Energía potencial y potencial gravitatorio, velocidad de escape

Test de 10 preguntas y flashcards de este tema en **farmeandopau.com** ›

Última revisión: 1 de noviembre de 2026.

Escanea y haz el test del tema

LA IDEA EN 30 SEGUNDOS

La fuerza gravitatoria es **conservativa**: su trabajo solo depende de los puntos inicial y final, y eso permite definir la **energía potencial** $E_p = -GMm/r$ (negativa, con el cero en el infinito) y el **potencial** $V = -GM/r$, que con varias masas se suma sin vectores. Con ellos calculas el **trabajo** entre dos puntos y su signo, y con la **conservación de la energía**, alturas máximas, velocidades de impacto y la **velocidad de escape** $v_e = \sqrt{2GM/R}$, que hay que saber deducir. El tema sale en **50 de las 68 convocatorias**, en las 17 comunidades.

1 Fuerzas centrales y conservativas

La fuerza gravitatoria (Tema 3) tiene dos propiedades que lo explican todo en este tema: es **central** y es **conservativa**. Gracias a la segunda se puede definir una energía potencial, y con ella resolver casi cualquier problema de caídas, lanzamientos y escapes sin tocar un vector.

- **Fuerza central:** su dirección pasa siempre por un punto fijo (el centro de la masa que la crea). La gravitatoria, además, tiene un módulo que solo depende de la distancia r a ese punto: $\vec{F} = -\dfrac{GMm}{r^2}\,\vec{u}_r$. Esa segunda propiedad es la que la hace conservativa.
- **Fuerza conservativa:** el trabajo que hace al llevar un cuerpo de A a B **no depende del camino**, solo de los puntos inicial y final. Dicho de otro modo: en un camino cerrado (salir de A y volver a A) su trabajo total es **cero**.
- **Por qué la gravitatoria es conservativa:** cualquier camino se puede descomponer en trozos radiales (acercarse o alejarse del centro) y arcos de circunferencia centrados en M. En los arcos la fuerza es perpendicular al desplazamiento y no hace trabajo; en los trozos radiales el trabajo solo depende de las distancias inicial y final. Sumando, solo cuentan r_A y r_B.
- Para toda fuerza conservativa se define una **energía potencial** E_p tal que $W_{A\to B} = -\Delta E_p = E_p(A) - E_p(B)$: el trabajo de la fuerza es lo que **pierde** de energía potencial el cuerpo.
- **Solo tienen significado físico las diferencias** de energía potencial. El punto en el que $E_p = 0$ se elige por convenio; cambiarlo suma una constante a todos los valores y no cambia ningún trabajo.
- El rozamiento **no** es conservativo: su trabajo depende del camino y no tiene energía potencial asociada (lo ves en el Tema 2, con $W_{nc} = \Delta E_m$).

Andalucía y Extremadura: qué preguntan de fuerzas conservativas

Andalucía (Directrices y orientaciones 2026-27): «Las cuestiones referentes a fuerzas conservativas y energía potencial versarán sobre: la independencia del trabajo de la trayectoria; la equivalencia entre trabajo de una fuerza conservativa y diferencia de energía potencial; la idea de que lo que realmente tiene significado físico es la diferencia de energía potencial entre dos puntos». **Extremadura** lo incluye en su bloque de gravitación: «Fuerzas conservativas. Energía potencial. Conservación de la energía» (Aspectos curriculares orientativos, Bloque A, PAU 2026-27).

2 Energía potencial gravitatoria: por qué es negativa

Cerca del suelo usabas $E_p = mgh$. Lejos del suelo, la fuerza disminuye con $1/r^2$ y hace falta la expresión general. Se obtiene a partir del trabajo de la fuerza gravitatoria.

- $$E_p = -\frac{GMm}{r}$$

  es la energía potencial del **sistema** formado por M y m separadas una distancia r entre sus centros. Es un **escalar** y se mide en **julios**.
- **Por qué es negativa:** con el cero en el infinito, la fuerza es atractiva y el campo hace trabajo positivo cuando m se acerca; ese trabajo sale de la energía potencial, que baja por debajo de cero. Negativa significa **ligada**: para separar las masas hasta el infinito hay que aportar energía.
- **Al alejarse, E_p aumenta** (se hace menos negativa) y tiende a cero. Al acercarse, disminuye. Subir un cuerpo siempre aumenta su energía potencial.
- Vale para masas puntuales y para cuerpos con **simetría esférica** (planetas, estrellas) en puntos exteriores, $r \geq R$, con r medido **desde el centro**: si te dan la altura, $r = R + h$.
- **Sistema de varias masas:** la energía potencial total es la suma de la de cada pareja, $E_p = -G\left(\frac{m_1 m_2}{r_{12}} + \frac{m_1 m_3}{r_{13}} + \frac{m_2 m_3}{r_{23}}\right)$. Cada pareja se cuenta **una vez**. Es la energía que habría que aportar, con signo cambiado, para separar todas las masas hasta el infinito.
- **Una masa en el campo de varias:** $E_p = m\,V$, con V el potencial que crean las demás en ese punto (lo ves en la sección siguiente).

Trabajo entre dos distancias

Por un camino radial, sumando (integrando) $F\,dr$: $W_{A\to B} = \int_{r_A}^{r_B}\left(-\frac{GMm}{r^2}\right)dr = GMm\left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)$.

↓

Igualar a $-\Delta E_p$

$E_p(B) - E_p(A) = -\frac{GMm}{r_B} + \frac{GMm}{r_A}$, así que $E_p(r) = -\frac{GMm}{r} + C$.

↓

Elegir el cero en el infinito ($E_p \to 0$ cuando $r \to \infty$): $C = 0$ y queda $E_p = -\frac{GMm}{r}$.

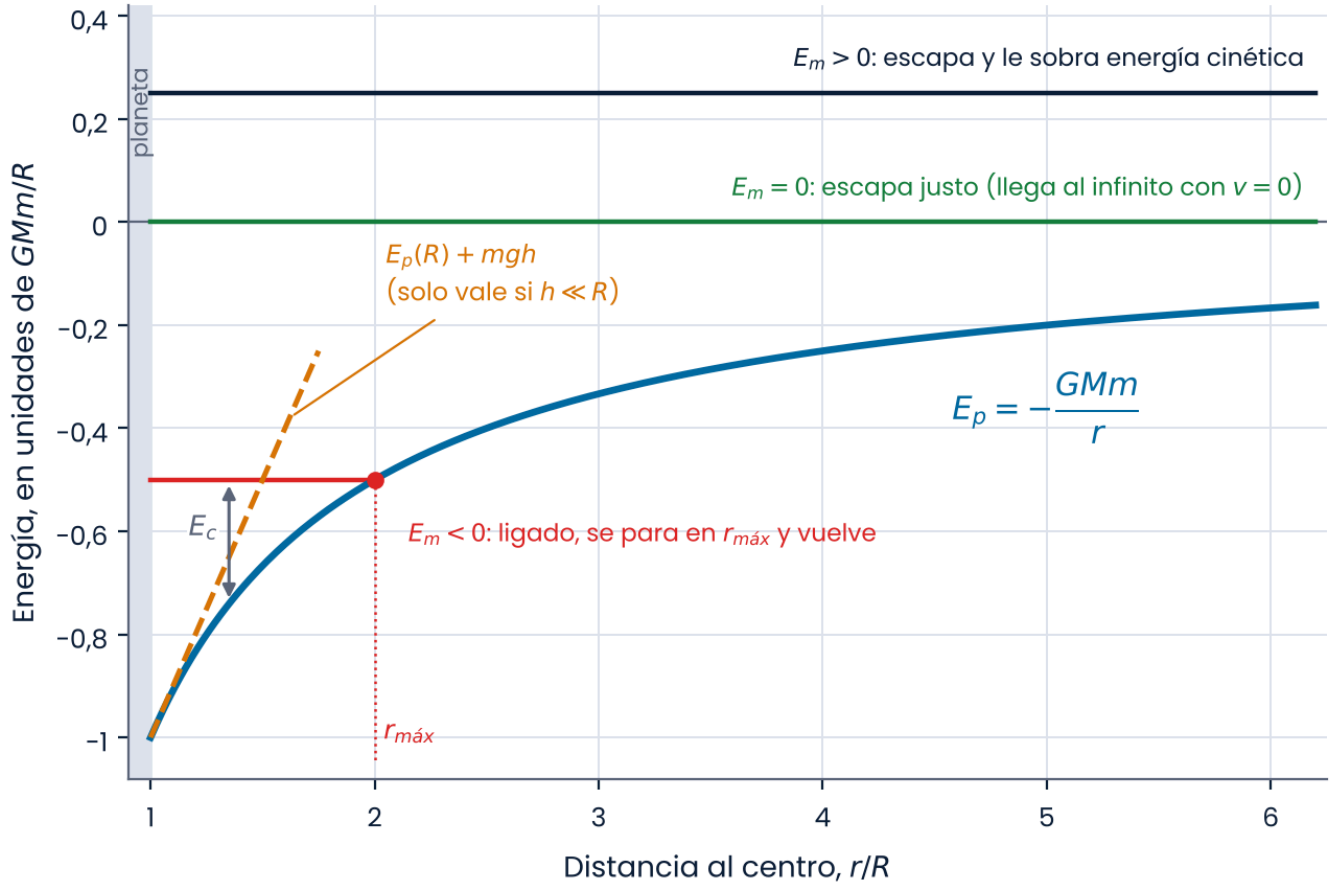
ENERGÍA POTENCIAL DE UNA SONDA

Calcula la energía potencial gravitatoria de una sonda de 500 kg en la superficie terrestre y a 1000 km de altura. ¿Cuánto aumenta? Datos: $G = 6{,}674 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N{\cdot}m^2/kg^2}$, $M_T = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg, $R_T = 6371$ km.

Respuesta modelo

$E_p(R) = -\dfrac{GMm}{R} = -\dfrac{6{,}674 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24} \cdot 500}{6{,}371 \cdot 10^{6}} = -3{,}13 \cdot 10^{10}$ J. A 1000 km, $r = 7{,}371 \cdot 10^{6}$ m y $E_p = -2{,}70 \cdot 10^{10}$ J. Aumenta $\Delta E_p = 4{,}24 \cdot 10^{9}$ J.

Por qué puntúa. Arrastra los decimales: si restas los valores ya redondeados (−2,70 + 3,13) sale 4,3·10⁹ J, que no es lo mismo.



El pozo de potencial. $E_p(r) = -GMm/r$ fuera de un planeta de radio R (curva azul). Una recta horizontal es la energía mecánica, que no cambia si solo actúa la gravedad; la distancia vertical hasta la curva es la energía cinética. Con $E_m < 0$ el cuerpo se para donde la recta corta la curva ($r_{máx}$, aquí $2R$) y vuelve; con $E_m \geq 0$ escapa. La recta discontinua es la aproximación mgh: tangente a la curva en la superficie, solo sirve cerca de ella.

3 Cerca de la superficie: de dónde sale mgh

La fórmula de 1.º no es otra ley: es la general aplicada a alturas pequeñas. Saber de dónde sale te permite justificar cuándo puedes usarla, algo que algunas comunidades exigen.

- Al subir de R a $R + h$: $\Delta E_p = GMm\left(\dfrac{1}{R} - \dfrac{1}{R+h}\right) = \dfrac{GMm\,h}{R(R+h)}$.
- Como $g_0 = \dfrac{GM}{R^2}$ (Tema 3): $\Delta E_p = m\,g_0\,h \cdot \dfrac{R}{R+h}$.
- Si $h \ll R$, el factor $\dfrac{R}{R+h}$ vale casi 1 y queda $\Delta E_p \approx m\,g_0\,h$. Como $\dfrac{mg_0h}{\Delta E_p} = 1 + \dfrac{h}{R}$, mgh se pasa en una fracción h/R del valor exacto.

- mgh **siempre se pasa**: supone que g vale g_0 en toda la subida, cuando en realidad disminuye con la altura.
- mgh y $-GMm/r$ tienen **orígenes distintos** ($E_p = 0$ en el suelo o en el infinito). Por eso dan valores muy distintos de E_p, pero **las mismas diferencias** mientras $h \ll R$.
- En la PAU, si la altura es comparable al radio (satélites, lanzamientos de km por segundo, caídas desde una órbita), **usa siempre la expresión general**. Si usas mgh, di por qué vale.

Altura h (Tierra)	Factor $R/(R+h)$	Cuánto se pasa mgh
1 km	0,99984	0,016 %
10 km	0,9984	0,16 %
100 km	0,985	1,6 %
400 km (EEI)	0,941	6,3 %
1000 km	0,864	15,7 %
6371 km ($h = R$)	0,5	100 % (el doble)

Calculado con $R_T = 6371$ km. Exceso de mgh respecto al valor exacto: h/R. Amplía la tabla del Tema 2, ahora con la fórmula general.

POR QUÉ NO VALE mgh PARA UN SATÉLITE

Para la sonda de 500 kg que sube a 1000 km, compara ΔE_p exacta con mg_0h. Razona cuál es la correcta.

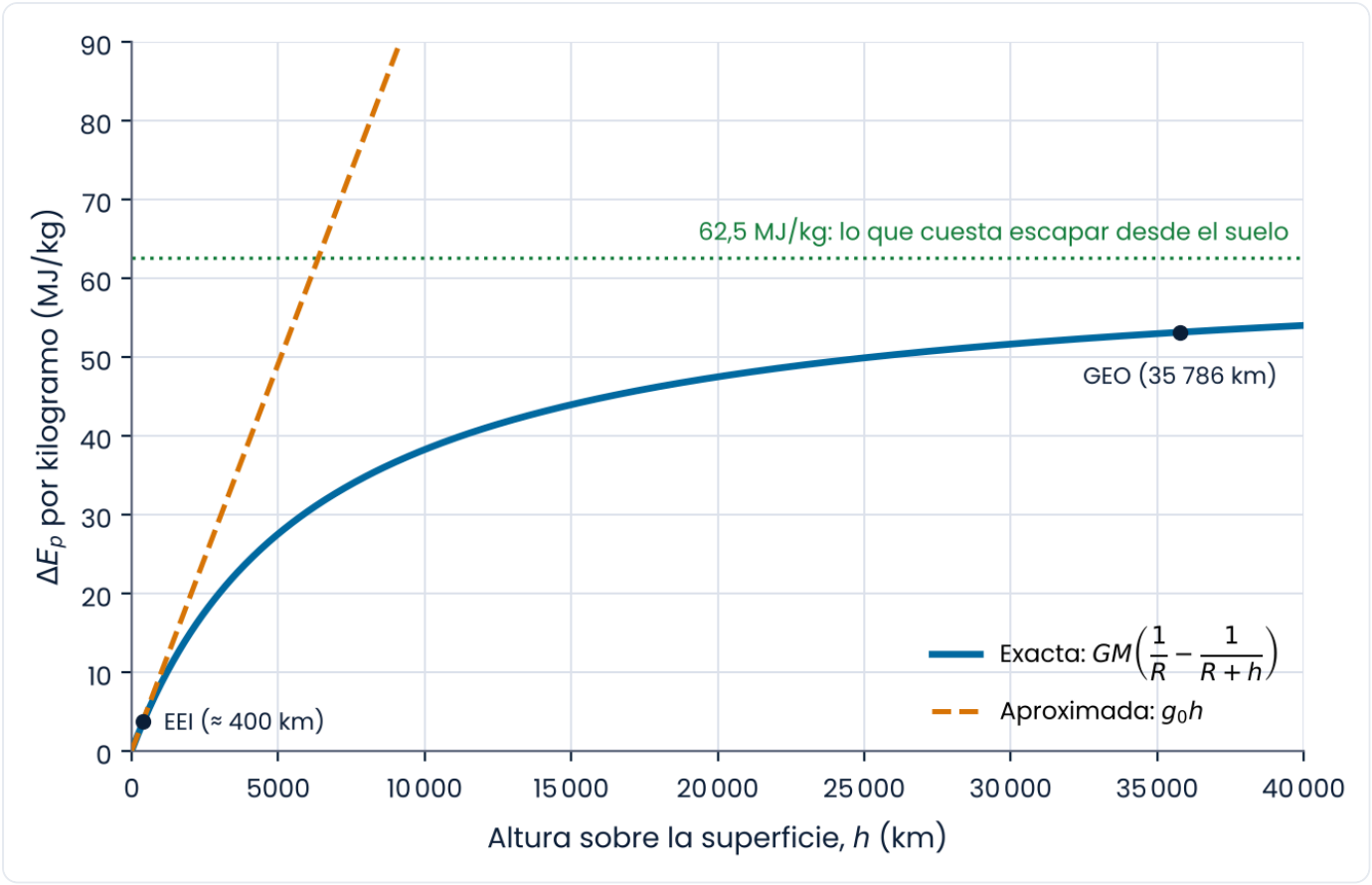
Respuesta modelo

Exacta: $4{,}24 \cdot 10^9$ J. Con $g_0 = GM/R^2 = 9{,}82\ \mathrm{m/s^2}$: $mg_0h = 500 \cdot 9{,}82 \cdot 10^6 = 4{,}91 \cdot 10^9$ J, un 16 % más. La correcta es la exacta: a 1000 km la gravedad es un 25 % menor que en el suelo, y mgh la toma constante.

Por qué puntúa. $g(1000\ \mathrm{km}) = g_0\,R^2/(R+h)^2 = 7{,}33\ \mathrm{m/s^2}$. Castilla y León preguntó justo esto en 2025: la energía potencial de un astronauta a 1000 km de altura y por qué no vale $E = mgh$.

Asturias: justifica la aproximación

En **Asturias** hay que razonar cualquier atajo. Lo dice una nota del propio enunciado (2025 extraordinaria, P2, una piedra que cae desde 1 m): «Cualquier expresión aproximada que sea utilizada sobre la variación de la energía de la piedra, o la aceleración a la que está sometida en su movimiento, debe ser justificada». Basta una frase: «como $h = 1$ m $\ll R$, tomo g constante». Y al revés: en su solución de 2026 (roca de Titán que sube 300 km) la comisión escribe «La altura h no puede despreciarse».



mgh frente a la expresión exacta. Energía potencial ganada por cada kilogramo al subir desde la superficie terrestre. Hasta unos cientos de kilómetros las dos curvas casi coinciden; después $g_0 h$ crece sin límite, mientras que la exacta tiende a $GM/R = 62{,}5$ MJ/kg, la energía que hay que dar a cada kilogramo para sacarlo del campo terrestre.

4 Potencial gravitatorio: energía por kilogramo

La energía potencial depende de la masa que pongas. Si la divides entre esa masa obtienes algo que solo depende del punto y de las masas que crean el campo: el **potencial gravitatorio**. Es al campo $\vec{g}$ lo que la energía potencial es a la fuerza.

- **Definición:** $V = \dfrac{E_p}{m}$, la energía potencial por unidad de masa colocada en ese punto. También: el trabajo que hace el campo al llevar 1 kg desde ese punto hasta el infinito (que es negativo).
- **Masa puntual o esfera** (fuera de ella):

$$V = -\frac{GM}{r}$$

  Se mide en **J/kg**. Es un **escalar**, siempre **negativo** y vale **cero en el infinito**.
- **Varias masas: suma escalar.** $V = V_1 + V_2 + \cdots = -G\left(\dfrac{m_1}{r_1} + \dfrac{m_2}{r_2} + \ldots\right)$. Sin vectores, sin componentes, sin ángulos: solo distancias. Es mucho más fácil que sumar campos.
- **Nunca se anula a distancia finita:** todos los sumandos son negativos. En cambio, el **campo** sí puede anularse entre dos masas (los vectores se cancelan). Campo nulo no implica potencial nulo.
- **Relación con el campo:** $\vec{g}$ apunta hacia donde el potencial **disminuye** (se hace más negativo), es decir, hacia las masas. En una dimensión, $g_r = -\dfrac{dV}{dr}$: con $V = -GM/r$ sale $g_r = -GM/r^2$, el campo del Tema 3. El módulo de g es la pendiente de la gráfica $V(r)$.
- **Gráfica $V(r)$:** fuera del astro tiene la misma forma que $E_p(r)$ en la figura del pozo de potencial: empieza en $-GM/R$ en la superficie y sube hacia 0 sin llegar nunca, cada vez más plana. La de $g(r) = GM/r^2$

baja desde g_0 hacia 0. **Asturias** pide representar $g(r)$ y $V_g(r)$ para $r \geq R$.

- En la superficie terrestre, $V_0 = -\dfrac{GM_T}{R_T} = -6{,}25 \cdot 10^7$ J/kg: cada kilogramo necesita 62,5 MJ para salir del campo terrestre (sin contar el rozamiento ni la rotación).

CAMPO NULO Y POTENCIAL NULO

Dos masas m y $4m$ están separadas una distancia d. ¿Existe algún punto entre ellas donde se anule el campo gravitatorio? ¿Y el potencial? Razónalo.

Respuesta modelo

Campo: sí. Entre las masas los dos campos tienen sentidos opuestos (cada uno apunta hacia su masa) y se anulan donde $\dfrac{Gm}{x^2} = \dfrac{G\,4m}{(d-x)^2}$, es decir, $d - x = 2x$, $x = d/3$ desde m (más cerca de la masa pequeña).

Potencial: no. $V = -\dfrac{Gm}{x} - \dfrac{4Gm}{d-x}$ es la suma de dos términos negativos y no puede valer cero en ningún punto a distancia finita.

Por qué puntúa. El campo es un vector (se puede cancelar); el potencial, un escalar negativo (solo se suma). Murcia lo preguntó en su modelo de 2025; Andalucía, como verdadero o falso en 2025 («el potencial gravitatorio solo se anula a distancia infinita»: verdadero).

Relación campo-potencial: hasta dónde llega cada comunidad

Andalucía (orientaciones 2026-27) y **Extremadura** (aspectos curriculares, Bloque A, 2026-27): «la relación entre campo y potencial gravitatorios puede limitarse a una descripción unidimensional», y las dos añaden que no se requerirá «en ningún caso, la utilización del concepto de gradiente». **Madrid**: «No problemas de gradiente» (directrices 2025-26; pendiente de confirmar para 2027). **Castilla y León** la incluye expresamente: «Relación entre el vector intensidad de campo gravitatorio y el potencial gravitatorio». **Asturias** pide representar $g(r)$ y $V_g(r)$ para $r \geq R$ (ficha 2025-26).

5 Superficies equipotenciales y líneas de campo

Igual que un mapa topográfico une los puntos de la misma altitud, las **superficies equipotenciales** unen los puntos con el mismo potencial. Junto con las líneas de campo dan el dibujo completo del campo.

- **Superficie equipotencial:** conjunto de puntos con el mismo V. Para una masa puntual o un planeta, son **esferas concéntricas** (circunferencias en un dibujo plano).
- Las **líneas de campo son perpendiculares** a las superficies equipotenciales en cada punto. No son tangentes: esa es la trampa del verdadero o falso.
- Mover una masa **sobre una equipotencial no cuesta trabajo**: $V_A = V_B$, luego $W = m(V_A - V_B) = 0$, aunque haya fuerza (es perpendicular al desplazamiento).
- $\vec{g}$ apunta hacia las equipotenciales de **menor** potencial. Donde las equipotenciales (dibujadas con saltos iguales de V) están más juntas, el campo es más intenso: cerca de las masas.
- Con dos masas las equipotenciales se deforman. En el punto donde el campo se anula (entre dos masas iguales, el punto medio) el potencial **no** es cero: es el punto más alto del potencial a lo largo de la recta que une las masas y el más bajo a lo largo de la mediatriz.

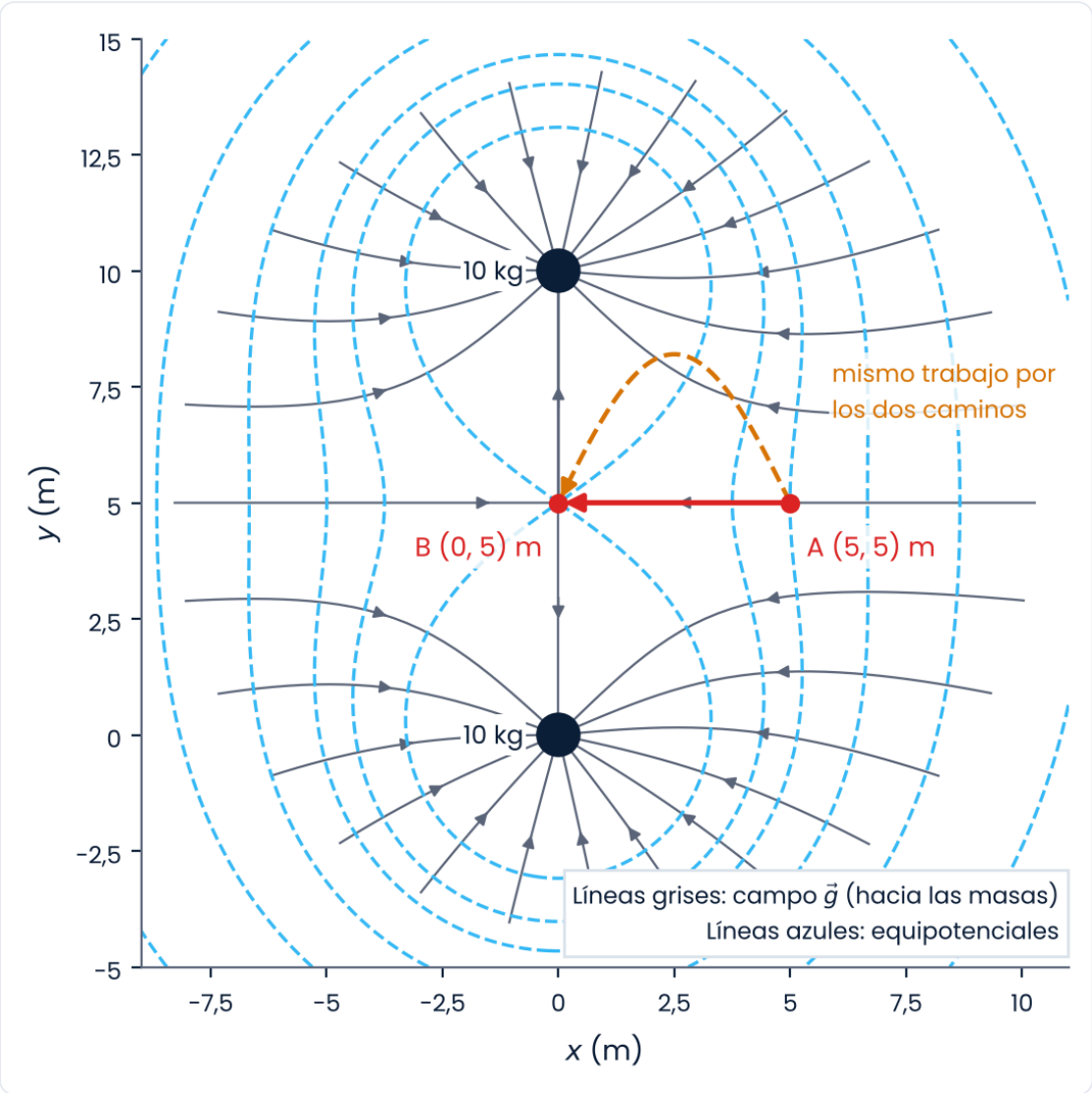
VERDADERO O FALSO

«Las líneas del campo gravitatorio son tangentes en cada punto a las superficies equipotenciales.» Razona si es verdadero o falso.

Respuesta modelo

Falso. Si una masa se desplaza un trozo pequeño sobre una equipotencial, $\Delta V = 0$ y el trabajo del campo es cero. Como la fuerza no es nula, tiene que ser perpendicular al desplazamiento. Luego $\vec{g}$ (y la línea de campo) es **perpendicular** a la superficie equipotencial.

Por qué puntúa. Es casi literal la cuestión de Castilla y León 2025 (extraordinaria). Sin el razonamiento del trabajo, «falso» solo no puntúa.



Líneas de campo y equipotenciales de dos masas iguales. 10 kg en (0, 0) y en (0, 10) m, la situación del ejercicio resuelto de Cantabria. Las líneas de campo llegan desde lejos y acaban en las masas; las equipotenciales las cortan en ángulo recto. El trabajo para ir de A a B es el mismo por el camino recto que por el curvo: solo depende de V_A y V_B. En B el campo es nulo, pero el potencial no.

6 Trabajo para llevar una masa de un punto a otro

Es de las preguntas que más se repiten en el tema, junto con la velocidad de escape: «calcula el trabajo para llevar una masa de A a B y explica el significado del signo». Con el potencial es un cálculo de dos líneas, si sabes **quién** hace el trabajo.

- **Lee el verbo:** «trabajo realizado **por el campo**» o «por la fuerza gravitatoria» es W_{campo}; «trabajo **necesario**», «que hay que realizar», «que hemos de hacer» o «trabajo externo» es W_{ext}. Tienen

signos opuestos.

- **Llevar una masa al infinito:** $V_\infty = 0$, así que $W_{\text{ext}} = -m\,V_A > 0$ (siempre cuesta) y $W_{\text{campo}} = m\,V_A < 0$.
- Si la masa no acaba en reposo, el trabajo externo también paga la energía cinética: $W_{\text{ext}} = \Delta E_p + \Delta E_c$.
- Unidades: V en J/kg y m en kg dan julios. Los trabajos con masas de laboratorio salen ridículos (10^{-10} J): es normal, la gravedad entre masas pequeñas es muy débil.

Potenciales
calcula V_A y V_B sumando el de cada masa (escalares, con su signo menos).

↓

Trabajo del campo (de la fuerza gravitatoria): $W_{\text{campo}} = -\Delta E_p = m\,(V_A - V_B)$.

↓

Trabajo externo (el que hay que hacer para llevarla de reposo a reposo): $W_{\text{ext}} = -W_{\text{campo}} = m\,(V_B - V_A)$.

↓

Interpreta el signo
$W_{\text{campo}} > 0$, el desplazamiento es **espontáneo** (la masa va hacia potenciales menores y pierde energía potencial).
$W_{\text{campo}} < 0$, hay que **aportar energía desde fuera**, contra el campo, y la energía potencial aumenta.

↓

Remata
el resultado no depende de la trayectoria, porque la fuerza gravitatoria es conservativa.

SIGNO Y ESPONTANEIDAD

Una masa de 2 kg pasa de un punto A con $V_A = -3 \cdot 10^{-9}$ J/kg a otro B con $V_B = -5 \cdot 10^{-9}$ J/kg. ¿Qué trabajo hace el campo? ¿Es espontáneo?

Respuesta modelo

$W_{\text{campo}} = m(V_A - V_B) = 2 \cdot (-3 \cdot 10^{-9} + 5 \cdot 10^{-9}) = 4 \cdot 10^{-9}$ J. Es positivo: lo hace el campo y el desplazamiento es espontáneo (va hacia un potencial menor, más cerca de las masas). Su energía potencial baja $4 \cdot 10^{-9}$ J.

Por qué puntúa. Truco para no equivocarte: las masas «caen» solas hacia potenciales más negativos, igual que una piedra cae hacia abajo.

Cantabria y Asturias: el signo puntúa

Cantabria pidió interpretar el signo del trabajo en 2025 (extraordinaria) y en las dos convocatorias de 2026 (0,5 puntos), y avisa en sus criterios de 2026: «Si se plantea la ecuación para el trabajo correctamente, pero no se calculan los potenciales, se puntuará 0.25 puntos». **Asturias** calcula en sus soluciones $W = m(V_{\text{inicial}} - V_{\text{final}})$ y decide por el signo si lo hace el campo. Ojo, que el lío es frecuente: en Asturias 2026 (ordinaria, P2b) el enunciado pedía «el trabajo que hemos de realizar» y la solución oficial dio el trabajo del campo (+2,6·10⁻¹⁰ J) y concluyó que es espontáneo; el trabajo que tendríamos que hacer nosotros, de reposo a reposo, es -2,6·10⁻¹⁰ J.

7 Conservación de la energía: caídas y lanzamientos

Si sobre el cuerpo solo actúa la gravedad (sin rozamiento ni motores), su energía mecánica no cambia entre dos posiciones. Es la herramienta para velocidades de impacto, alturas máximas y escapes.

$$\tfrac{1}{2}mv_A^2 - \frac{GMm}{r_A} = \tfrac{1}{2}mv_B^2 - \frac{GMm}{r_B}$$

La masa m del cuerpo **se simplifica**: el resultado no depende de ella.

- **Velocidad de impacto** al soltar un cuerpo (en reposo) a una altura h: $v = \sqrt{2GM\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+h}\right)}$.
- **Lanzamiento vertical** con v_0 desde la superficie: se para cuando $v = 0$, en $\frac{1}{r_{\text{máx}}} = \frac{1}{R} - \frac{v_0^2}{2GM}$. La altura es $h = r_{\text{máx}} - R$. Al revés, para subir hasta h hace falta $v_0 = \sqrt{2GM\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R+h}\right)}$.
- **Si te dan v_0 como fracción de la de escape**, $v_0 = k\,v_e$: como $v_0^2/2GM = k^2/R$, queda $r_{\text{máx}} = \frac{R}{1-k^2}$. Con $k = 1/2$, $r_{\text{máx}} = 4R/3$ y la altura es $h = R/3$ (Castilla y León 2026, ordinaria).
- Si $h \ll R$, estas fórmulas se convierten en las de 1.º: $v = \sqrt{2g_0h}$ y $h = \frac{v_0^2}{2g_0}$.
- **El signo de E_m decide el movimiento** (con $E_p = 0$ en el infinito): $E_m < 0$, el cuerpo está **ligado** (sube y vuelve, o describe una órbita cerrada); $E_m = 0$, escapa justo; $E_m > 0$, escapa y llega al infinito con energía cinética de sobra.

Energía mecánica	Qué le pasa	Trayectoria si no va en vertical
$E_m < 0$	Ligado: no llega al infinito	Elipse o circunferencia (Temas 5 y 6)
$E_m = 0$	Escapa justo: llega al infinito con $v = 0$	Parábola
$E_m > 0$	Escapa con $v_\infty = \sqrt{2E_m/m}$	Hipérbola

Cataluña lo incluye en sus orientaciones 2027: «El tipus d'òrbita segons l'energia mecànica sigui positiva, negativa o nul·la» [el tipo de órbita según la energía mecánica sea positiva, negativa o nula].

LANZAMIENTO VERTICAL A 6 KM/S

Se lanza verticalmente un proyectil desde la superficie terrestre a 6 km/s (sin rozamiento). ¿Hasta qué altura sube? ¿Qué saldría con g constante?

Respuesta modelo

$\frac{1}{r_{\text{máx}}} = \frac{1}{6{,}371 \cdot 10^6} - \frac{(6000)^2}{2 \cdot 3{,}984 \cdot 10^{14}}$, con $GM = 6{,}674 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24} = 3{,}984 \cdot 10^{14}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}$. Sale $r_{\text{máx}} = 8{,}95 \cdot 10^6$ m y $h = 2{,}57 \cdot 10^6$ m (unos 2575 km). Con g constante, $h = v_0^2/2g_0 = 1{,}83 \cdot 10^6$ m: se queda corto en más de 700 km.

Por qué puntúa. Con g constante sale menos porque supone que la gravedad frena igual arriba que abajo, cuando arriba es más débil.

Lanzamientos: lo que dicen las comisiones

Madrid (directrices 2025-26; pendiente de confirmar para 2027): «Sí se consideran: lanzamientos de objetos y las variaciones o conservación de las energías correspondientes», pero «Cohetes: no se consideran variaciones de masa ni cómo asciende el cohete». **Asturias**: aplicar la conservación de la energía «en la caída libre de un objeto en el seno del campo gravitatorio de un planeta, considerando despreciable el rozamiento con una posible atmósfera».

8 Velocidad de escape

Velocidad de escape es la velocidad **mínima** que hay que dar a un cuerpo en la superficie de un astro para que se aleje indefinidamente (llegue al infinito) sin más impulso, despreciando el rozamiento. Hay que saber **definirla y deducirla**: es una de las deducciones que más se piden en el bloque.

- **No depende de la masa** del cuerpo (se simplifica) **ni de la dirección** de lanzamiento (la energía es un escalar), siempre que no haya atmósfera, se ignore la rotación del astro y la trayectoria no choque

con él.

- Tierra: $v_e = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 6{,}674 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24}}{6{,}371 \cdot 10^{6}}} = 1{,}12 \cdot 10^{4}$ m/s = **11,2 km/s**. Luna, 2,4 km/s; Marte, 5,0 km/s; Júpiter, 59,5 km/s (NASA).
- **Energía de escape** (mínima, desde el reposo en la superficie): $E = \dfrac{GMm}{R} = -E_p(R)$. Para la Tierra, 62,5 MJ por kilogramo.
- **Desde una altura o desde una órbita:** la misma deducción con $r = R + h$: $v_e = \sqrt{2GM/r}$. Si el cuerpo ya está en órbita circular, $v_e = \sqrt{2}\, v_{\text{orb}}$ y la energía que falta es $0 - E_m = \dfrac{GMm}{2r}$ (la velocidad orbital y la energía en órbita las deduces en el Tema 5).
- **Si sale con más de v_e:** llega al infinito con $v_\infty = \sqrt{v_0^2 - v_e^2}$ (conservación de la energía con $E_p(\infty) = 0$).
- **Comparar astros sin G:** $v_e \propto \sqrt{M/R} \propto \sqrt{g_0 R}$. Si te dan cocientes (masa, radio o gravedad respecto a la Tierra), divide las dos expresiones y se cancela todo lo común.
- **Agujeros negros:** si se iguala $v_e = c$ sale $R = 2GM/c^2$, que coincide con el **radio de Schwarzschild** de la relatividad general (unos 3 km para el Sol y 9 mm para la Tierra). La coincidencia es casual: la luz no es un proyectil de Newton. Lo ves en el Tema 6.
- La rotación terrestre regala hasta 465 m/s si se lanza hacia el este desde el ecuador; por eso se buscan bases cercanas al ecuador, como la de Kourou (Guayana Francesa, a unos 5° N), desde donde lanza la ESA. En la PAU se ignora salvo que el enunciado diga otra cosa.

Solo actúa la gravedad

la energía mecánica se conserva entre la superficie y el infinito.

↓

Mínima

llega al infinito con velocidad nula. Allí $E_c = 0$ y $E_p = 0$, así que $E_m(\infty) = 0$.

↓

En la superficie

$\frac{1}{2}mv_e^2 - \dfrac{GMm}{R} = 0$.

↓

Despeja

$v_e = \sqrt{\dfrac{2GM}{R}}$. Si te dan g_0 en lugar de G y M, usa $GM = g_0 R^2$: $v_e = \sqrt{2g_0 R}$.

¿DEPENDE DE LA MASA DEL COHETE?

Razona si la velocidad de escape de la Tierra es mayor para un satélite de 1000 kg que para uno de 10 kg.

Respuesta modelo

Es la misma. Al imponer $\frac{1}{2}mv_e^2 - \dfrac{GMm}{R} = 0$, la masa m aparece en los dos términos y se simplifica: $v_e = \sqrt{2GM/R}$ solo depende de la masa y el radio de la Tierra. Lo que sí depende de m es la **energía** necesaria, GMm/R, cien veces mayor para el satélite de 1000 kg.

Por qué puntúa. Distingue siempre velocidad (no depende de m) y energía (proporcional a m).

ESCAPAR DESDE LA ESTACIÓN ESPACIAL

La EEI orbita a unos 400 km de altura. ¿Qué velocidad de escape tiene a esa altura? ¿Cuánto tendría que acelerar un objeto que va con ella?

Respuesta modelo

Con $r = 6{,}771 \cdot 10^6$ m: $v_e = \sqrt{2GM/r} = 1{,}08 \cdot 10^4$ m/s (10,8 km/s). Va con la velocidad orbital $v = \sqrt{GM/r} = 7{,}67$ km/s, así que necesita $\Delta v = v_e - v = 3{,}18$ km/s en el sentido de su movimiento.

Por qué puntúa. El error que más cuesta: calcular la energía de escape desde la superficie cuando el cuerpo ya está en órbita. En Extremadura, ese fallo deja el apartado en la mitad como mucho.

PLANETA DEL DOBLE DE RADIO

Un planeta tiene la misma densidad que la Tierra y el doble de radio. ¿Cuál es su velocidad de escape?

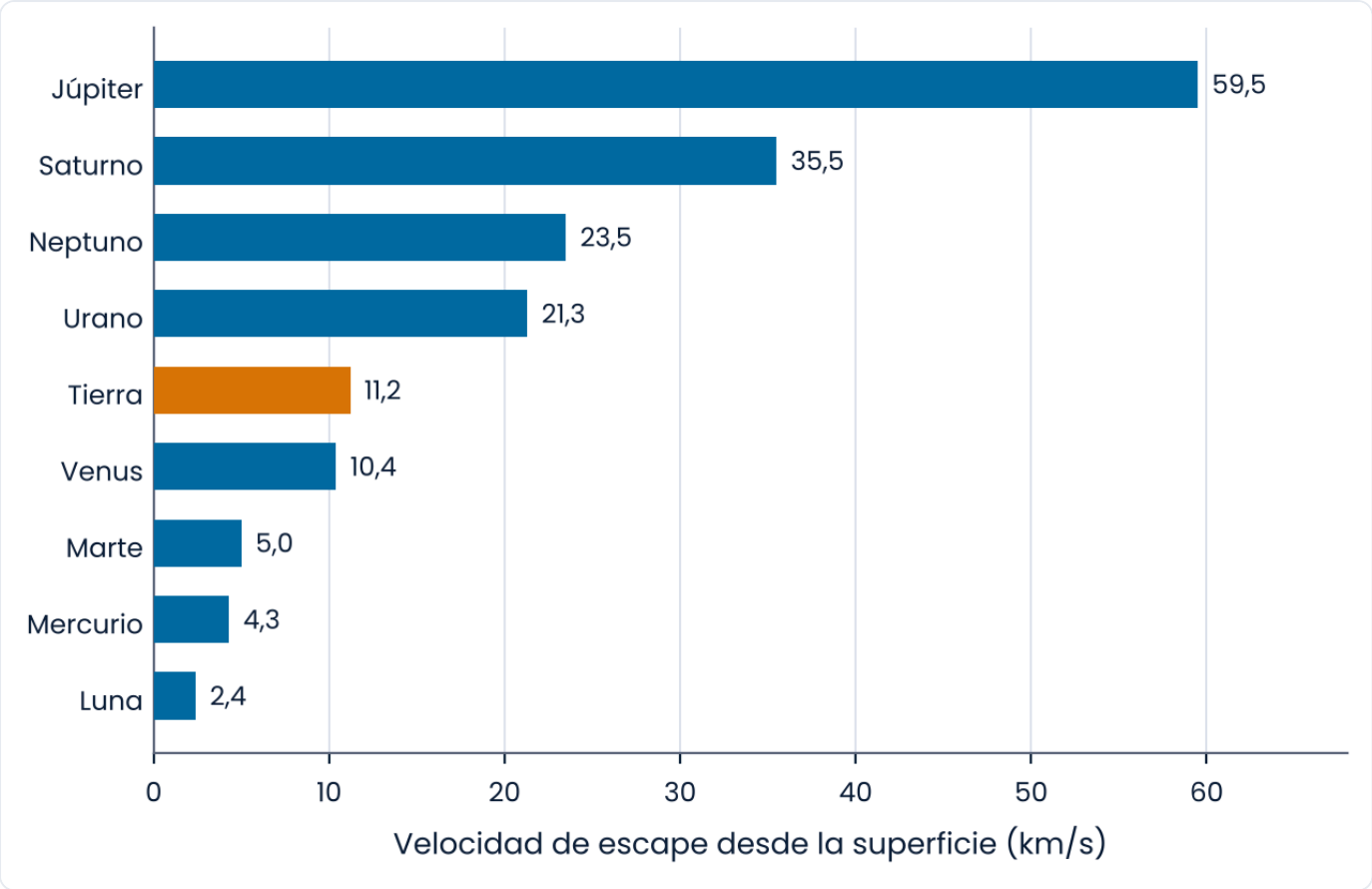
Respuesta modelo

Con densidad ρ: $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$, luego $v_e = \sqrt{\frac{2G \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \rho}{R}} = R\sqrt{\frac{8}{3}\pi G \rho}$. A igual densidad, $v_e \propto R$: el doble, 22,4 km/s.

Por qué puntúa. En los cocientes, escribe la expresión general, divide y simplifica antes de meter números.

Deducirla, no copiarla

En **Andalucía** es obligatoria siempre: «Expresiones que siempre se deben deducir antes de su aplicación: Velocidad orbital, velocidad de escape, energía mecánica en la órbita circular…» (orientaciones 2026-27). En **Aragón** (2026 ordinaria), «Si la respuesta no está deducida, sino que se pone únicamente la ecuación final, se puntuará con 0,2 puntos» de 1. **Castilla-La Mancha** (2025, ordinaria) reparte 0,25 por identificar que la energía mecánica es nula y 0,25 por deducir. Son cuatro líneas: apréndelas.



Velocidad de escape desde la superficie de la Luna y de los planetas del sistema solar, en km/s. Cuanto más masivo y compacto es el astro, más profundo es su pozo de potencial. En los planetas gigantes, la «superficie» es el nivel donde la presión es de 1 bar. Datos: NASA, *Planetary Fact Sheet* (consultada el 1 de noviembre de 2026).

9 Energía de enlace y sistemas ligados

Un cuerpo con energía mecánica negativa está **ligado** al astro: no puede salir de su pozo de potencial por sí solo. La energía que le falta para liberarse es su **energía de enlace** (o de ligadura).

- **Energía de enlace** $= -E_m$: lo mínimo que hay que aportar para llevar el cuerpo al infinito con velocidad nula ($E_m = 0$).
- **En reposo en la superficie** (sin rotación): $E_m = -\dfrac{GMm}{R}$, energía de enlace $\dfrac{GMm}{R}$. Es la energía de escape de la sección anterior.
- **En órbita circular:** $E_m = -\dfrac{GMm}{2r}$ (Tema 5), así que basta aportar $\dfrac{GMm}{2r}$: la mitad de lo que costaría desde el reposo a esa misma distancia, porque ya tiene energía cinética.
- **Pozos de distinta profundidad:** por kilogramo, la Tierra retiene con 62,5 MJ y la Luna con 2,82 MJ. Por eso despegar de la Luna (módulo lunar del Apolo) costaba tan poco comparado con salir de la Tierra.

10 Qué te piden en tu comunidad

Este tema ha salido en **50 de las 68 convocatorias** ordinarias y extraordinarias de 2025 y 2026, en las **17 comunidades**: la velocidad de escape en 32 (13 comunidades) y el potencial, la energía potencial y el trabajo en 32 (16 comunidades). «No ha caído» no quiere decir que no entre: lo que cuenta es lo que digan los documentos oficiales.

Comunidad	Cómo ha caído en 2025–2026	Lo que tienes que saber
Andalucía	Verdadero o falso sobre el potencial nulo (2025 ord.); escapar desde una órbita (2025 extr.); velocidad de escape de Marte con cocientes (2026 extr.).	Velocidad de escape siempre deducida (lista oficial 2026-27); la relación campo-potencial «puede limitarse a una descripción unidimensional», sin gradiente. El límite de dos masas sobre una tercera es para el campo y la fuerza (Tema 3).
Aragón	Teoría: qué es el potencial y la energía potencial gravitatoria y su expresión (2025 ord. y extr.); masa de Marte a partir de su velocidad de escape (2025 ord.); deducir la velocidad de escape, 1 punto (2026 ord.); potencial total y escape lunar (2026 extr.).	Solo la fórmula final de la deducción: 0,2 de 1 punto.
Asturias	Potencial y trabajo con dos o tres masas y su signo (2025 ord.; 2026 ord., con calabazas y una manzana); energía para escapar desde una órbita (2025 ord.); Urano y una piedra que cae 1 m (2025 extr.); energía potencial de una naranja y roca volcánica de Titán (2026 extr.).	Gráficas de g y V con $r \geq R$ (concreción 2025-26); justifica toda aproximación; unidades también al sustituir (desde 2025-26).
Illes Balears	Objeto que cae de 10 ua a 1 ua (2025 extr.); energía potencial de una sonda debida a la Tierra y la Luna y velocidad de impacto en la Luna (2026 ord.).	Gravitación, pregunta obligatoria; -0,1 por cada error de unidades o de vectores. Velocidad de escape: no ha caído en 2025–2026.
Canarias	Potencial en un punto y trabajo para llevar una masa al infinito (2025 ord.); potencial en un punto (2026 extr.).	Su matriz pide «Deduce y aplica la velocidad de escape de un cuerpo», aunque no ha caído en 2025–2026; la subcomisión vio en 2026 olvidos del signo menos de la energía potencial. En 2027, tres cifras significativas.
Cantabria	Dos masas: potencial, trabajo del campo o externo y significado del signo (2025 extr.; 2026 ord. y extr.); trabajo del campo de Urano sobre Sicorax y distancia máxima de un cuerpo que se aleja de otro (2025 ord.).	Planteamiento 80 % y resultado 20 %; campo solo en módulo, la mitad.
Castilla-La Mancha	Saturno: g, velocidad de escape deducida y altura máxima (2025 ord.); exoplaneta Gliese 12b (2025 extr.); nave Orion de Artemis II frente a la velocidad de escape (2026 ord.).	Si pone «Deduce», la deducción puntúa aparte; si no, vale la fórmula.
Castilla y León	Verdadero o falso sobre E_p y E_m y velocidad de escape de un exoplaneta (2025 ord.); equipotenciales y líneas de campo, por qué no vale mgh a 1000 km y escape de un planeta con la mitad de radio y de g (2025 extr.); altura máxima con la mitad de v_e (2026 ord.); diámetro máximo de un asteroide del que escaparía un objeto lanzado con la misma velocidad (2026 extr.).	Su guía añade la relación entre $\vec{g}$ y V; no valen «respuestas con monosílabos».
Cataluña	Energía de la EEI y energía cinética al caer (2025 ord.); BepiColombo con una tabla de energías potenciales (2025 extr.); aumento de E_p y si la órbita es cerrada (2026 ord.).	Tipo de órbita según el signo de E_m; -0,25 por errores de unidades en un problema. Velocidad de escape: no ha caído en 2025–2026.
Comunitat Valenciana	Energía potencial en un punto y velocidad mínima para escapar del sistema (2025 ord.); Apolo 11 y escape lunar (2025 extr.); escape de Júpiter con g_0 y R (2026 extr.).	Planteamiento simbólico 60 %; su orientación pide deducir v_e «en función del radio R del planeta y de la aceleración de la gravedad en su superficie, g0».
Extremadura	Trabajo para llevar basura espacial al infinito (2025 ord.); escape y trabajo hasta el infinito (2025 extr.); energía para escapar desde la órbita (2026 ord.); trabajo hasta el punto de campo nulo (2026 extr.).	Energía de escape calculada desde la superficie cuando está en órbita: como mucho, el 50 % del apartado; su documento orientativo pide «Demuestra la expresión de la velocidad de escape».

Comunidad	Cómo ha caído en 2025–2026	Lo que tienes que saber
Galicia	Escapar desde una órbita (2025 ord.); velocidad de impacto en el océano (2026 ord.); velocidad para que la Luna escape de la Tierra (2026 extr.).	No se valoran deducciones no pedidas: la de la energía potencial, solo si la piden.
La Rioja	Incremento de velocidad para escapar desde una órbita (2025 ord.); g de Urano a partir de v_e (2026 ord.); ¿escapa una sonda lanzada a 5 km/s? (2026 extr.).	«En los problemas de la prueba no se pedirán demostraciones» (guía 2025-26; pendiente de confirmar para 2027), pero si piden deducir de forma razonada, «la mera aplicación de una fórmula no será suficiente». Potencial, energía potencial y trabajo entre dos puntos: no han caído en 2025–2026.
Madrid	Deducir el periodo y la velocidad de escape desde la órbita y trabajo entre dos puntos (2025 extr.); escape desde la órbita (2026 ord.).	Sin gradiente ni Gauss gravitatorio; lanzamientos con balance de energía, sí (directrices 2025-26; pendiente de confirmar para 2027).
Región de Murcia	Energía potencial del telescopio Webb en L2 debida al Sol y a la Tierra (2025 ord.); cápsula lanzada con el doble de v_e y energía de una estrella triple (2025 extr.).	Especificaciones 2027: energía potencial y potencial de masas puntuales o con simetría esférica, también de una distribución de masas.
Navarra	Lanzamiento vertical hasta $R_T/4$ y masa máxima de un planeta para no volver (2025 ord.); escape lunar (2025 extr.); escape desde la órbita y altura máxima en Marte (2026 ord.).	«Identificación errónea de ley física» vale 0: parte siempre de la conservación de la energía.
País Vasco	Caída libre desde la órbita y qué magnitudes dependen de la masa del satélite (2026 ord.).	Problema de gravitación obligatorio y con contexto real.

Ord. = convocatoria ordinaria; extr. = extraordinaria. Citas y documentos en las fuentes.

11 Ejercicio resuelto: velocidad inicial y velocidad de escape en Titán (Asturias 2026)

PAU ASTURIAS 2026 · CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA · PREGUNTA 2 (SE RESPONDEN 5 PREGUNTAS CUALESQUIERA DE 8; 2 PUNTOS)

El mayor de los satélites que orbitan en torno a Saturno es Titán. Si en una erupción desde uno de los volcanes en la superficie de Titán saliera una roca alcanzando una altura de 300 km sobre la superficie. Calcule: [Datos de la tabla común del examen, que usa punto decimal: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N{\cdot}m^2{\cdot}kg^{-2}}$; $R_{\text{Titán}} = 2{,}574 \cdot 10^6$ m; $M_{\text{Titán}} = 1{,}35 \cdot 10^{23}$ kg; $M_{\text{Tierra}} = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg; $R_{\text{Tierra}} = 6{,}37 \cdot 10^6$ m.]

a) La velocidad inicial que la roca volcánica posee durante la erupción justo en la superficie de Titán. (1 punto)

b) La relación entre velocidad de escape en Titán y en la Tierra. (1 punto)

Apartado a)

1. **La idea:** al salir del volcán, sobre la roca solo actúa la gravedad de Titán, así que su energía mecánica se conserva. Arriba, a 300 km, la roca se para ($v = 0$). Titán tiene una atmósfera densa, pero el enunciado no la menciona y la solución oficial la desprecia: hazlo tú también y dilo.
2. **¿Vale mgh?** No: $h = 300$ km es un 12 % del radio de Titán (2574 km). La gravedad cambia bastante en la subida y hay que usar $E_p = -GMm/r$.

3. Conservación entre la superficie ($r = R$) y el punto más alto ($r = R + h$):

$$\tfrac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{R} = -\frac{GMm}{R+h}$$

   La masa de la roca se simplifica.

4. Despeja: $v = \sqrt{2GM\left(\dfrac{1}{R} - \dfrac{1}{R+h}\right)}$.

5. Números: $GM = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}35 \cdot 10^{23} = 9{,}005 \cdot 10^{12}\ \mathrm{N{\cdot}m^2/kg}$; $\dfrac{1}{R} - \dfrac{1}{R+h} = \dfrac{1}{2{,}574 \cdot 10^6} - \dfrac{1}{2{,}874 \cdot 10^6} = 4{,}055 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{m^{-1}}$.

6. $v = \sqrt{2 \cdot 9{,}005 \cdot 10^{12} \cdot 4{,}055 \cdot 10^{-8}} = 854{,}6$ m/s. Coincide con la solución oficial (854,6 m/s).

7. Comprobación de sentido común: con g constante ($g_{\text{Titán}} = GM/R^2 = 1{,}36\ \mathrm{m/s^2}$) saldría $\sqrt{2gh} = 903$ m/s, un 6 % de más, como era de esperar.

SOLUCIÓN $v \approx 8{,}55 \cdot 10^2$ m/s (unos 855 m/s) al salir del volcán.

Apartado b)

1. **La idea:** deduce la velocidad de escape de un astro cualquiera y divide la de la Tierra entre la de Titán: G se cancela.

2. Escapar justo: llega al infinito con $v = 0$, donde $E_p = 0$. Entonces $E_m = 0$ en la superficie: $\tfrac{1}{2}mv_e^2 - \dfrac{GMm}{R} = 0 \Rightarrow v_e = \sqrt{\dfrac{2GM}{R}}$.

3. Cociente: $\dfrac{v_{e,\text{Tierra}}}{v_{e,\text{Titán}}} = \sqrt{\dfrac{M_{\text{Tierra}}}{M_{\text{Titán}}} \cdot \dfrac{R_{\text{Titán}}}{R_{\text{Tierra}}}} = \sqrt{\dfrac{5{,}97 \cdot 10^{24}}{1{,}35 \cdot 10^{23}} \cdot \dfrac{2{,}574 \cdot 10^6}{6{,}37 \cdot 10^6}} = \sqrt{17{,}87} = 4{,}23$.

4. Por separado: $v_{e,\text{Titán}} = 2{,}65 \cdot 10^3$ m/s y $v_{e,\text{Tierra}} = 1{,}12 \cdot 10^4$ m/s.

5. Errata menor de la solución oficial: usa $M_{\text{Tierra}} = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg en lugar del $5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg de la tabla. El resultado no cambia (4,23 con cualquiera de los dos).

SOLUCIÓN $v_{e,\text{Tierra}} \approx 4{,}23\, v_{e,\text{Titán}}$; dicho al revés, la de Titán es 0,237 veces la terrestre. Escapar de Titán es mucho más fácil, aunque la roca del volcán (855 m/s) tampoco lo consigue.

Lo que puntúa. Asturias publica el examen resuelto, sin reparto más fino que el punto de cada apartado. Su ficha 2025-26 dice: «Se valorará primordialmente la construcción correcta frente a la solución correcta aportada» y «Se penalizará con un descuento de 0.25 puntos por error grave o acumulativo de varios errores leves». En 2025-26 hay que sustituir los valores con sus unidades. La solución oficial plantea la conservación de la energía mecánica, avisa de que «La altura h no puede despreciarse» y en el b) deduce v_e con $E_m = 0$ antes de dividir.

Error típico que te quita puntos. Usar $v = \sqrt{2gh}$ con g constante (903 m/s) sin justificar que $h \ll R$, que aquí es falso. En el b), dar «4,23» sin decir cuál es mayor, o dividir al revés sin darse cuenta.

12 Ejercicio resuelto: gravedad, escape y altura máxima en Saturno (Castilla-La Mancha 2025)

PAU CASTILLA-LA MANCHA 2025 · CONVOCATORIA ORDINARIA · PROBLEMA 1 (2,5 PUNTOS; SE ELIGEN DOS DE LOS TRES APARTADOS, DE 1,25 CADA UNO)

Nos encontramos en una nave espacial de masa $9 \cdot 10^4$ kg sobre la superficie del planeta Saturno. Sabemos que el radio de este planeta es de $5{,}82 \cdot 10^4$ km, su masa de $5{,}68 \cdot 10^{26}$ kg y su periodo de rotación de 10 horas y 34 minutos. Elige dos apartados a realizar: [...] Datos: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$. [El examen usa punto decimal.]

a) Calcula el valor de la gravedad en la superficie de Saturno y la velocidad que necesita la nave para abandonar el planeta. Deduce razonadamente las expresiones. (1,25 puntos)

b) Suponer que se lanza la nave verticalmente y sus motores se apagan justo cuando se encuentra a una altura de 2 veces el radio de Saturno sobre su superficie con velocidad de 1 km/s. Determinar a qué altura (en km) se parará antes de volver a caer sobre Saturno. (1,25 puntos)

c) Se quiere lanzar la nave para que orbite alrededor de este planeta de forma geoestacionaria (manteniéndose siempre en la vertical sobre un punto sobre la superficie del planeta). Deducir y calcular la altura a la que orbitará la nave. (1,25 puntos)

Apartado a)

1. **La idea:** dos deducciones cortas. g sale de igualar el peso a la fuerza gravitatoria; la velocidad para «abandonar el planeta» es la **velocidad de escape**, que sale de la conservación de la energía.
2. Gravedad: $mg = \dfrac{GMm}{R^2} \Rightarrow g = \dfrac{GM}{R^2}$. Con $R = 5{,}82 \cdot 10^7$ m (¡pasa los km a m!): $g = \dfrac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}68 \cdot 10^{26}}{(5{,}82 \cdot 10^7)^2} = 11{,}18\ \mathrm{m/s^2}$.
3. Velocidad de escape: la mínima con la que la nave llega al infinito con $v = 0$; allí $E_p = 0$, luego su energía mecánica es nula: $\frac{1}{2}mv_e^2 - \dfrac{GMm}{R} = 0 \Rightarrow v_e = \sqrt{\dfrac{2GM}{R}}$.
4. $v_e = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 3{,}789 \cdot 10^{16}}{5{,}82 \cdot 10^7}} = 3{,}608 \cdot 10^4$ m/s, con $GM = 3{,}789 \cdot 10^{16}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg}$. Comprobación: $\sqrt{2gR}$ da lo mismo.

SOLUCIÓN $g = 11{,}18\ \mathrm{m/s^2}$ y $v_e = 36{,}08$ km/s. No depende de la masa de la nave (los $9 \cdot 10^4$ kg no hacen falta).

Apartado b)

1. **La idea:** con los motores apagados solo actúa la gravedad: conservación de la energía entre el punto de apagado y el punto más alto ($v = 0$).
2. **Cuidado con la distancia:** «a una altura de 2 veces el radio sobre su superficie» significa $h = 2R$, luego la distancia al centro es $r_i = R + 2R = 3R = 1{,}746 \cdot 10^8$ m.
3. $\frac{1}{2}mv_i^2 - \dfrac{GMm}{3R} = -\dfrac{GMm}{r_f}$ (se simplifica m) $\Rightarrow r_f = \dfrac{GM}{\dfrac{GM}{3R} - \dfrac{v_i^2}{2}}$.
4. $\dfrac{GM}{3R} = \dfrac{3{,}789 \cdot 10^{16}}{1{,}746 \cdot 10^8} = 2{,}170 \cdot 10^8\ \mathrm{J/kg}$ y $\dfrac{v_i^2}{2} = 5 \cdot 10^5\ \mathrm{J/kg}$, así que $r_f = \dfrac{3{,}789 \cdot 10^{16}}{2{,}165 \cdot 10^8} = 1{,}75 \cdot 10^8$ m.

5. Eso es la distancia **al centro**. La altura sobre la superficie: $h = r_f - R = 1{,}75 \cdot 10^8 - 5{,}82 \cdot 10^7 = 1{,}17 \cdot 10^8$ m.
6. Sentido físico: 1 km/s es muy poco frente a los 36 km/s de escape; la nave apenas sube unos 400 km más (r_f es solo un 0,2 % mayor que $3R$).

SOLUCIÓN Se para a $h \approx 1{,}17 \cdot 10^5$ km sobre la superficie ($1{,}17 \cdot 10^8$ m), unos 400 km por encima del punto donde apagó los motores.

Apartado c)

1. **La idea** (es del Tema 5): para estar siempre sobre el mismo punto, la nave debe girar con el **periodo de rotación de Saturno**. En otro planeta no es «geo»: es una órbita **estacionaria** (síncrona, circular y en el plano del ecuador). El enunciado la llama «geoestacionaria» y explica lo que quiere decir.
2. La fuerza gravitatoria es la centrípeta: $\dfrac{GMm}{D^2} = m\,\omega^2 D$, con $\omega = 2\pi/T$. Despejando, $D^3 = \dfrac{GM\,T^2}{4\pi^2}$.
3. $T = 10 \cdot 3600 + 34 \cdot 60 = 38\,040$ s (no 24 h: es el día de Saturno).
4. $D = \left(\dfrac{3{,}789 \cdot 10^{16} \cdot (38\,040)^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} = 1{,}12 \cdot 10^8$ m, y la altura $h = D - R = 5{,}34 \cdot 10^7$ m.

SOLUCIÓN Orbitaría a unos $5{,}34 \cdot 10^4$ km de la superficie ($D = 1{,}12 \cdot 10^8$ m del centro, 1,9 radios de Saturno).

Lo que puntúa. Criterios oficiales de la UCLM (2025), en múltiplos de 0,25. a): 0,25 por $g = GM/R^2$; 0,25 por $g = 11{,}18$ m/s²; 0,25 por identificar el concepto: «La ve proporciona al cuerpo una energía cinética tal que la energía mecánica total será nula»; 0,25 por deducir $v_e = \sqrt{2GM/R}$ («También es válido emplear ve = √(2gR) deduciéndola con un cambio de variable»); 0,25 por 36,08 km/s. b): 0,25 por la conservación de la energía «diseccionada» en cinética y potencial; 0,25 por identificar las energías con $v_f = 0$; 0,25 por despejar («Si este paso no lo escriben no se penaliza»); 0,25 por $h_f = 1{,}75 \cdot 10^8$ m; 0,25 por interpretar la altura sobre la superficie, $1{,}17 \cdot 10^5$ km. c): 0,25 cada uno, por $F_g = m\,a_c$, por $GMm/D^2 = m\omega^2 D$, por despejar D, por el periodo en segundos («Si se utiliza un periodo de 24 horas se considerará como error leve») y por $h = 5{,}34 \cdot 10^7$ m. Y en general: «En ningún caso se invalidará todo un apartado sólo porque el valor numérico final no coincida con el dado aquí como solución».

Error típico que te quita puntos. En el b), tomar $r = 2R$ en lugar de $3R$ (la altura se mide desde la superficie) o dar r_f como altura sin restar el radio. En el a), dejar el radio en km. En el c), usar 24 h.

13 Ejercicio resuelto: campo, trabajo y signo con dos masas (Cantabria 2026)

PAU CANTABRIA 2026 · CONVOCATORIA ORDINARIA · APARTADO 1, PREGUNTA 2 (A ELEGIR ENTRE LAS PREGUNTAS 1 Y 2; 2,5 PUNTOS)

Dos masas puntuales idénticas de valor $m_1 = m_2 = 10$ kg se encuentran situadas en los puntos $P_1\,(0, 0)$ m y $P_2\,(0, 10)$ m respectivamente del plano xy. [Tabla de constantes del examen: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N·m^2·kg^{-2}.]

a) Calcular y representar gráficamente el vector campo gravitatorio debido a las masas m_1 y m_2 en el punto (5,5) m. (1 punto)

b) Calcular el trabajo realizado por el campo gravitatorio creado por m_1 y m_2 para transportar una masa puntual $m_3 = 1$ kg desde el punto (5,5) m al punto (0,5) m. (1 punto)

c) Razonar brevemente el significado físico del signo del trabajo obtenido en el apartado b). (0,5 puntos)

Apartado a)

1. **La idea** (superposición, Tema 3): cada masa crea en A(5, 5) un campo dirigido hacia ella; se suman como vectores.
2. Las dos están a la misma distancia: $d = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 7{,}07$ m. Módulo de cada campo: $g_1 = g_2 = \dfrac{Gm}{d^2} = \dfrac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 10}{50} = 1{,}334 \cdot 10^{-11}$ N/kg.
3. Direcciones (unitarios de A hacia cada masa): hacia P_1, $\dfrac{(-5,-5)}{\sqrt{50}}$; hacia P_2, $\dfrac{(-5,5)}{\sqrt{50}}$. Así $\vec{g}_1 = (-9{,}43\,\vec{\imath} - 9{,}43\,\vec{\jmath}) \cdot 10^{-12}$ N/kg y $\vec{g}_2 = (-9{,}43\,\vec{\imath} + 9{,}43\,\vec{\jmath}) \cdot 10^{-12}$ N/kg.
4. Suma: las componentes y se cancelan por simetría y $\vec{g} = -1{,}89 \cdot 10^{-11}\,\vec{\imath}$ N/kg.
5. Dibujo: en A, $\vec{g}_1$ y $\vec{g}_2$ a 45° hacia cada masa y su suma horizontal, hacia la izquierda (hacia el eje y).

SOLUCIÓN $\vec{g}(5,5) = -1{,}89 \cdot 10^{-11}\,\vec{\imath}$ N/kg: módulo $1{,}89 \cdot 10^{-11}$ N/kg, dirección del eje x, sentido negativo.

Apartado b)

1. **La idea:** la fuerza gravitatoria es conservativa, así que el trabajo del campo solo depende de los potenciales inicial y final: $W_{\text{campo}} = -\Delta E_p = m_3\,(V_A - V_B)$. No hace falta conocer el camino.
2. Potencial en A(5, 5): $V_A = -\dfrac{Gm_1}{\sqrt{50}} - \dfrac{Gm_2}{\sqrt{50}} = -\dfrac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 10}{7{,}071} = -1{,}89 \cdot 10^{-10}$ J/kg.
3. Potencial en B(0, 5), a 5 m de cada masa: $V_B = -\dfrac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 10}{5} = -2{,}67 \cdot 10^{-10}$ J/kg.
4. $W_{\text{campo}} = 1 \cdot \left(-1{,}887 \cdot 10^{-10} + 2{,}668 \cdot 10^{-10}\right) = 7{,}81 \cdot 10^{-11}$ J.

SOLUCIÓN $W_{\text{campo}} = 7{,}81 \cdot 10^{-11}$ J, positivo.

Apartado c)

1. El trabajo del campo es **positivo**: el traslado de A a B lo hace el propio campo, es **espontáneo**. La masa va hacia un punto de menor potencial (más cerca de las dos masas).
2. La energía potencial de m_3 **disminuye** en $7{,}81 \cdot 10^{-11}$ J. Si se suelta en reposo en A, el campo (que en A apunta hacia B) la lleva hasta B, donde llega con esa energía cinética: $v = \sqrt{2 \cdot 7{,}81 \cdot 10^{-11}/1} = 1{,}25 \cdot 10^{-5}$ m/s.
3. Para llevarla de A a B en reposo, un agente externo tendría que hacer el trabajo contrario, $-7{,}81 \cdot 10^{-11}$ J (frenarla). Curiosidad: en B el campo es nulo, pero el potencial no.

SOLUCIÓN Signo positivo: desplazamiento espontáneo, a costa de la energía potencial del sistema.

Lo que puntúa. Criterios específicos de Cantabria (junio 2026): a) «1 punto si está correctamente calculado: i) el vector campo gravitatorio, con las componentes cartesianas según los ejes X e Y, y con las unidades correctas (0.5 puntos), y ii) la representación gráfica (0.5 puntos)»; solo el módulo, «0.25 sobre los 0.5 puntos de esa parte»; el planteamiento, 0,2 por $g_i = Gm_i/d_i^2$ y 0,2 por la superposición. b) Si se plantea bien la ecuación del trabajo pero no se calculan los potenciales, 0,25; con los potenciales mal calculados pero todo bien planteado, 0,8 más 0,1 de

unidades. c) «0.5 puntos por la correcta interpretación del significado físico del trabajo realizado por el campo gravitatorio». Criterio general: planteamiento 80 % y resultado 20 %; sin unidades, -10 %.

Error típico que te quita puntos. Escribir $W = m(V_B - V_A)$ y llamarlo trabajo del campo: sale negativo y la interpretación del c) queda al revés. (En el trabajo eléctrico, los criterios de Cantabria de 2026 llaman a ese fallo «error conceptual» y ponen un cero en esa parte; aquí no lo dicen, pero el c) depende del signo.) Otro clásico: sumar los potenciales como vectores u olvidar el signo menos.

Conceptos clave

Fuerza central

Fuerza cuya dirección pasa siempre por un punto fijo. La gravitatoria lo es y, además, su módulo solo depende de la distancia a ese punto, por lo que es conservativa.

Fuerza conservativa

Fuerza cuyo trabajo entre dos puntos no depende del camino (en un camino cerrado es cero). Permite definir una energía potencial con $W = -\Delta E_p$.

Energía potencial gravitatoria

Energía del sistema de dos masas debida a su posición: $E_p = -GMm/r$, con origen en el infinito. Es negativa, escalar y se mide en julios.

Potencial gravitatorio

Energía potencial por unidad de masa en un punto: $V = E_p/m = -GM/r$. Escalar, negativo, en J/kg; con varias masas se suman los potenciales.

Superficie equipotencial

Conjunto de puntos con el mismo potencial. Es perpendicular a las líneas de campo y moverse sobre ella no cuesta trabajo.

Trabajo del campo

Trabajo de la fuerza gravitatoria entre A y B: $W = m(V_A - V_B)$. Si es positivo, el desplazamiento es espontáneo.

Trabajo externo

Trabajo que tiene que hacer un agente para llevar una masa de A a B en reposo: $W_{\text{ext}} = m(V_B - V_A)$, el opuesto al del campo.

Conservación de la energía mecánica

Si solo actúan fuerzas conservativas, $E_c + E_p$ no cambia: $\frac{1}{2}mv^2 - GMm/r$ vale lo mismo en todos los puntos de la trayectoria.

Velocidad de escape

Velocidad mínima que hay que dar a un cuerpo en la superficie de un astro para que llegue al infinito sin más impulso: $v_e = \sqrt{2GM/R} = \sqrt{2g_0R}$. No depende de la masa del cuerpo.

Energía de enlace

Energía mínima que hay que aportar a un cuerpo ligado para llevarlo al infinito: vale $-E_m$.

Sistema ligado

El que tiene energía mecánica negativa: el cuerpo no puede alejarse indefinidamente por sí solo.

Pozo de potencial

Forma de la gráfica $E_p(r)$ alrededor de un astro: cuanto más profundo, más energía cuesta salir de él.

MODO PAU

Ocho claves que valen puntos

El signo menos

$E_p = -GMm/r$ y $V = -GM/r$ son **negativas** (origen en el infinito). Olvidar el signo cambia toda la interpretación.

V es escalar

Con varias masas, **suma los potenciales** sin vectores; solo necesitas distancias. El campo $\vec{g}$, en cambio, va con componentes.

Quién hace el trabajo

$W_{\text{campo}} = m(V_A - V_B)$; $W_{\text{ext}} = m(V_B - V_A)$. Di siempre si es **espontáneo** o hay que aportarlo desde fuera.

r desde el centro

Si te dan una altura, $r = R + h$. «A 2R de la superficie» es $r = 3R$.

mgh solo si h ≪ R

Para satélites, lanzamientos rápidos o caídas desde una órbita, usa $-GMm/r$. Si usas mgh, **justifícalo**.

Deduce la v de escape

$E_m = 0$ en el infinito $\Rightarrow \frac{1}{2}mv_e^2 - GMm/R = 0 \Rightarrow v_e = \sqrt{2GM/R} = \sqrt{2g_0R}$. En Andalucía, siempre; en Aragón, sin deducción vale 0,2 de 1.

Escape desde la órbita

Usa el **radio de la órbita**: $v_e = \sqrt{2GM/r}$ y energía $-E_m = GMm/2r$. Desde la superficie sería otra cosa.

Cocientes sin G

$v_e \propto \sqrt{M/R} \propto \sqrt{g_0R}$: escribe la expresión, divide y simplifica antes de sustituir.

Cómo te lo pueden preguntar

- Velocidad de escape: definirla y deducirla, calcularla desde la superficie o desde una órbita, compararla entre astros con cocientes o usarla en un lanzamiento vertical (altura máxima, velocidad en el infinito): sale en 32 de las 68 convocatorias ordinarias y extraordinarias de 2025 y 2026, en 13 comunidades.
- Energía potencial y potencial gravitatorio: potencial de una o varias masas en un punto, trabajo para llevar una masa entre dos puntos o hasta el infinito con el significado de su signo, balances de energía (velocidad de impacto, energía para subir) y cuestiones teóricas o de verdadero o falso: sale en 32 de las 68 convocatorias, en 16 comunidades.
- Contando las dos cosas, el tema sale en 50 de las 68 convocatorias y en las 17 comunidades: casi siempre como apartado del problema de gravitación, junto a las órbitas (Tema 5) o al campo de varias masas (Tema 3).

No lo confundas

- **Potencial con energía potencial:** V (J/kg) es propio del punto; $E_p = mV$ (J) es de la masa colocada en él.
- **Campo nulo con potencial nulo:** entre dos masas el campo puede anularse; el potencial gravitatorio, nunca a distancia finita.
- **Trabajo del campo con trabajo externo:** tienen el mismo valor y signo contrario. Lee qué te piden.
- **Distancia al centro con altura:** $r = R + h$. Un resultado «a qué altura» se da desde la superficie.
- **Velocidad de escape con velocidad orbital:** a la misma distancia, $v_e = \sqrt{2}\, v_{\text{orb}}$. La orbital mantiene en órbita; la de escape saca del campo.
- **Escape desde la superficie con escape desde la órbita:** cambian r y la energía de partida (en órbita ya hay energía cinética).
- **mgh con $-GMm/r$:** distintos orígenes de energía potencial; dan las mismas diferencias solo si $h \ll R$.
- **Velocidad de escape con velocidad para salir de la atmósfera:** la de escape es la velocidad inicial, sin motor, para no volver nunca; un cohete con motores encendidos puede subir más despacio.

Ponte a prueba

PAU Andalucía 2026 (extraordinaria), Bloque A, apartado b2 (a elegir entre b1 y b2; 1,5 puntos). Marte es un planeta más pequeño y menos masivo que la Tierra con un radio aproximado de 0,532 veces el radio terrestre y una masa de 0,107 veces la masa de la Tierra. Determine: i) (0,5 puntos) el peso en la superficie de Marte de un objeto que en la Tierra pesa 400 N; ii) (1 punto) la velocidad de escape desde la superficie de Marte. $g = 9{,}8\ \mathrm{m\ s^{-2}}$; $R_T = 6370$ km.

Solución: i) $g = GM/R^2$, así que $\dfrac{g_M}{g_T} = \dfrac{M_M}{M_T}\left(\dfrac{R_T}{R_M}\right)^2 = \dfrac{0{,}107}{0{,}532^2} = 0{,}378$. El peso es proporcional a g (la masa no cambia): $P_M = 400 \cdot 0{,}378 = 151$ N ($g_M = 3{,}70\ \mathrm{m/s^2}$). ii) Deducción (obligatoria en Andalucía): para escapar justo, $E_m = 0$ en el infinito, así que $\frac{1}{2}mv_e^2 - \dfrac{GM_M m}{R_M} = 0$ y $v_e = \sqrt{2GM_M/R_M} = \sqrt{2g_M R_M}$ (con $GM_M = g_M R_M^2$). Con $R_M = 0{,}532 \cdot 6{,}37 \cdot 10^6 = 3{,}39 \cdot 10^6$ m: $v_e = \sqrt{2 \cdot 3{,}70 \cdot 3{,}39 \cdot 10^6} = 5{,}01 \cdot 10^3$ m/s. Coincide con el valor de la NASA (5,0 km/s).

PAU Región de Murcia 2025 (extraordinaria, julio), Bloque 1, opción 1-A (a elegir entre 1-A y 1-B; 2,5 puntos). a) [1,25p] Desde la superficie de la Luna, se lanza una cápsula espacial con una velocidad inicial igual al doble de la velocidad de escape lunar. Determinar la velocidad de la cápsula cuando se encuentra a una distancia infinita de la Luna, despreciando la influencia gravitatoria de la Tierra u otros astros. Datos: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$, masa de la Luna $= 7{,}3 \times 10^{22}$ kg, radio de la Luna $= 1740$ km. b) [1,25p] El sistema estelar llamado 36-Ophiuchi está formado por tres estrellas casi idénticas, cada una de ellas de masa 0,8 veces la masa del Sol. Si consideramos que cada una se encuentra en los vértices de un triángulo equilátero de lado 200 UA, calcular la energía potencial total del sistema. Datos: 1 UA (Unidad Astronómica) $= 150 \times 10^6$ km, $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$, masa del Sol $= 2 \times 10^{30}$ kg. [El examen usa punto decimal.]

Solución: a) Velocidad de escape lunar: $v_e = \sqrt{2GM_L/R_L} = \sqrt{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 7{,}3 \cdot 10^{22}/1{,}74 \cdot 10^6} = 2{,}37 \cdot 10^3$ m/s. Conservación de la energía entre la superficie y el infinito ($E_p = 0$): $\frac{1}{2}mv_0^2 - \dfrac{GM_L m}{R_L} = \frac{1}{2}mv_\infty^2$. Como $\dfrac{GM_L}{R_L} = \frac{1}{2}v_e^2$ y $v_0 = 2v_e$: $v_\infty^2 = 4v_e^2 - v_e^2 = 3v_e^2$, $v_\infty = \sqrt{3}\,v_e = 4{,}10 \cdot 10^3$ m/s. b) Energía potencial del sistema: una por cada pareja (tres parejas, todas a la misma distancia a): $E_p = -3\dfrac{Gm^2}{a}$, con $m = 0{,}8 \cdot 2 \cdot 10^{30} = 1{,}6 \cdot 10^{30}$ kg y $a = 200 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{11} = 3 \cdot 10^{13}$ m. $E_p = -\dfrac{3 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot (1{,}6 \cdot 10^{30})^2}{3 \cdot 10^{13}} = -1{,}71 \cdot 10^{37}$ J. Negativa: el sistema está ligado (sin contar la energía cinética de las estrellas).

PAU Canarias 2025 (ordinaria), Bloque I, Opción B, Problema 3 (a elegir entre las opciones A y B; 2,5 puntos). En el punto A (2,0) se sitúa una masa de 2 kg y en el punto B (5,0) se coloca otra de 4 kg. Si las longitudes se miden en metros: a) Calcule el potencial del campo gravitatorio en el punto C (2,4). (1 punto) b) Si se sitúa una masa de 1 kg en el origen de coordenadas, calcule el vector fuerza resultante que actúa sobre ella y el trabajo realizado para llevar esa masa desde el origen de coordenadas hasta el infinito. (1,5 puntos) Dato: $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N{\cdot}m^2/kg^2}$.

Solución: a) Distancias a C: $AC = 4$ m y $BC = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ m. $V_C = -G\left(\frac{2}{4} + \frac{4}{5}\right) = -1{,}3\,G = -8{,}67 \cdot 10^{-11}$ J/kg. b) Las dos masas están en el semieje x positivo y atraen a la de 1 kg hacia ellas: $F_A = \frac{G \cdot 2 \cdot 1}{2^2} = 3{,}34 \cdot 10^{-11}$ N y $F_B = \frac{G \cdot 4 \cdot 1}{5^2} = 1{,}07 \cdot 10^{-11}$ N, ambas según $+\vec{\imath}$: $\vec{F} = 4{,}40 \cdot 10^{-11}\,\vec{\imath}$ N. Trabajo: $V_O = -G\left(\frac{2}{2} + \frac{4}{5}\right) = -1{,}20 \cdot 10^{-10}$ J/kg y $V_\infty = 0$. El trabajo que hay que realizar (externo) es $W_{\text{ext}} = m(V_\infty - V_O) = +1{,}20 \cdot 10^{-10}$ J; el campo hace $-1{,}20 \cdot 10^{-10}$ J. Positivo para nosotros: hay que aportar energía para alejar la masa contra la atracción, y no depende del camino.

Fuentes

1. Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato (Física, saberes del bloque A «Campo gravitatorio»: energía mecánica, trabajo y balances energéticos)
2. Junta de Andalucía: Directrices y orientaciones generales para la PAU 2026-27, Física (17-jun-2026)
3. Universidades públicas de Madrid: presentación de la Comisión de Materia de Física, PAU 2025/2026 (directrices)
4. Universidad de Extremadura: Aspectos curriculares orientativos de Física, Bloque A, PAU 2026-27 (octubre de 2026)
5. Universidad de Cantabria: página de la materia Física en la PAU (matriz, exámenes y criterios)
6. Universitat de València: Documento de orientación de Física PAU 2026-27 (Comunitat Valenciana)
7. Examen PAU Física Asturias 2026 (extraordinaria)
8. Examen PAU Física Asturias 2026 (extraordinaria), resuelto por la comisión
9. Examen PAU Física Castilla-La Mancha 2025 (ordinaria)
10. Criterios de corrección PAU Física Castilla-La Mancha 2025 (ordinaria)
11. Examen PAU Física Cantabria 2026 (ordinaria)
12. Criterios de corrección PAU Física Cantabria 2026 (ordinaria)
13. Examen PAU Física Andalucía 2026 (extraordinaria)
14. Examen y criterios PAU Física Región de Murcia 2025 (extraordinaria)
15. Examen PAU Física Canarias 2025 (ordinaria)
16. NIST, CODATA 2018: constante de gravitación G
17. NASA, Planetary Fact Sheet (masas, radios y velocidades de escape)
18. NASA, Moon Fact Sheet

Imágenes: Farmeando PAU: Farmeando PAU, esquema de elaboración propia (Python y matplotlib). · Farmeando PAU: Farmeando PAU, esquema de elaboración propia (Python y matplotlib). · Farmeando PAU: Farmeando PAU, esquema de elaboración propia (Python y matplotlib). · Farmeando PAU: Farmeando PAU, gráfico de elaboración propia (Python y matplotlib) con datos de la NASA, Planetary Fact Sheet.

Apuntes de Farmeando PAU · farmeandopau.com · Revisados frente a fuentes. Última revisión: 1 de noviembre de 2026. Licencia CC BY-NC-ND 4.0: puedes copiarlo y compartirlo citándonos, sin uso comercial ni cambios (las imágenes, con su propia licencia). ¿Un error? Avísanos desde la página del tema. Cómo los hacemos: farmeandopau.com/metodologia.