástica que se comporta como un muelle, con $A = 2{,}8$ m. Calcula k y la energía mecánica. Su amiga tarda 3 s en media oscilación con la misma cuerda: ¿qué masa tiene? (Adaptado de PAU Castilla y León 2025, extraordinaria, Bloque 3, opción A, pregunta 6, donde además se piden las energías mecánica, cinética y potencial en función de la posición vertical y su gráfica.) b) Un niño de 25 kg cuelga de una cuerda elástica y hace una oscilación completa cada 2 s: calcula k. (PAU Castilla-La Mancha 2026, extraordinaria, C1.)

Respuesta modelo

a) $T = 20/4 = 5$ s; $k = 4\pi^2 m/T^2 = 4\pi^2 \cdot 50/25 = 79{,}0$ N/m; $E = \frac{1}{2}kA^2 = 310$ J. La amiga: $T' = 6$ s y, con la misma k, $m' = m\,(T'/T)^2 = 50 \cdot (6/5)^2 = 72$ kg. b) $k = 4\pi^2 m/T^2 = 4\pi^2 \cdot 25/4 = 246{,}7$ N/m (la solución oficial da 246,7 N/m).

Por qué puntúa. $m \propto T^2$ con el mismo muelle: no hace falta calcular k para la segunda masa.

Castilla-La Mancha y Región de Murcia

La orientación de la Crue que sigue **Castilla-La Mancha** (curso 2025-26) pide «Resolver problemas que requieran usar la conservación de esta energía en los casos de una masa oscilante en un plano horizontal». No dice «solo»: es una concreción, no una limitación (allí también han caído el péndulo, en 2025, y una cuerda elástica vertical, en la extraordinaria de 2026). **Murcia** tenía la misma frase en sus especificaciones de 2026 y la ha quitado en las de 2027, que incluyen también el péndulo simple en pequeñas oscilaciones. Murcia, además, no da g = 9,8 m/s²: te lo tienes que saber.

6 La energía del oscilador

La fuerza del muelle es **conservativa**, así que tiene asociada una energía potencial elástica. Sin rozamiento, la **energía mecánica se conserva**: se pasa de potencial a cinética y al revés dos veces por oscilación. Andalucía avisa: «Se prestará especial atención al balance energético».

- **Energía potencial elástica:** $E_p = \frac{1}{2}kx^2$ (con el cero en el equilibrio). Es máxima en los extremos.
- **Energía cinética:** $E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 - x^2) = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$. Es máxima en el equilibrio.
- **Energía mecánica:**

$$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$$

  Es constante y **proporcional al cuadrado de la amplitud**. Es la vía rápida en muchos problemas: con E_m y A sacas k; con E_m y m, la velocidad máxima.
- **Dónde son iguales:** $E_c = E_p$ cuando $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{4}kA^2$, es decir, en $x = \pm A/\sqrt{2} \approx \pm 0{,}71A$ (no en $A/2$: en $A/2$ la potencial es solo la cuarta parte de la total).
- **En función del tiempo**, con $x = A\,\mathrm{sen}(\omega t + \varphi_0)$: $E_p = E_m\,\mathrm{sen}^2(\omega t + \varphi_0)$ y $E_c = E_m\cos^2(\omega t + \varphi_0)$. Las energías se repiten cada $T/2$: su periodo es la mitad que el del movimiento.
- **Qué cambia si cambias algo:** con m y A fijas, $E_m = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$ es proporcional a ω^2; con el mismo muelle, $E_m = \frac{1}{2}kA^2$ no depende de la masa. Antes de responder, di **qué se mantiene constante**.

QUÉ PASA CON LA ENERGÍA SI DUPLICAS LA AMPLITUD

Un oscilador masa-muelle pasa a oscilar con el doble de amplitud. ¿Qué les pasa a la energía mecánica y a la velocidad máxima? (Lo han preguntado Andalucía, reserva 2025, y Galicia, modelo 2025.)

Respuesta modelo

El muelle y la masa son los mismos, así que k y $\omega = \sqrt{k/m}$ no cambian. $E_m = \frac{1}{2}kA^2$: con $2A$, la energía se **multiplica por 4**. $v_{\max} = A\omega$: se **duplica**. El periodo no cambia.

Por qué puntúa. Justifica con la fórmula y di qué magnitudes no cambian: sin eso, en casi todas las comunidades la respuesta no puntúa.

MASA 4M Y AMPLITUD A/2 EN EL MISMO MUELLE (CASTILLA Y LEÓN 2026)

Un objeto de masa m unido a un muelle oscila con amplitud A. Compara su gráfica de energías con la de otro de masa 4m en el mismo muelle con amplitud A/2. ¿Cambia el periodo? (PAU Castilla y León 2026, ordinaria, C.2, obligatoria; 1 punto.)

Respuesta modelo

Con el mismo k: $E_m' = \frac{1}{2}k(A/2)^2 = E_m/4$. Las parábolas de E_p y E_c ahora van de $-A/2$ a $A/2$ y la recta de E_m está a un cuarto de la altura. La $E_p(x) = \frac{1}{2}kx^2$ es **la misma parábola** (no depende de la masa), solo que recortada. El periodo $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ sí cambia: con $4m$ se **duplica**.

Por qué puntúa. Dibuja las dos situaciones en los mismos ejes y marca -A/2, A/2 y Em/4.

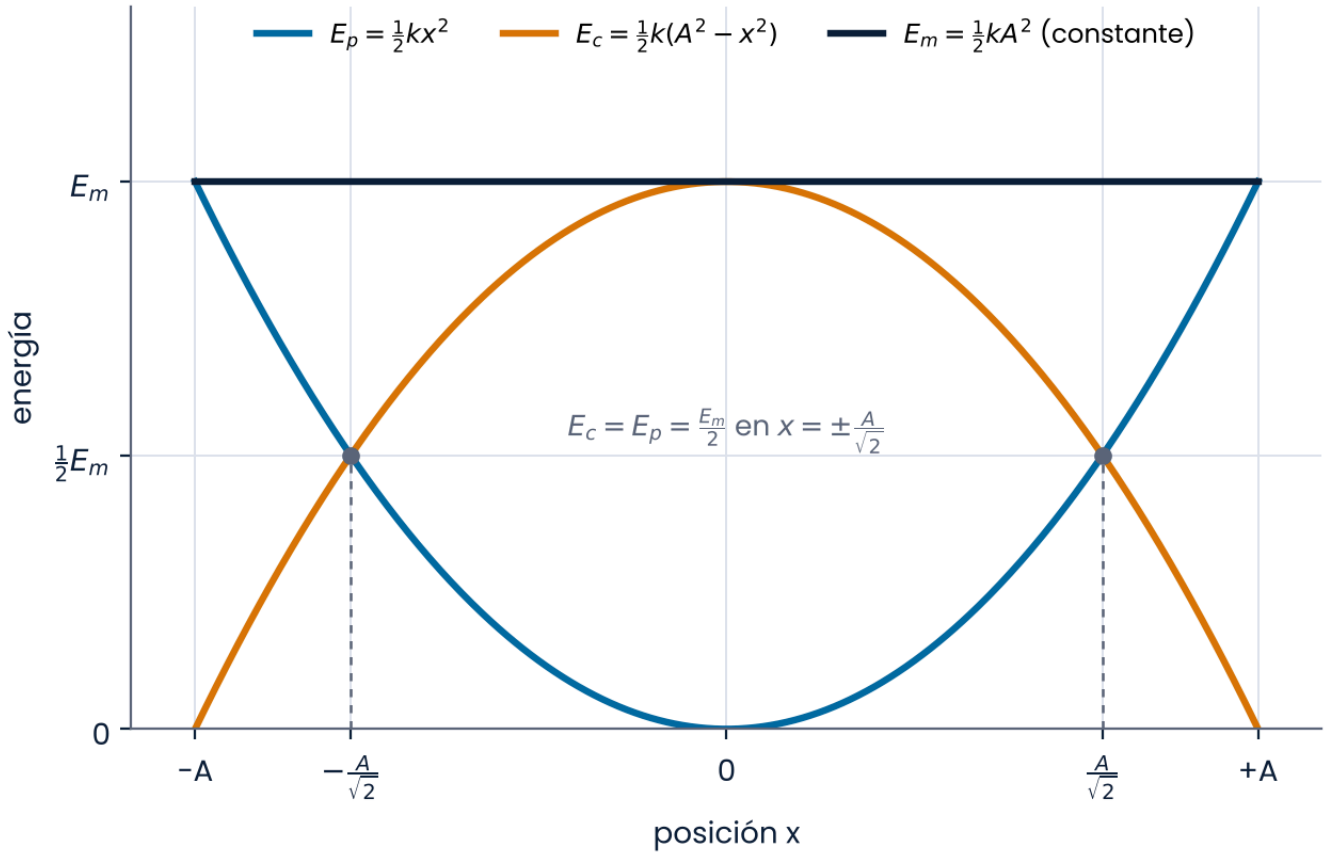
ENERGÍA Y VELOCIDAD EN UN PUNTO (MURCIA 2026 Y GALICIA 2026)

a) Una masa de 2,0 kg unida a un muelle de $k = 400$ N/m oscila horizontalmente con $A = 5$ cm. Calcula la energía mecánica y $|v|$ en $x = 3{,}0$ cm. (PAU Murcia 2026, ordinaria, 3-B.) b) Una partícula de 150 g tiene un MAS de amplitud 10 cm y energía mecánica 10 J. Calcula la constante recuperadora, la frecuencia y la velocidad en $x = A/2$. (PAU Galicia 2026, extraordinaria, 3.2.2.)

Respuesta modelo

a) $E_m = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \cdot 400 \cdot 0{,}05^2 = 0{,}50$ J. $|v| = \sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)} = \sqrt{200\,(0{,}0025 - 0{,}0009)} = 0{,}57$ m/s. b) $k = 2E/A^2 = 2 \cdot 10/0{,}10^2 = 2{,}0 \cdot 10^3$ N/m; $\omega = \sqrt{k/m} = 115$ rad/s y $f = 18{,}4$ Hz. En $x = A/2$: $v = \omega\sqrt{A^2 - A^2/4} = \frac{\sqrt{3}}{2}A\omega = 10{,}0$ m/s.

Por qué puntúa. Murcia usó el mismo planteamiento en 2025 con un puente colgante tratado como muelle ($k = 10^8$ N/m, $A = 10$ cm): $E = \frac{1}{2}kA^2 = 5 \cdot 10^5$ J.



Energías del MAS frente a la posición. La potencial es una parábola con mínimo en el equilibrio, la cinética una parábola invertida con máximo en el equilibrio y la mecánica una recta horizontal. Se cortan en x = ±A/√2, donde cada una vale la mitad de la mecánica.

7 El péndulo simple

Un **péndulo simple** es una masa puntual colgada de un hilo inextensible y sin masa, que oscila sin rozamiento. No es un MAS exacto: lo es **solo para ángulos pequeños**.

- **Fuerzas:** el peso $m\vec{g}$ y la tensión $\vec{T}$. Descompón el peso: $mg\cos\theta$ en la dirección del hilo y $mg\,\mathrm{sen}\,\theta$ tangente a la trayectoria, hacia el equilibrio. Esa componente tangencial es la fuerza recuperadora: $F_t = -mg\,\mathrm{sen}\,\theta$.
- **Aproximación de ángulos pequeños:** si θ (en radianes) es pequeño, $\mathrm{sen}\,\theta \approx \theta = s/L$, siendo s el arco desde la vertical. Entonces $F_t \approx -\dfrac{mg}{L}\,s$: una fuerza proporcional al desplazamiento y opuesta, como

la de un muelle con $k_{\text{equiv}} = mg/L$.

- **Resultado:**

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

El periodo **no depende de la masa** ni (para ángulos pequeños) **de la amplitud**. Solo de la longitud y de g: por eso un péndulo mide g y un reloj de péndulo se atrasa si el péndulo se alarga.

- La elongación se puede dar como ángulo ($\theta = \theta_0 \operatorname{sen}(\omega t + \varphi_0)$) o como desplazamiento ($x \approx L\theta$, en metros); los exámenes suelen dar la amplitud en centímetros.
- **La energía no necesita la aproximación:** al subir un ángulo θ_0, la masa sube $h = L(1 - \cos\theta_0)$ y, por conservación de la energía, $v_{\max} = \sqrt{2gL(1 - \cos\theta_0)}$, para cualquier ángulo.

Amplitud θ_0	Error de tomar sen θ ≈ θ	Periodo real frente a $2\pi\sqrt{L/g}$
5°	0,13 %	+0,05 %
10°	0,51 %	+0,19 %
15°	1,2 %	+0,43 %
30°	4,7 %	+1,7 %
45°	11 %	+4,0 %

Cálculo propio (periodo exacto con la integral elíptica completa de primera especie). Por debajo de unos 15° la fórmula del MAS es excelente; a 30° ya se nota.

PÉNDULO DE 87 CM (ARAGÓN 2025)

Un péndulo simple de 87 cm oscila con un ángulo muy pequeño. Calcula ω y T, escribe $x(t)$ si $A = 2$ cm y $x(0) = A$, y halla la velocidad al pasar por la vertical ($g = 9{,}8$ m/s²). (PAU Aragón 2025, extraordinaria, 3b.)

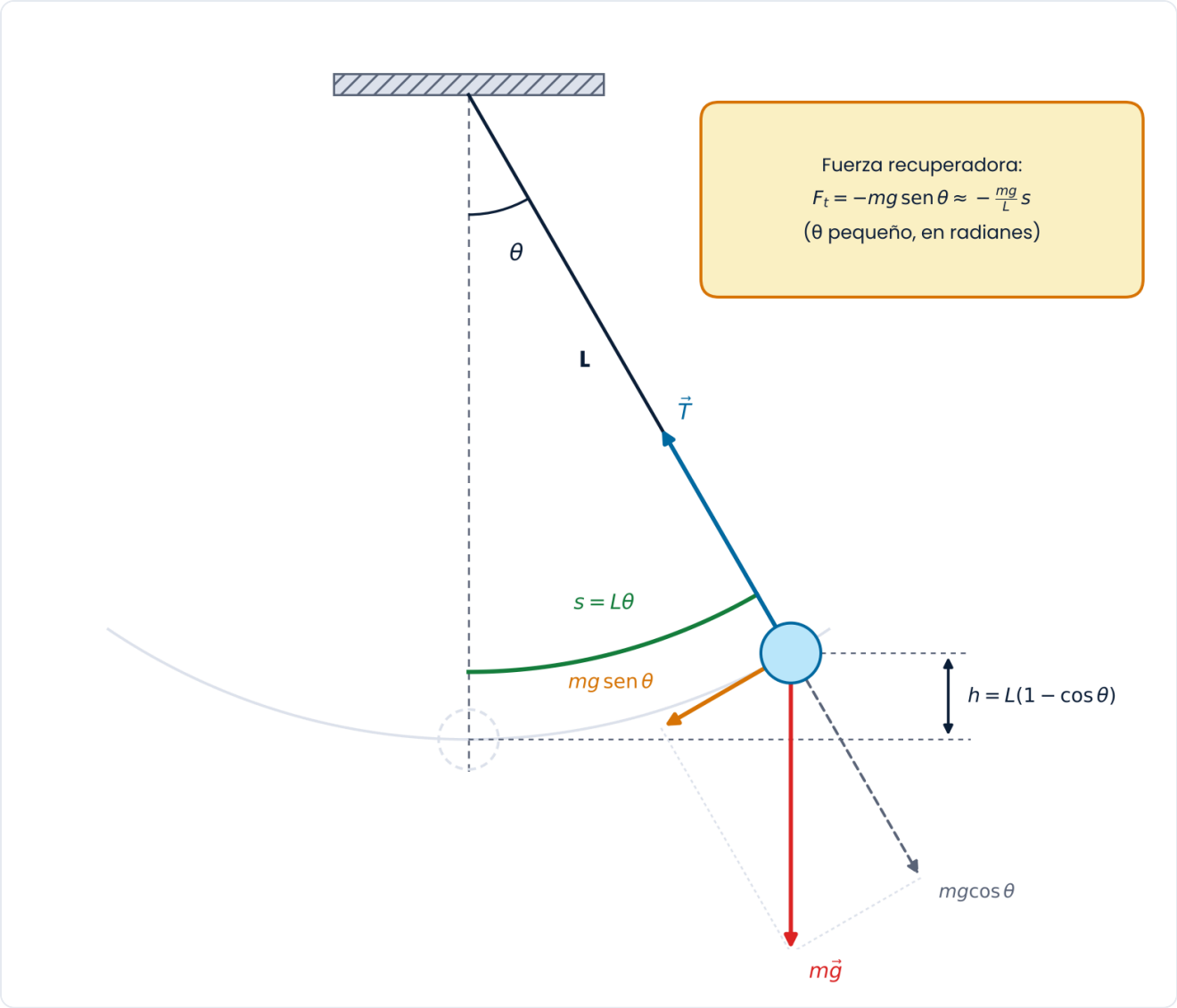
Respuesta modelo

$\omega = \sqrt{g/L} = \sqrt{9{,}8/0{,}87} = 3{,}36$ rad/s y $T = 2\pi/\omega = 1{,}87$ s. Empieza en el extremo: $x(t) = 2\cos(3{,}36\,t)$ cm. En la vertical la velocidad es máxima: $v_{\max} = A\omega = 2 \cdot 3{,}356 = 6{,}71$ cm/s.

Por qué puntúa. La solución oficial da 6,72 cm/s porque multiplica por ω ya redondeado (3,36); la diferencia es solo de redondeo. Además, la solución oficial escribe «0,0672 m/s²» por errata: es 0,0672 m/s (= 6,72 cm/s), una velocidad.

Extremadura y Andalucía

Extremadura excluye el péndulo en sus Aspectos curriculares orientativos del Bloque C (acuerdos de 12-03-2026, curso 2025-26): «Los ejemplos se referirán a muelles; no se incluye el caso de pequeñas oscilaciones del péndulo simple». Es la exclusión en 2025-26; pendiente de confirmar para 2027 (a 1 de noviembre de 2026 la UEx no ha publicado aspectos curriculares nuevos). **Andalucía**, al revés, añade en las orientaciones 2026-27 «Péndulos y muelles» a los saberes del MAS (en 2025-26 no estaba). En el resto, el péndulo entra: ha caído en Aragón (2025 y 2026), Cataluña (2025), Galicia (2025) y Castilla-La Mancha (2025).



Péndulo simple. El peso se descompone en mg cos θ, a lo largo del hilo, y mg sen θ, tangente a la trayectoria y hacia el equilibrio: esa es la fuerza recuperadora. El arco recorrido es s = Lθ y la altura que sube la masa es h = L(1 − cos θ).

8 Medir g con un péndulo y k con un muelle

Es la práctica de laboratorio que más cae en este tema: Cataluña (2025, extraordinaria) y Galicia (2025, ordinaria, y modelo 2027) la han puesto con una tabla de medidas, y Castilla-La Mancha (2025, ordinaria) con cuestiones sobre un péndulo de laboratorio (sin tabla). La clave es **linealizar**: $T = 2\pi\sqrt{L/g}$ no es una recta, pero $T^2 = \dfrac{4\pi^2}{g}L$ sí. Las herramientas generales (ajuste, incertidumbres) están en el Tema 1.

- **Muelle, método dinámico:** cuelgas masas distintas y mides el periodo. $T^2 = \dfrac{4\pi^2}{k}m$: la gráfica T^2 frente a m es una recta de pendiente $4\pi^2/k$.
- **Muelle, método estático:** mides el alargamiento con masas distintas. $\Delta l = \dfrac{g}{k}m$: la pendiente de Δl frente a m es g/k.
- Si la recta no pasa exactamente por el origen, no pasa nada: es el error experimental (o la masa del muelle, en el método dinámico). Dilo.
- **Incertidumbre:** Galicia exige en sus prácticas de 2027 un tratamiento sencillo: el valor medio de las medidas con su desviación típica como incertidumbre.

Mide el tiempo de 10 oscilaciones y divide entre 10: el error de poner en marcha y parar el cronómetro se reparte entre las 10. Galicia da así los datos: el tiempo de 10 oscilaciones para cada longitud.

↓

Completa la tabla con T² (s²), con las mismas cifras que los datos.

↓

Representa T² frente a L, con los ejes rotulados y con unidades y la escala aprovechando la cuadrícula. Dibuja la recta que mejor pasa entre los puntos y por el origen (no unas los puntos).

↓

Pendiente con dos puntos de la recta muy separados (no con dos medidas): pendiente = Δ(T²)/ΔL, en s²/m.

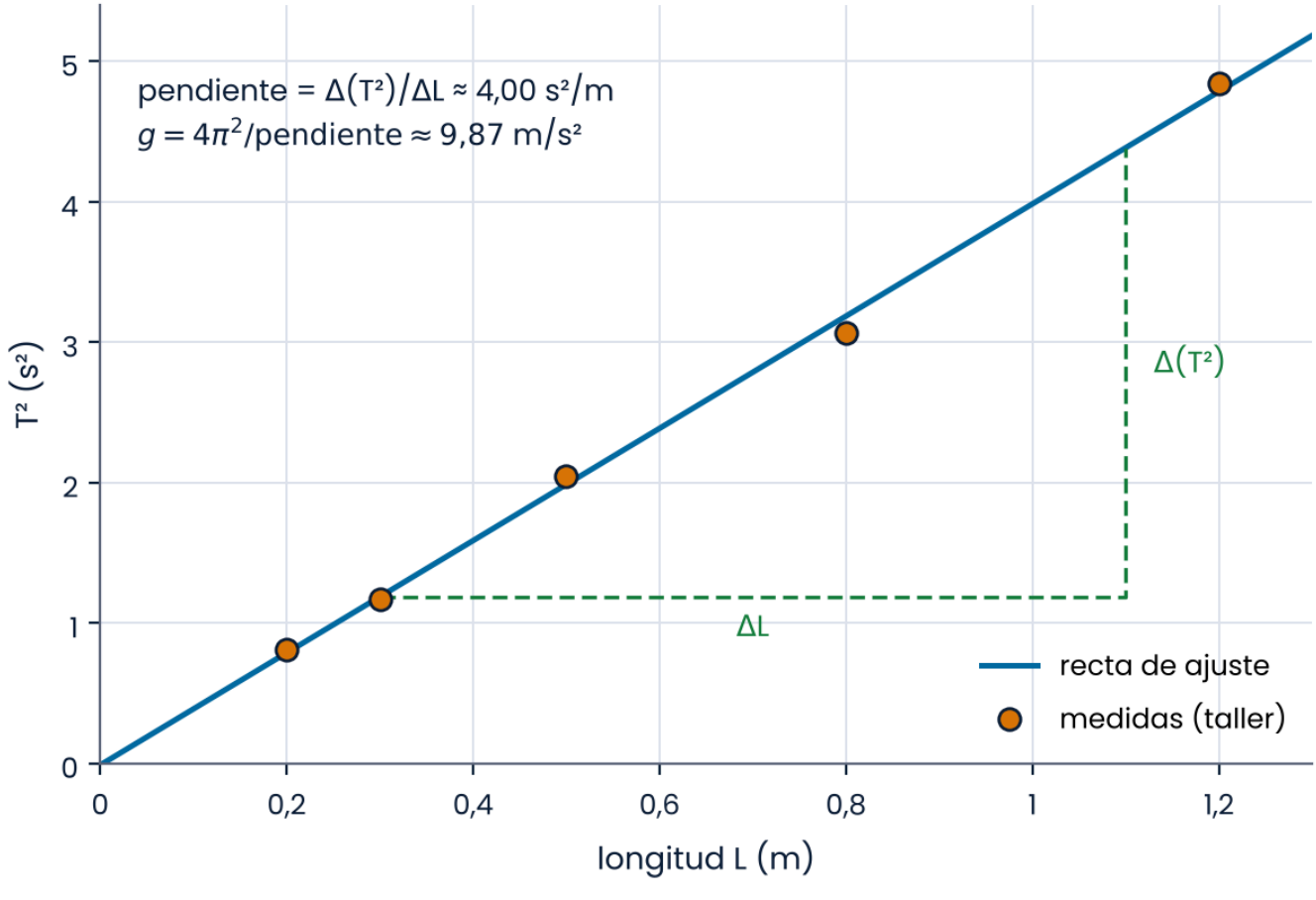
↓

Despeja

pendiente $= 4\pi^2/g \Rightarrow g = 4\pi^2/\text{pendiente}$. Comprueba que sale cerca de 9,8 m/s² (el valor estándar convencional es $g_n = 9{,}806\,65$ m/s²; el real cambia un poco con la latitud y la altitud).

Galicia, Canarias y Región de Murcia

Galicia publica para 2027 un documento con 12 prácticas que pueden caer, entre ellas el péndulo simple (medida de g) y la constante elástica de un muelle por los métodos estático y dinámico, con muelles en serie y en paralelo. La matriz de **Canarias** 2027 pide «Describe y diseña experiencias (sistemas masa-muelle y péndulo simple)». **Murcia**: si te piden una gráfica, serán como mucho 5 parejas de datos.



T² frente a L con los datos de Cataluña 2025 (extraordinaria). Los cinco puntos quedan alineados en una recta que pasa por el origen; su pendiente, ≈ 4,00 s²/m, da g = 4π²/pendiente ≈ 9,87 m/s². Lo resuelves paso a paso en el segundo ejercicio resuelto.

9 Qué te piden en tu comunidad

El MAS ha salido en 28 de las 68 convocatorias ordinarias y extraordinarias de 2025 y 2026, en 15 comunidades. Casi siempre es una opción a elegir dentro del bloque de vibraciones y ondas, así que puedes encontrarlo junto a una de ondas o de óptica.

Comunidad	Cómo ha caído en 2025–2026	Lo que tienes que saber
Andalucía	Ejercicio C a) obligatorio de la extraordinaria de 2026: gráfica de Ec, Ep y Em frente a x y qué pasa si se duplica ω. En las reservas, muelles.	Hay que deducir v y a máximas antes de usarlas; la ecuación del MAS, no. Novedad 2026-27: «Péndulos y muelles».
Aragón	Fase inicial con coseno (2025 ord.), péndulo de 87 cm (2025 extr.), péndulo de reloj (2026 ord.); muelles en los modelos. Siempre 0,75–1 punto.	Gráficas y esquemas a mano alzada: «No se podrá usar regla».
Asturias	No ha caído en 2025–2026.	Entra (ficha 2025-26, indicadores 42 y 43).
Illes Balears	Velocidad e instante de velocidad máxima de un MAS vertical en coseno (2026 ord., 1 punto).	Fase en grados → pásala a radianes. En 2027 el bloque C es «Vibracions i ones o òptica».
Canarias	Amplitud y fase inicial (2025 ord.); muelle con energías justificando las expresiones (2026 ord.).	Tres cifras significativas desde 2027. Matriz: masa-muelle y péndulo simple.
Cantabria	No ha caído en 2025–2026.	Entra; en la matriz de la UC el saber está en negro (no prioritario), que no es una exclusión.
Castilla-La Mancha	Péndulo de laboratorio (2025 ord.), muelle con x(t) en coseno (2026 ord., 2,5), cuerda elástica (2026 extr., 0,5); modelo 2027 con gráfica.	La orientación Crue (2025-26) concreta la energía «en los casos de una masa oscilante en un plano horizontal», sin «solo»: no es una limitación; el péndulo (2025 ord.) y la cuerda elástica vertical (2026 extr.) también han caído.
Castilla y León	Puenting (2025 extr.); gráfica de energías con 4m y A/2 (2026 ord., obligatoria).	Las representaciones gráficas puntúan aparte.
Cataluña	Péndulo con tabla T^2–L y energías (2025 extr.); sombras de un muelle y un disco (modelo 2025); vibrador del móvil, MAS y onda (2026 ord.).	Unidades mal u olvidadas: -0,25 por problema; 6 o más cifras, o solo 1: -0,1.
Comunitat Valenciana	x(t) en coseno (2025 ord.); gráfica x(t) (2025 extr.); muelle con figura de dos extremos (2026 extr.).	Planteamiento simbólico 60 %, resultado 40 %; usa la función que pide el enunciado (seno o coseno).
Extremadura	Muelle: T de +A a -A, A desde la energía, ecuación, v y a máximas (2026 ord.).	Péndulo excluido en 2025-26 (pendiente de confirmar para 2027). Se aceptan v y a máximas sin demostrar (criterios 2026).
Galicia	Péndulo con tabla T^2–L (2025 ord.); k, f y v en A/2 (2026 extr.).	Prácticas 2027: péndulo y muelles. Planteamiento 75 %, cálculo 25 %.
La Rioja	Muelle de k = 100 N/m estirado de 10 a 16 cm: fuerza, ω, x(t) y energía (2026 extr.).	«En los problemas de la prueba no se pedirán demostraciones» (guía 2025-26; pendiente de confirmar para 2027).
Comunidad de Madrid	Muelle: k desde la Ec, periodo y v en x = 2 cm (2025 extr.).	El Decreto 64/2022 (currículo de Madrid) nombra la energía del MAS; justifica las leyes que usas.
Región de Murcia	Puente colgante como muelle (2025 ord.); energía y v en un punto (2026 ord.).	No dan g: 9,8 m/s². En 2027 desaparece la frase del «plano horizontal».

Comunidad	Cómo ha caído en 2025–2026	Lo que tienes que saber
Navarra	Báscula de muelle (2025 ord.); vibrador de un móvil (2026 extr.).	Contextos reales; g la dan (g_o = 9,8 m/s²).
País Vasco	Amplitud desde Em y Fmáx, fase inicial (2025 extr.); muelle con Kmáx (2026 extr.).	Cálculo simbólico antes que numérico; unidades: -0,1.

Fuente: exámenes y criterios oficiales de 2025 y 2026 y documentos de cada comisión para 2026-27 (enlazados abajo). Que algo no haya caído no significa que no entre.

10 Ejercicio resuelto: amplitud, k y estado en t = 3 s de un muelle horizontal (País Vasco 2026)

PAU PAÍS VASCO 2026 · CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA · PROBLEMA 3 (BLOQUE C), OPCIÓN C1 (A ELEGIR ENTRE C1 Y C2; 2,5 PUNTOS)

Una masa m = 0,30 kg se encuentra sobre un plano horizontal sin rozamiento unida a un muelle horizontal. El sistema describe un movimiento vibratorio armónico. La energía cinética máxima de la masa es Kmáx = 15 J. Se sabe que la distancia entre las dos posiciones extremas (aquellas en las que la velocidad de la masa es nula) es de 50 cm. [El examen escribe los decimales con punto; aquí, con coma.]

a) Calcula la amplitud A del movimiento, la frecuencia angular ω y el período T. (1,00 puntos)

b) Determina la constante elástica k del muelle. (0,50 puntos)

c) Determina la posición, la velocidad y la aceleración de la masa en el instante t = 3 s, sabiendo que en t = 0 la masa tiene su energía cinética máxima y se mueve en el sentido positivo del eje x. (1,00 puntos)

Apartado a)

1. **La idea:** la distancia entre extremos da la amplitud; la energía cinética máxima, que es la energía mecánica, da ω porque $K_{\max} = \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$.
2. Los extremos están en $+A$ y $-A$: $2A = 0{,}50$ m, así que $A = 0{,}25$ m.
3. La energía cinética es máxima en el equilibrio, donde $v_{\max} = A\omega$:

$$K_{\max} = \tfrac{1}{2}m\omega^2 A^2 \;\Rightarrow\; \omega = \sqrt{\frac{2K_{\max}}{mA^2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 15}{0{,}30 \cdot 0{,}25^2}} = \sqrt{1600} = 40 \text{ rad/s}$$

4. Periodo: $T = \dfrac{2\pi}{\omega} = \dfrac{2\pi}{40} = 0{,}157$ s. (De paso: $v_{\max} = A\omega = 10$ m/s.)

SOLUCIÓN $A = 0{,}25$ m, $\omega = 40$ rad/s y $T = 0{,}157$ s: unas 6,4 oscilaciones por segundo.

Apartado b)

1. **La idea:** en un oscilador masa-muelle, $\omega = \sqrt{k/m}$, así que $k = m\omega^2$.
2. $k = m\omega^2 = 0{,}30 \cdot 40^2 = 480$ N/m.
3. Comprobación con la energía: en el extremo toda la energía es potencial, $E_m = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2} \cdot 480 \cdot 0{,}25^2 = 15$ J, que es $K_{\max}$. Cuadra.

SOLUCIÓN $k = 480$ N/m.

Apartado c)

1. **La idea:** primero la ecuación con su fase inicial; luego sustituyes $t = 3$ s con la calculadora **en radianes**.
2. En $t = 0$ la energía cinética es máxima: está en el **equilibrio** ($x_0 = 0$) y se mueve hacia $+x$ ($v_0 > 0$). Con seno, $\varphi_0 = 0$:

$$x(t) = 0{,}25\,\text{sen}(40t)\ \text{m}$$

   (Con coseno sería $x = 0{,}25\cos(40t - \pi/2)$: es la misma función.)
3. Derivando: $v(t) = A\omega\cos(\omega t) = 10\cos(40t)$ m/s y $a(t) = -A\omega^2\,\text{sen}(\omega t) = -400\,\text{sen}(40t)$ m/s².
4. En $t = 3$ s la fase vale $40 \cdot 3 = 120$ rad (unas 19,1 oscilaciones). $\text{sen}(120\ \text{rad}) = 0{,}581$ y $\cos(120\ \text{rad}) = 0{,}814$.
5. $x(3) = 0{,}25 \cdot 0{,}581 = 0{,}145$ m; $v(3) = 10 \cdot 0{,}814 = 8{,}14$ m/s; $a(3) = -\omega^2 x = -1600 \cdot 0{,}145 = -232$ m/s².
6. Comprobación sin la fase: $v^2 = \omega^2(A^2 - x^2) = 1600\,(0{,}0625 - 0{,}0211) = 66{,}3$, de donde $|v| = 8{,}14$ m/s. Cuadra.

SOLUCIÓN En $t = 3$ s: $x = 0{,}145$ m, $v = 8{,}14$ m/s y $a = -232$ m/s². La masa está en el lado positivo alejándose del equilibrio ($v > 0$) y frenando: la aceleración apunta hacia el equilibrio ($a < 0$). Coincide con la solución oficial.

Lo que puntúa. Los criterios oficiales reparten 4 × 0,25 en a) (amplitud, «Energía: Kmáx = ½mω²A² = 15 J», frecuencia angular y periodo), 0,25 + 0,25 en b) («Fórmula: k = mω²» y el cálculo; admiten la alternativa con la energía) y 4 × 0,25 en c) (ecuación del movimiento, x(3), v(3) y a(3)), con la «Ecuación tipo seno: x(t) = 0.25sen(40t)». Criterios generales: «Cálculo simbólico antes que numérico», «Unidades ausentes o incorrectas: -0.1 puntos» y «Errores de redondeo y cifras significativas: -0.1 puntos». Si un apartado usa un resultado anterior, se corrige con tu valor, «salvo resultado físicamente absurdo».

Error típico que te quita puntos. Calcular con la calculadora en grados: sen(120°) = 0,866 da x = 0,217 m y todo el apartado c) sale mal. También tomar A = 0,50 m (la distancia entre extremos es 2A) y poner la fase π/2, que correspondería a empezar en un extremo, cuando el enunciado dice que en t = 0 la energía cinética es máxima.

11 Ejercicio resuelto: medir g con un péndulo y su energía (Cataluña 2025)

PAU CATALUÑA 2025 · CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA · EJERCICIO 3, OPCIÓN A (A ELEGIR ENTRE A Y B; 2,5 PUNTOS; VERSIÓN EN CASTELLANO PUBLICADA POR LA COMISIÓN)

En el taller del instituto se diseña un péndulo con un soporte y un peso que cuelga de un hilo de longitud L y de masa despreciable. Cuando se toman medidas del periodo T de este péndulo en función de la longitud del hilo, se obtienen los siguientes datos: [Tabla: Longitud L (m): 0,20 | 0,30 | 0,50 | 0,80 | 1,20. Periodo T (s): 0,90 | 1,08 | 1,43 | 1,75 | 2,20. T² (s²): fila en blanco.] Dato: El péndulo describe un movimiento armónico simple de periodo $T = 2\pi\sqrt{L/g}$. [El examen trae una cuadrícula para la gráfica.]

a) Rellene la tercera fila de la tabla anterior con los valores del periodo al cuadrado. Represente T²(L) en la cuadrícula de abajo y justifique por qué los puntos están alineados. Calcule la pendiente de este gráfico. A partir del resultado, calcule también la intensidad del campo gravitatorio. (1,25 puntos)

b) Se deja caer el péndulo de 1,50 kg de masa desde un ángulo de 30° respecto a la vertical y se considera despreciable el rozamiento con el aire. Teniendo en cuenta que la longitud del péndulo es de 1,00 m, calcule las energías potencial y cinética máximas y la energía mecánica del péndulo, así como la velocidad máxima que alcanzará. Elija como referencia de energía potencial cero la posición de equilibrio. (1,25 puntos)

Apartado a)

1. **La idea:** $T = 2\pi\sqrt{L/g}$ no es lineal en L, pero elevando al cuadrado sí: $T^2 = \dfrac{4\pi^2}{g}L$. Si g es constante, T^2 es proporcional a L y los puntos caen en una **recta que pasa por el origen** de pendiente $4\pi^2/g$. Esa es la justificación que piden.
2. Tercera fila (T^2, en s²): $0{,}90^2 = 0{,}81$; $1{,}08^2 = 1{,}17$; $1{,}43^2 = 2{,}04$; $1{,}75^2 = 3{,}06$; $2{,}20^2 = 4{,}84$.
3. Gráfica: L en el eje horizontal (0 a 1,2 m) y T² en el vertical (0 a 5 s²), ejes con nombre y unidades, los cinco puntos y la recta que mejor pasa entre ellos y por el origen (como en la figura de la sección «Medir g con un péndulo»).
4. Pendiente con dos puntos de la recta bien separados, por ejemplo el origen y $(1{,}20\ \text{m};\ 4{,}80\ \text{s}^2)$:

$$\text{pendiente} = \frac{\Delta(T^2)}{\Delta L} = \frac{4{,}80}{1{,}20} = 4{,}00\ \text{s}^2/\text{m}$$

   (Un ajuste por mínimos cuadrados da 4,00 s²/m con una ordenada en el origen de -0,01 s², despreciable; con esa pendiente sale g = 9,88 m/s²: es la misma medida.)

5. $$g = \frac{4\pi^2}{\text{pendiente}} = \frac{4\pi^2}{4{,}00} = 9{,}87\ \text{m/s}^2$$

SOLUCIÓN T^2: 0,81; 1,17; 2,04; 3,06; 4,84 s². Pendiente $\approx 4{,}00$ s²/m y $g \approx 9{,}87$ m/s², muy cerca del valor estándar ($9{,}806\,65$ m/s²): la medida es buena.

Apartado b)

1. **La idea:** sin rozamiento la energía mecánica se conserva. En el punto de partida la velocidad es nula: toda la energía es potencial. En el punto más bajo la potencial es cero: toda es cinética.
2. Altura que sube la masa respecto al punto más bajo: $h = L(1 - \cos\theta_0) = 1{,}00 \cdot (1 - \cos 30°) = 0{,}134$ m.
3. El enunciado no da g: usa $9{,}8$ m/s² (o el $9{,}87$ m/s² del apartado a; los criterios aceptan los dos). $E_{p,\text{max}} = mgh = 1{,}50 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}134 = 1{,}97$ J.
4. $E_m = E_c + E_p = 0 + 1{,}97 = 1{,}97$ J, constante. En el punto más bajo: $E_{c,\text{max}} = E_m = 1{,}97$ J.
5. $$v_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2E_{c,\text{max}}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}97}{1{,}50}} = 1{,}62\ \text{m/s}$$

   (con $g = 9{,}87$ m/s²: $E = 1{,}98$ J y $v = 1{,}63$ m/s).

6. **Ojo con los 30°:** este cálculo por energía es exacto para cualquier ángulo. La fórmula del MAS, $v_{\max} = \omega L\theta_0 = \sqrt{gL}\,\theta_0$ (con $\theta_0 = 0{,}524$ rad), daría 1,64 m/s, un 1 % más, porque 30° ya no es un ángulo pequeño. Por la misma razón, el periodo real a 30° es un 1,7 % mayor que $2\pi\sqrt{L/g}$.

SOLUCIÓN $E_{p,\max} = E_{c,\max} = E_m = 1{,}97$ J y $v_{\max} = 1{,}62$ m/s, en el punto más bajo. Coincide con la solución oficial.

Lo que puntúa. Criterios oficiales (traducidos del catalán): en a), 0,15 por rellenar la tabla, 0,5 por la «representació gràfica correctament escalada, amb títols i unitats» (representación gráfica correctamente escalada, con títulos y unidades), 0,3 por justificar con $T^2 = (4\pi^2/g)L$ que la gráfica «ha de ser una recta que passa per l'origen» (ha de ser una recta que pasa por el origen), 0,15 por la pendiente (4,00 s²/m) y 0,15 por g = 9,87 m/s². En b), 0,5 por h y Ep = 1,97 J, y 0,25 por cada uno de Em, Ec máxima y v = 1,62 m/s; «no s'ha de penalitzar l'estudiant que faci servir com a valor de g l'obtingut en l'apartat anterior» (no se penaliza usar la g del apartado anterior). Generales: uno o más errores u olvidos de unidades, -0,25 en el problema; resultados con 6 o más cifras significativas o con una sola, -0,1; «Una resposta correcta sense raonament ni justificació es pot valorar amb un 0» (una respuesta correcta sin razonamiento ni justificación se puede valorar con un 0).

Error típico que te quita puntos. Calcular la altura como h = L sen 30° (eso es la separación horizontal, 0,50 m) o como h = L cos 30°; unir los puntos de la gráfica con una línea quebrada en vez de trazar la recta; y sacar la pendiente con dos medidas en lugar de con dos puntos de la recta.

12 Ejercicio resuelto: k, energía y nueva ecuación de un muelle en coseno (Castilla-La Mancha 2026)

PAU CASTILLA-LA MANCHA 2026 · CONVOCATORIA ORDINARIA · APARTADO C, PREGUNTA C2.A (A ELEGIR ENTRE C2.A Y C2.B; 2,5 PUNTOS)

Una partícula de masa, $m = 0{,}1$ kg, oscila, al estar unida a un muelle, con movimiento armónico simple (MAS). La posición de la partícula en función del tiempo queda determinada por la ecuación $x(t) = 10\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \pi\right)$ cm. Se pide: [El examen escribe los decimales con punto; aquí, con coma.]

a) Determinar la constante elástica del muelle y hallar la energía cinética y la velocidad de la partícula cuando la partícula pasa por el punto intermedio de la oscilación. (1,25 puntos)

b) Para el mismo sistema, encontrar la ecuación de la posición de la partícula, x(t), en caso de que la velocidad en el punto intermedio fuera de 20π cm/s. (1,25 puntos)

Apartado a)

1. **La idea:** de la ecuación lees A y ω; con ω y m sacas k; el «punto intermedio» de la oscilación es el **equilibrio** ($x = 0$), donde toda la energía es cinética.
2. Comparando con $x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$: $A = 10$ cm $= 0{,}10$ m, $\omega = \pi/2$ rad/s y $\varphi_0 = \pi$ (en $t = 0$ está en $x = -A$, el extremo negativo). Periodo: $T = 2\pi/\omega = 4$ s.
3. $k = m\omega^2 = 0{,}1 \cdot (\pi/2)^2 = 0{,}247$ N/m.
4. Por conservación de la energía entre el extremo (solo potencial) y el centro (solo cinética):

$$E_c = \tfrac{1}{2}kA^2 = \tfrac{1}{2} \cdot 0{,}247 \cdot 0{,}10^2 = 1{,}23 \cdot 10^{-3}\ \text{J}$$

5. $E_c = \tfrac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2E_c/m} = \sqrt{2 \cdot 1{,}23 \cdot 10^{-3}/0{,}1} = 0{,}157$ m/s. Es lo mismo que $v_{\max} = A\omega = 0{,}10 \cdot \pi/2 = 0{,}157$ m/s ($= 5\pi$ cm/s).

SOLUCIÓN $k = 0{,}247$ N/m; en el punto de equilibrio $E_c = 1{,}23 \cdot 10^{-3}$ J y $|v| = 0{,}157$ m/s (la velocidad máxima).

Apartado b)

1. **La idea:** es «el mismo sistema»: misma masa y mismo muelle, así que $\omega = \sqrt{k/m}$ **no cambia**. Lo que cambia con la velocidad en el centro es la **amplitud**.
2. $v_{\max} = A'\omega \Rightarrow A' = \dfrac{v_{\max}}{\omega} = \dfrac{20\pi \text{ cm/s}}{\pi/2 \text{ rad/s}} = 40 \text{ cm} = 0{,}40 \text{ m}$. (Con energía: $\frac{1}{2}kA'^2 = \frac{1}{2}mv_{\max}^2$, que da lo mismo.)
3. Falta la fase inicial: el enunciado no dice dónde está en $t = 0$. Si suponemos, como la solución oficial, que sigue empezando en el extremo negativo, $\varphi_0 = \pi$ y
$$x(t) = 40\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \pi\right) \text{ cm}$$
4. Escribe esa suposición: con otra condición inicial la fase sería otra, pero A' y ω no cambian.

SOLUCIÓN $x(t) = 40\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \pi\right)$ cm: el mismo periodo (4 s) con el cuádruple de amplitud, porque la velocidad máxima es cuatro veces mayor (20π frente a 5π cm/s). Coincide con la solución oficial.

Lo que puntúa. Criterios oficiales: en a), 0,50 por la constante elástica (ω = π/2 y k = mω² = 2,47·10⁻¹ N/m), 0,50 por «Identificar y obtener la energía cinética en el punto intermedio de la oscilación (x=0)» por conservación de la energía (1,23·10⁻³ J) y 0,25 por la velocidad (0,157 m/s). En b), 0,25 por «Identificar que como es el mismo muelle la frecuencia angular del MAS ω no cambia», 0,50 por la nueva amplitud (40 cm) y 0,50 por la ecuación «(suponiendo que no hay cambio de fase)». Generales: «se valora conocer (o deducir) la expresión matemática necesaria, por un lado, y el valor numérico final por otro»; «La puntuación de los ejercicios se realizará en múltiplos de 0.25 puntos», y cada tres faltas de ortografía se restan 0,25 (hasta 1 punto).

Error típico que te quita puntos. Cambiar ω en el apartado b) porque «cambia la velocidad», o creer que el «punto intermedio» es x = A/2. También dejar la amplitud en centímetros al calcular la energía en julios: con A = 10 sale una energía 10 000 veces mayor.

Conceptos clave

Movimiento oscilatorio
Movimiento periódico de vaivén alrededor de una posición de equilibrio.

Movimiento armónico simple (MAS)
Movimiento oscilatorio producido por una fuerza recuperadora proporcional a la elongación, $F = -kx$. Su posición es $x = A\,\text{sen}(\omega t + \varphi_0)$ y su aceleración, $a = -\omega^2 x$.

Elongación
Posición del cuerpo respecto al equilibrio en cada instante, con su signo.

Amplitud
Elongación máxima, A. La distancia entre los dos extremos es 2A.

Periodo
Tiempo que tarda una oscilación completa, T (s). De un extremo al otro se tarda T/2.

Frecuencia
Número de oscilaciones por segundo: f = 1/T, en hercios (Hz).

Frecuencia angular

$\omega = 2\pi f = 2\pi/T$, en rad/s. En un muelle, $\omega = \sqrt{k/m}$; en un péndulo simple, $\omega = \sqrt{g/L}$.

Fase inicial

Valor de la fase $\omega t + \varphi_0$ en $t = 0$. Fija dónde está el cuerpo y hacia dónde se mueve al empezar a contar el tiempo; depende de si usas seno o coseno.

Ley de Hooke

La fuerza de un muelle es proporcional a su deformación y de sentido contrario: $F = -kx$.

Constante elástica

k, en N/m: la fuerza por unidad de deformación de un muelle. En un MAS, $k = m\omega^2$.

Fuerza recuperadora

Fuerza que apunta siempre hacia la posición de equilibrio. Si es proporcional a la elongación, el movimiento es un MAS.

Isocronismo

Propiedad del MAS: el periodo no depende de la amplitud. En el péndulo simple solo se cumple para ángulos pequeños.

Péndulo simple

Masa puntual colgada de un hilo inextensible y sin masa. Para ángulos pequeños hace un MAS de periodo $T = 2\pi\sqrt{L/g}$, independiente de la masa.

Energía mecánica del oscilador

$E_m = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$: constante sin rozamiento y proporcional al cuadrado de la amplitud.

MODO PAU

Siete claves que valen puntos

Radianes

La fase $\omega t + \varphi_0$ va en **radianes**: calculadora en RAD. Si la fase inicial viene en grados (Illes Balears 2026), pásala a radianes antes de sumar.

Fase inicial

Sácala de x_0 **y** del signo de v_0. Seno o coseno, los dos valen; di cuál usas y **comprueba en** $t = 0$.

Medio periodo

De un extremo al otro hay **T/2**, y la distancia entre extremos es **2A**. Es la trampa más repetida (Extremadura 2026, País Vasco 2026, Comunitat Valenciana 2026).

k = mω²

Con $\omega = 2\pi/T$ en rad/s, **no con** f. En el muelle vertical, $k = mg/\Delta l$ (método estático) y la amplitud se mide desde el nuevo equilibrio.

Deduce

$v_{\max} = A\omega$ y $a_{\max} = A\omega^2$ se obtienen derivando $x(t)$: **Andalucía** exige deducirlas; en caso de duda, deduce siempre.

Energía

$E_m = \frac{1}{2}kA^2$ constante; $E_p = \frac{1}{2}kx^2$; $E_c = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$. Al razonar «qué pasa si se duplica…», di **qué se mantiene constante**.

Péndulo

$T = 2\pi\sqrt{L/g}$ solo para **ángulos pequeños** y sin depender de la masa. Para medir g: T^2 **frente a** L, pendiente $4\pi^2/g$. Extremadura lo excluye en 2025-26 (pendiente de confirmar para 2027); Andalucía lo añade en 2026-27.

Cómo te lo pueden preguntar

- Problema de un muelle (masa-muelle horizontal o vertical): k, ω, T, la ecuación $x(t)$ con su fase inicial, velocidad y aceleración en un instante o en una posición, valores máximos y energías. El MAS sale en 28 de las 68 convocatorias ordinarias y extraordinarias de 2025 y 2026, en 15 comunidades (no ha caído en Asturias ni en Cantabria), y la mayoría de esas preguntas son de muelles.
- Energía del oscilador: calcular E_m, E_c y E_p en un punto, o representarlas frente a la posición y razonar qué pasa si se duplican la amplitud, la masa o la frecuencia angular. Ha sido obligatoria en Andalucía (2026, extraordinaria: el bloque C era el obligatorio) y en Castilla y León (2026, ordinaria: una de las dos preguntas obligatorias del apartado 1).
- Péndulo simple: periodo, frecuencia angular, ecuación y velocidad en la vertical (Aragón 2025 y 2026), o la práctica de laboratorio con tabla y gráfica T^2 frente a L para medir g (Cataluña 2025, Galicia 2025 y su modelo 2027); Castilla-La Mancha 2025 preguntó el péndulo de laboratorio con cuestiones, sin tabla.
- Gráfica $x(t)$: leer de ella amplitud, periodo y fase, o dibujarla señalando A, T y el instante de velocidad máxima (Comunitat Valenciana 2025 y 2026, Castilla-La Mancha y Aragón en sus modelos).
- Contextos reales que se resuelven como un muelle: báscula de una lonja y vibrador de un móvil (Navarra), puenting (Castilla y León), atracción de feria (Castilla-La Mancha), puente colgante (Murcia), reloj de péndulo (Aragón).

No lo confundas

- **Frecuencia con frecuencia angular:** f en Hz y $\omega = 2\pi f$ en rad/s. En $k = m\omega^2$ y en $T = 2\pi/\omega$ va ω.
- **Periodo con «de extremo a extremo»:** ir de +A a -A es medio periodo; ida y vuelta, un periodo.
- **Amplitud con distancia entre extremos:** si los extremos están separados 50 cm, A = 25 cm.
- **Dónde es máxima cada cosa:** la velocidad, en el centro; la aceleración y la fuerza, en los extremos (donde la velocidad es cero).
- **Fase con seno y fase con coseno:** para el mismo movimiento difieren en $\pi/2$. «Se suelta desde el extremo positivo» es $\varphi_0 = \pi/2$ con seno y $\varphi_0 = 0$ con coseno.
- **Posición donde $E_c = E_p$ con $A/2$:** son iguales en $x = \pm A/\sqrt{2}$; en $x = A/2$ la potencial es $E_m/4$ y la cinética $3E_m/4$.
- **Estiramiento estático con amplitud en un muelle vertical:** $\Delta l = mg/k$ fija el equilibrio; la amplitud se mide desde ahí.
- **Periodo del muelle con periodo del péndulo:** $T = 2\pi\sqrt{m/k}$ depende de la masa; $T = 2\pi\sqrt{L/g}$, no.

Ponte a prueba

PAU Andalucía 2026 (extraordinaria), Ejercicio C (Vibraciones y ondas), apartado a) (en esa convocatoria el C era el ejercicio obligatorio; el apartado a) vale 1 punto y el b), de ondas, 1,5). a) i) (0,5 puntos) Represente gráficamente, en función de la posición, las energías cinética, potencial y mecánica de una partícula que vibra con movimiento armónico simple. ii) (0,5 puntos) ¿Se duplicaría la energía mecánica de la partícula si se duplicase la frecuencia angular del movimiento armónico simple? Razone la respuesta.

Solución: i) Con el origen de energía potencial en el equilibrio: $E_p = \frac{1}{2}kx^2$ es una parábola con mínimo nulo en $x = 0$ y valor $\frac{1}{2}kA^2$ en $x = \pm A$; $E_c = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$ es una parábola invertida, máxima en $x = 0$ y nula en los extremos; $E_m = \frac{1}{2}kA^2$ es una recta horizontal (se conserva porque la fuerza elástica es conservativa). Las parábolas se cortan en $x = \pm A/\sqrt{2}$, a la altura $E_m/2$ (como en la figura de la sección de energía). **ii)** $E_m = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$. Para la misma partícula (m fija) y la misma amplitud, la energía es proporcional a ω^2: al duplicar ω se **cuadruplica**, no se duplica. (Duplicar ω con la misma masa exige un muelle con k cuatro veces mayor, porque $k = m\omega^2$.)

PAU Comunidad de Madrid 2025 (extraordinaria), Pregunta 3.A (bloque Vibraciones y ondas, a elegir entre 3.A y 3.B; 2,5 puntos). Un muelle de constante elástica k tiene uno de sus extremos unido a una pared y el otro unido a un bloque de masa m. El bloque se mueve sobre una superficie horizontal sin rozamiento. Si el bloque se separa una distancia de 5 cm con respecto a la posición de equilibrio y se suelta, se observa que su energía cinética al pasar por el punto de equilibrio es 0,02 J. a) (1 punto) Determine la constante elástica del muelle, k. b) (1,5 puntos) Si la masa del bloque es m = 4 kg, calcule el periodo de las oscilaciones y el módulo de la velocidad del bloque cuando el desplazamiento con respecto al punto de equilibrio sea x = 2 cm.

Solución: a) Se suelta desde 5 cm con velocidad nula: $A = 0{,}05$ m. Sin rozamiento la energía se conserva: $\frac{1}{2}kA^2 = E_c(\text{equilibrio}) \Rightarrow k = \dfrac{2E_c}{A^2} = \dfrac{2 \cdot 0{,}02}{0{,}05^2} = 16$ N/m. **b)** $T = 2\pi\sqrt{m/k} = 2\pi\sqrt{4/16} = \pi = 3{,}14$ s. Conservación de la energía entre el extremo y $x = 0{,}02$ m: $\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)} = \sqrt{\frac{16}{4}(0{,}05^2 - 0{,}02^2)} = 9{,}17 \cdot 10^{-2}$ m/s. Coincide con la solución oficial.

PAU Aragón 2026 (ordinaria), Bloque 3, pregunta 3c) (se contesta la 3a obligatoria y dos de 3b, 3c y 3d; 1 punto). Dato del bloque: aceleración de la gravedad (g): 9,8 m/s². El reloj de mis abuelos tiene un péndulo que mide 40 cm de longitud. ¿Cuál es su periodo natural de oscilación para pequeñas oscilaciones? (0,5 puntos). Si por algún motivo, la longitud del péndulo se alarga 3 cm, ¿Cuál sería la nueva frecuencia angular de oscilación? (0,5 puntos).

Solución: Para pequeñas oscilaciones el péndulo simple hace un MAS con $\omega = \sqrt{g/L}$ y $T = 2\pi\sqrt{L/g}$. **Periodo:** $T = 2\pi\sqrt{0{,}40/9{,}8} = 1{,}27$ s. **Alargado 3 cm** ($L' = 0{,}43$ m): $\omega' = \sqrt{g/L'} = \sqrt{9{,}8/0{,}43} = 4{,}77$ rad/s (antes era $\sqrt{9{,}8/0{,}40} = 4{,}95$ rad/s). Con más longitud, menor frecuencia y mayor periodo ($T' = 1{,}32$ s): el reloj **se atrasa**. Coincide con la solución oficial (1,27 s y 4,77 rad/s).

Fuentes

1. Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato (Física, bloque C «Vibraciones y ondas»: movimiento oscilatorio)
2. PAU País Vasco 2026, extraordinaria: examen de Física
3. PAU País Vasco 2026, extraordinaria: solucionario y criterios de Física
4. PAU Cataluña 2025, extraordinaria: examen de Física (versión en castellano)
5. PAU Cataluña 2025, extraordinaria: criterios de corrección de Física (en catalán)
6. PAU Cataluña 2025, modelo de examen (Sèrie 0): examen de Física (en catalán)
7. PAU Cataluña 2025, modelo de examen (Sèrie 0): criterios de corrección de Física (en catalán)
8. PAU Castilla-La Mancha 2026, ordinaria: examen de Física
9. PAU Castilla-La Mancha 2026, ordinaria: criterios de corrección de Física
10. PAU Andalucía 2026, extraordinaria: examen de Física
11. PAU Andalucía 2026, extraordinaria: criterios de corrección de Física
12. PAU Comunidad de Madrid 2025, extraordinaria: examen, criterios y soluciones de Física
13. PAU Aragón 2026, ordinaria: examen y criterios específicos de Física
14. Distrito Único Andaluz: Directrices y orientaciones generales PAU – Física, curso 2026-27
15. Universidad de Extremadura: Aspectos curriculares orientativos de Física, Bloque C. Vibraciones y ondas (acuerdos de 12-03-2026)
16. Crue: Propuesta de Orientación de la Materia Física, curso 2025/2026 (publicada por la UCLM)
17. Universidad de Murcia: Especificaciones para el ejercicio de Física PAU 2027
18. CiUG (Galicia): PAU 2027. Prácticas de Física 2.º de Bachillerato (20-10-2026)
19. Gobierno de Canarias: Matriz de especificaciones PAU 2027 (Física)
20. Universitat de les Illes Balears: criterios de corrección de Física, junio de 2026
21. NIST, CODATA: aceleración estándar de la gravedad, g_n = 9,806 65 m/s² (valor exacto convencional)
22. P. A. Tipler y G. Mosca, Física para la ciencia y la tecnología, vol. 1, Reverté (capítulo de oscilaciones: MAS, energía, péndulo simple y corrección de amplitud grande)

Imágenes: Farmeando PAU: Farmeando PAU, esquema de elaboración propia (Python y matplotlib). · Farmeando PAU: Farmeando PAU, esquema de elaboración propia (Python y matplotlib). · Farmeando PAU: Farmeando PAU, esquema de elaboración propia (Python y matplotlib). · Farmeando PAU: Farmeando PAU, esquema de elaboración propia (Python y matplotlib). · Farmeando PAU: Farmeando PAU, esquema de elaboración propia (Python y matplotlib).

Apuntes de Farmeando PAU · farmeandopau.com · Revisados frente a fuentes. Última revisión: 1 de noviembre de 2026. Licencia CC BY-NC-ND 4.0: puedes copiarlo y compartirlo citándonos, sin uso comercial ni cambios (las imágenes, con su propia licencia). ¿Un error? Avísanos desde la página del tema. Cómo los hacemos: farmeandopau.com/metodologia.