Fuerza magnética sobre cargas en movimiento

Test de 10 preguntas y flashcards de este tema en farmeandopau.com ›

Última revisión: 1 de noviembre de 2026.

Escanea y haz el test del tema

LA IDEA EN 30 SEGUNDOS

Una carga que se mueve en un campo magnético sufre la **fuerza de Lorentz**, $\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$, perpendicular a la velocidad: **no hace trabajo** y no cambia la energía cinética, solo la dirección. Si $\vec{v} \perp \vec{B}$, la carga describe un **MCU** de radio $R = mv/(|q|B)$ y periodo $T = 2\pi m/(|q|B)$, que no depende de v. Con eso funcionan el **selector de velocidades** ($v = E/B$), el **espectrómetro de masas** y el **ciclotrón**. Sale en **37 de las 68 convocatorias**, en 16 comunidades: radio y periodo, espectrómetro y signos por la curvatura.

1 El campo magnético: qué es y cómo se representa

Un **campo magnético** $\vec{B}$ es la región donde una **carga en movimiento** (o una corriente) nota una fuerza. Lo crean los imanes y las corrientes eléctricas —cómo lo crean las corrientes lo ves en el Tema 10—. Aquí te importa lo que le hace a una carga que lo atraviesa.

- **Unidad SI: el tesla (T).** De $F = qvB$ sale $1\ \mathrm{T} = 1\ \mathrm{N/(C{\cdot}m/s)} = 1\ \mathrm{N/(A{\cdot}m)}$. Una unidad antigua que aún aparece: el **gauss**, $1\ \mathrm{G} = 10^{-4}\ \mathrm{T}$ (Canarias da el campo en gauss en la extraordinaria de 2026, con la equivalencia en los datos).
- **Órdenes de magnitud.** El campo terrestre es pequeño: según el Instituto Geográfico Nacional, unos $44\,000$ nT ($4{,}4 \cdot 10^{-5}$ T) en el centro de la Península y unos $38\,000$ nT en Canarias. En los ejercicios de PAU verás campos de milésimas de tesla (mT) a unos pocos teslas.
- **Líneas de campo:** tangentes a $\vec{B}$ en cada punto; salen del polo norte de un imán y entran por el sur, y **son cerradas** (siguen por dentro del imán). Si partes un imán, salen dos imanes: **no hay polos magnéticos aislados** (monopolos).
- **Cómo se dibuja un campo perpendicular al papel:** $\otimes$ (o una cruz $\times$) es un campo **entrante**, que se aleja de ti; $\odot$ (un punto) es un campo **saliente**, que viene hacia ti. Con los ejes habituales (x a la derecha, y hacia arriba), entrante es $-\vec{k}$ y saliente es $+\vec{k}$.
- **Campo uniforme:** mismo módulo, dirección y sentido en toda la región (líneas paralelas y equidistantes). Es el caso de casi todos los problemas de este tema.

Lo esencial

El campo eléctrico actúa sobre cualquier carga; el magnético, **solo sobre cargas que se mueven** y que no lo hacen en la dirección de $\vec{B}$.

2 La fuerza de Lorentz

Sobre una carga q que se mueve con velocidad $\vec{v}$ en un campo magnético $\vec{B}$ actúa la **fuerza magnética** (fuerza de Lorentz):

$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B} \qquad |\vec{F}| = |q|\,v\,B\,\operatorname{sen}\theta$$

donde θ es el ángulo entre $\vec{v}$ y $\vec{B}$.

- **Dirección:** perpendicular a la vez a $\vec{v}$ y a $\vec{B}$ (es un producto vectorial). **Sentido:** el de $\vec{v} \times \vec{B}$ si $q > 0$ y **el contrario si** $q < 0$ (electrones).
- **Cómo se saca el sentido:** con la regla del **sacacorchos** (giras $\vec{v}$ hacia $\vec{B}$ por el ángulo más corto y el sacacorchos avanza en el sentido de $\vec{v} \times \vec{B}$) o con la **regla de la mano derecha** (dedos de $\vec{v}$ a $\vec{B}$, el pulgar da $\vec{v} \times \vec{B}$). El currículo de Aragón (Orden ECD/1173/2022) dice que «es recomendable evitar la "regla de la mano derecha"» y trabajar con el producto vectorial y la regla del sacacorchos: la más segura es **calcular el producto vectorial con los unitarios**.
- **Productos de unitarios** (ejes dextrógiros): $\vec{\imath} \times \vec{\jmath} = \vec{k}$, $\vec{\jmath} \times \vec{k} = \vec{\imath}$, $\vec{k} \times \vec{\imath} = \vec{\jmath}$; al revés cambian de signo ($\vec{\jmath} \times \vec{\imath} = -\vec{k}$…) y $\vec{\imath} \times \vec{\imath} = 0$.
- **Máxima** si $\vec{v} \perp \vec{B}$ ($\theta = 90^\circ$): $F = |q|vB$. **Nula** si $\vec{v} \parallel \vec{B}$ ($\theta = 0^\circ$ o 180°) o si la carga está en reposo.
- **Si además hay campo eléctrico**, la fuerza total es $\vec{F} = q\,(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$: suma vectorial de la fuerza eléctrica (Tema 8) y la magnética. Es la expresión completa de la **ley de Lorentz**. Andalucía avisa en sus orientaciones 2026-27 de que «Sólo se exigirá la expresión de la ley de Lorentz, introducida operativamente».

FUERZA ELÉCTRICA, MAGNÉTICA Y TOTAL (CANARIAS 2025, EXTRAORDINARIA)

Una carga de 4 nC entra con velocidad $\vec{v} = 10^4\,\vec{\imath}$ (m/s) en una región del espacio en la que existe un campo eléctrico $\vec{E} = 10^4\,\vec{\jmath}$ (N/C) y un campo magnético $\vec{B} = (\vec{\imath} + \vec{k})$ (T). Determine el valor de los vectores fuerza eléctrica, magnética y total que actúan sobre la carga.

Respuesta modelo

Fuerza eléctrica: $\vec{F}_E = q\vec{E} = 4 \cdot 10^{-9} \cdot 10^4\,\vec{\jmath} = 4 \cdot 10^{-5}\,\vec{\jmath}$ N. Fuerza magnética: $\vec{v} \times \vec{B} = 10^4\,\vec{\imath} \times (\vec{\imath} + \vec{k}) = 10^4(\vec{\imath} \times \vec{k}) = -10^4\,\vec{\jmath}$ (la componente de $\vec{B}$ paralela a $\vec{v}$ no aporta), así que $\vec{F}_B = 4 \cdot 10^{-9} \cdot (-10^4\,\vec{\jmath}) = -4 \cdot 10^{-5}\,\vec{\jmath}$ N. Total: $\vec{F} = \vec{F}_E + \vec{F}_B = \vec{0}$: **la carga sigue en línea recta** con velocidad constante.

Por qué puntúa. Este enunciado se repite en los modelos de Canarias de 2026 y 2027. Fíjate en que $\vec{\imath} \times \vec{\imath} = 0$ y en que $\vec{\imath} \times \vec{k} = -\vec{\jmath}$ (no $+\vec{\jmath}$).

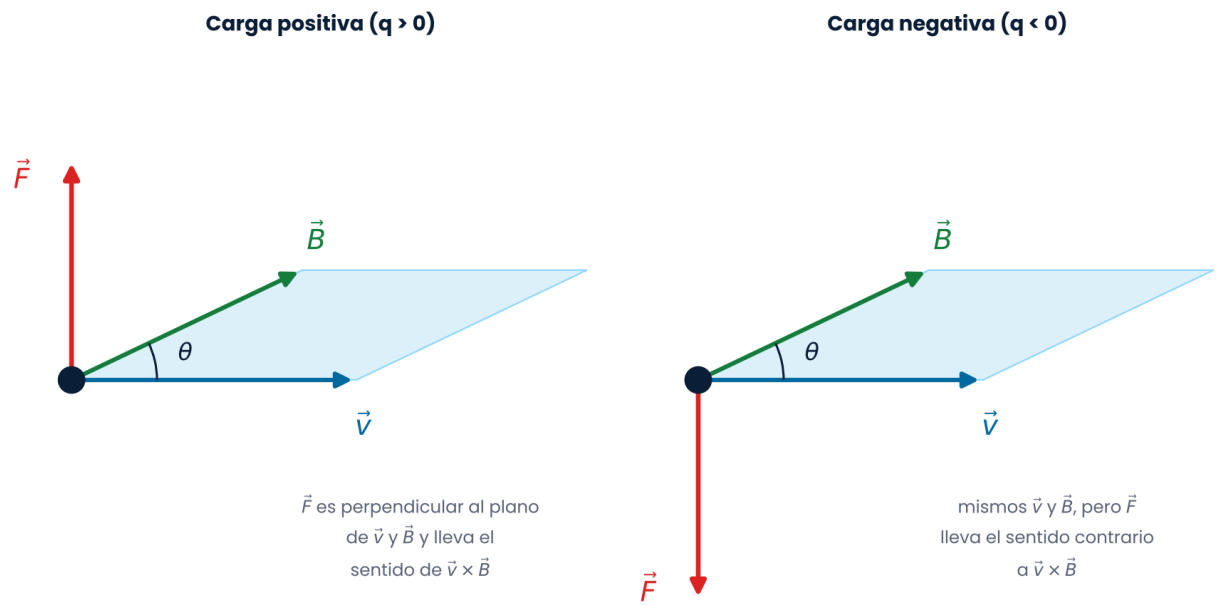
CAMPOS CRUZADOS SOBRE UN ELECTRÓN

Un electrón avanza en el sentido $+x$ en una región con $\vec{E}$ en el sentido $+y$ y $\vec{B}$ en el sentido $+z$. ¿Hacia dónde apunta cada fuerza?

Respuesta modelo

Eléctrica: $\vec{F}_E = q\vec{E}$ con $q = -e$, hacia $-y$. Magnética: $\vec{v} \times \vec{B} \propto \vec{\imath} \times \vec{k} = -\vec{\jmath}$, y al multiplicar por $q < 0$ queda hacia $+y$. Las dos fuerzas tienen la misma dirección y sentidos opuestos: si $eE = evB$, se anulan.

Por qué puntúa. Es la situación del selector de velocidades. Castilla y León pidió dibujar estas dos fuerzas en su ordinaria de 2026 (pregunta C.1, obligatoria).



Fuerza de Lorentz. La fuerza es perpendicular al plano que forman $\vec{v}$ y $\vec{B}$; para una carga negativa tiene el sentido contrario a $\vec{v} \times \vec{B}$.

3 La fuerza magnética no hace trabajo

Como $\vec{F}$ es siempre perpendicular a $\vec{v}$, la fuerza magnética **no cambia el módulo de la velocidad, solo su dirección**. Es la idea que más cuestiones razonadas genera.

- **Trabajo nulo:** $dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = \vec{F} \cdot \vec{v}\,dt = 0$ porque $\vec{F} \perp \vec{v}$. La potencia $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$ también es cero.
- **Energía cinética constante:** por el teorema de las fuerzas vivas (Tema 2), $\Delta E_c = W = 0$. Un campo magnético **no puede cambiar la rapidez** de una partícula (ni aumentarla ni frenarla); para eso hace falta un campo eléctrico. Sí le da aceleración, pero solo normal (punto siguiente).
- **Rapidez constante, velocidad variable:** $|\vec{v}|$ no cambia, pero $\vec{v}$ sí (cambia de dirección): hay aceleración, que es **normal o centrípeta**.
- **Carga en reposo o que se mueve en la dirección de $\vec{B}$:** $\vec{F} = \vec{0}$; sigue en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme (si no hay otras fuerzas).
- **Sin energía potencial magnética para una carga:** la fuerza magnética depende de la velocidad y no realiza trabajo, así que no tiene asociada una energía potencial como la gravitatoria o la eléctrica (Tema 4 y Tema 8). Además, el campo magnético no es conservativo: su circulación a lo largo de una línea cerrada no es nula (Tema 10). Por eso aquí trabajas con fuerzas y dinámica, no con energías (la energía solo entra cuando un campo eléctrico acelera la carga).

CAMPOS E Y B PARALELOS (GALICIA 2025, ORDINARIA)

Abandonamos en reposo un electrón en una región del espacio en la que hay un campo magnético y otro eléctrico, ambos estacionarios, uniformes y paralelos entre sí. A medida que pasa el tiempo, el electrón adquirirá: a) un movimiento circular uniforme; b) un movimiento rectilíneo y uniforme; c) un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

Respuesta modelo

c). Al principio $v = 0$ y la fuerza magnética es nula; solo actúa $\vec{F}_E = -e\vec{E}$, constante, que lo acelera en la dirección de $\vec{E}$ (sentido contrario). Su velocidad queda siempre **paralela a** $\vec{B}$, así que $\vec{v} \times \vec{B} = \vec{0}$ y la fuerza magnética sigue siendo nula. Con una fuerza constante y velocidad inicial nula, el movimiento es rectilíneo uniformemente acelerado.

Por qué puntúa. Galicia puso esta cuestión obligatoria en su ordinaria de 2025 y la repite en su modelo de 2027. Sin justificar, la respuesta no puntúa.

¿CAMBIA LA ENERGÍA CINÉTICA?

Un protón entra en un campo magnético uniforme. ¿Varía su energía cinética mientras está dentro?

Respuesta modelo

No. La fuerza magnética $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ es perpendicular a la velocidad en todo momento, así que su trabajo es nulo y, por el teorema de las fuerzas vivas, $\Delta E_c = 0$. Cambia la dirección de la velocidad, no su módulo.

Por qué puntúa. Murcia lo preguntó en su ordinaria de 2026 (2-A b) y Canarias en su extraordinaria de 2026 (3 c). Cita siempre «perpendicular a $\vec{v}$» y «trabajo nulo».

La frase que vale puntos

«La fuerza magnética es perpendicular a la velocidad: no realiza trabajo, no cambia la energía cinética ni el módulo de la velocidad, solo su dirección».

4 Movimiento circular uniforme: radio, periodo y frecuencia

Si la carga entra con $\vec{v} \perp \vec{B}$ en un campo uniforme, la fuerza tiene módulo constante $|q|vB$ y es siempre perpendicular a $\vec{v}$: hace de **fuerza centrípeta** y la trayectoria es una **circunferencia** recorrida con rapidez constante (MCU) en el plano perpendicular a $\vec{B}$.

- **Andalucía** pone el radio de giro en su lista de «Expresiones que siempre se deben deducir antes de su aplicación» (orientaciones 2026-27). **Cantabria** pidió en julio de 2026 «Deducir las expresiones para el radio y la frecuencia» (1,5 puntos). En **La Rioja**, la guía 2025-26 dice que «no se pedirán demostraciones» (pendiente de confirmar para 2027), pero que «En las preguntas en las que se pida expresamente una deducción razonada, la mera aplicación de una fórmula no será suficiente para obtener una valoración completa de estas». Escribe siempre el paso 1.
- **Sentido de giro:** sale del sentido de la fuerza en un punto. Con $\vec{B}$ **entrante**, una carga **positiva** gira en sentido **antihorario** y una negativa en sentido horario; con $\vec{B}$ **saliente**, al revés. No lo memorices sin más: compruébalo con $q\,\vec{v} \times \vec{B}$ en un punto, que es lo que puntúa.
- **Comparar partículas:** a igual velocidad, $R \propto m/|q|$; a igual energía cinética, $R = \sqrt{2mE_c}/(|q|B) \propto \sqrt{m}/|q|$; a igual ddp de aceleración, $R = \dfrac{1}{B}\sqrt{\dfrac{2m\,\Delta V}{|q|}}$. El periodo siempre $T \propto m/|q|$.
- **Ejemplo numérico:** un protón a $1{,}0 \cdot 10^6$ m/s en $B = 0{,}50$ T describe una circunferencia de radio $R = \dfrac{1{,}673 \cdot 10^{-27} \cdot 1{,}0 \cdot 10^6}{1{,}602 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}50} = 2{,}09 \cdot 10^{-2}$ m (unos 2,1 cm) con periodo $T = 2\pi m/(eB) = 1{,}31 \cdot 10^{-7}$ s.

Segunda ley de Newton en la dirección normal: la única fuerza es la magnética y apunta al centro: $|q|\,v\,B = m\,\dfrac{v^2}{R}$.

↓

Radio de giro

$R = \dfrac{m\,v}{|q|\,B} = \dfrac{p}{|q|\,B}$ (proporcional al momento lineal $p = mv$).

↓

Periodo

$T = \dfrac{2\pi R}{v} = \dfrac{2\pi m}{|q|\,B}$. **No depende de la velocidad ni del radio.**

↓

Frecuencia y velocidad angular (de ciclotrón): $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{|q|\,B}{2\pi m}$ y $\omega = \dfrac{|q|\,B}{m}$.

↓

Energía cinética a partir del radio

como $v = |q|BR/m$, $E_c = \dfrac{q^2B^2R^2}{2m}$.

Si duplicas…	El radio R	El periodo T
la velocidad v	se duplica	no cambia
el campo B	se reduce a la mitad	se reduce a la mitad
la masa m (misma v)	se duplica	se duplica
la carga $\|q\|$ (misma v)	se reduce a la mitad	se reduce a la mitad
la energía cinética	se multiplica por $\sqrt{2}$	no cambia

Con $R = mv/(|q|B)$ y $T = 2\pi m/(|q|B)$. Un protón y un electrón con la misma velocidad sufren fuerzas del mismo módulo, pero el radio del protón es $m_p/m_e \approx 1836$ veces mayor.

RAZÓN DE PERIODOS (ANDALUCÍA 2025, ORDINARIA)

Dos partículas cargadas se mueven perpendicularmente a un campo magnético uniforme con la misma velocidad. Si la masa de la primera es veinte veces mayor y su carga es la mitad de la segunda, encuentre la razón entre los periodos de sus movimientos.

Respuesta modelo

De $|q|vB = mv^2/R$ sale $R = mv/(|q|B)$ y $T = 2\pi R/v = 2\pi m/(|q|B)$. Entonces $\dfrac{T_1}{T_2} = \dfrac{m_1}{m_2} \cdot \dfrac{|q_2|}{|q_1|} = 20 \cdot 2 = 40$.

La primera tarda 40 veces más en dar una vuelta.

Por qué puntúa. La velocidad no influye en el periodo: no te hace falta saberla. El apartado anterior pedía deducir el radio: hazlo antes de usarlo.

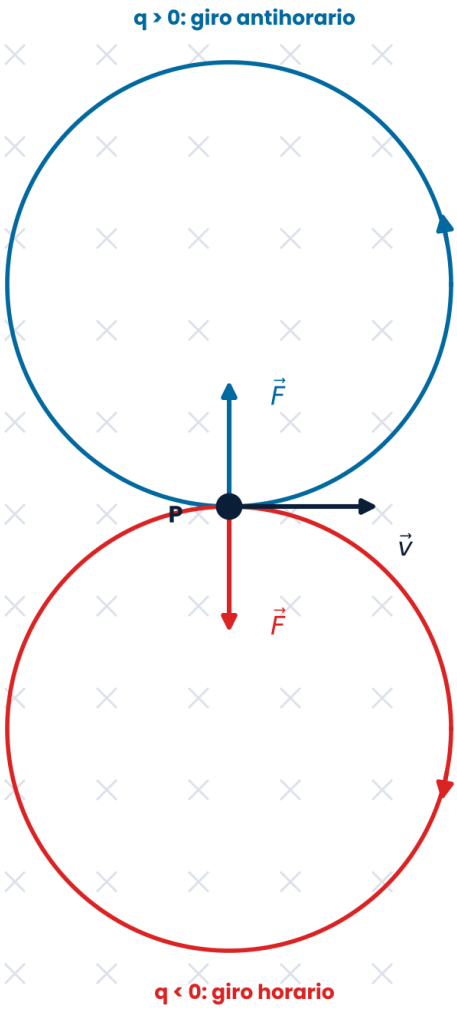
ELECTRÓN Y PROTÓN CON LA MISMA VELOCIDAD (ANDALUCÍA 2026, RESERVA)

Un electrón y un protón entran con la misma velocidad perpendicularmente a un campo magnético uniforme. ¿Sobre cuál actúa una fuerza mayor? ¿Cuál describe la trayectoria de mayor radio?

Respuesta modelo

La fuerza tiene el **mismo módulo**, $F = evB$, porque las cargas tienen el mismo valor absoluto; los **sentidos son opuestos** (por eso giran en sentidos contrarios). El radio $R = mv/(eB)$ es proporcional a la masa: el del protón es unas 1836 veces mayor.

Por qué puntúa. Si te piden la aceleración (modelo de Andalucía 2026), $a = F/m$: la del electrón es 1836 veces mayor.



$\vec{B}$ entrante (⊗), uniforme

$$R = \frac{m\,v}{|q|\,B}$$

$$T = \frac{2\pi m}{|q|\,B} \quad \text{(no depende de } v\text{)}$$

Trayectorias en un campo entrante. Las dos partículas pasan por P con la misma velocidad; la fuerza apunta al centro y el sentido de giro depende del signo de la carga.

5 Entrar y salir de una región con campo

Muchos problemas usan un campo que ocupa solo una zona (un semiplano, una franja, un cuadrado). Dentro, la carga describe un arco de circunferencia; fuera, sigue en línea recta.

- **Entra perpendicular al borde de un semiplano:** describe **media circunferencia** y sale por el mismo borde, con la velocidad invertida, a una distancia $d = 2R$ del punto de entrada. Tarda **medio periodo**: $t = T/2 = \pi m/(|q|B)$.
- **Ejemplo:** el protón de antes ($R = 2{,}09$ cm, $T = 1{,}31 \cdot 10^{-7}$ s) sale a 4,18 cm del punto de entrada después de $6{,}56 \cdot 10^{-8}$ s.
- **Entra formando un ángulo con el borde:** describe un arco de circunferencia cuya cuerda está sobre el borde; por simetría **sale formando el mismo ángulo con el borde**. Dibuja el centro (en la perpendicular a $\vec{v}$ en el punto de entrada, a distancia R) y usa trigonometría: La Rioja lo pidió en julio de 2026 con un protón que entra a 60°.
- **Región de anchura limitada (franja o cuadrado):** según el radio, la partícula vuelve atrás, sale por un lado o atraviesa la región. Compara R con las dimensiones de la región (Castilla-La Mancha 2026, en el «Ponte a prueba»).
- **Tiempo dentro:** $t = \dfrac{\varphi}{2\pi}\,T$, donde φ es el ángulo girado (en radianes): π para media vuelta, $\pi/2$ para un cuarto.

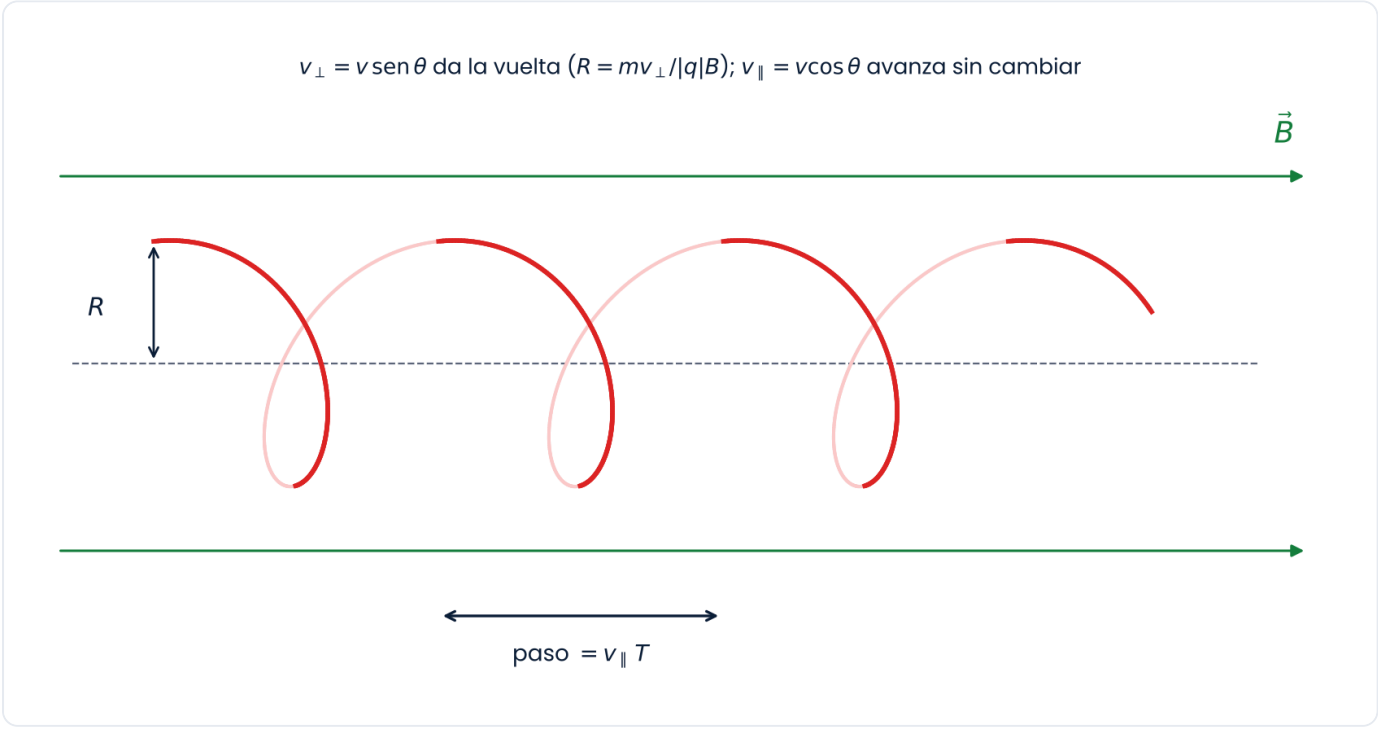
6 Movimiento helicoidal, auroras y cinturones de Van Allen

Si $\vec{v}$ forma un ángulo θ cualquiera con $\vec{B}$, descompón la velocidad: la componente **paralela** a $\vec{B}$, $v_{\parallel} = v\cos\theta$, no sufre fuerza y se mantiene; la **perpendicular**, $v_{\perp} = v\,\mathrm{sen}\,\theta$, da vueltas. La suma es una **hélice** alrededor de las líneas de campo.

- **Radio de la hélice:** $R = \dfrac{m\,v_{\perp}}{|q|\,B}$. **Periodo:** el mismo, $T = 2\pi m/(|q|B)$. **Paso** (avance en una vuelta): $p = v_{\parallel}\,T$.
- **Ejemplo:** un electrón a $2{,}0 \cdot 10^{6}$ m/s formando 30° con un campo de 1,0 mT: $v_{\perp} = 1{,}0 \cdot 10^{6}$ m/s, $R = 5{,}7$ mm, $T = 3{,}57 \cdot 10^{-8}$ s y paso $p = 1{,}73 \cdot 10^{6} \cdot 3{,}57 \cdot 10^{-8} = 6{,}2$ cm.
- **Resumen de trayectorias en un campo uniforme:** $\vec{v} \parallel \vec{B}$, recta (MRU); $\vec{v} \perp \vec{B}$, circunferencia (MCU); cualquier otro ángulo, hélice.
- **Auroras (contexto):** las partículas cargadas del viento solar quedan guiadas en hélice por las líneas del campo terrestre y llegan a la alta atmósfera cerca de los polos. Como resume el IGN, las auroras «se producen al interactuar las partículas solares con la atmósfera terrestre».
- **Cinturones de Van Allen (contexto):** son regiones con partículas cargadas atrapadas por el campo magnético terrestre. El equipo de James Van Allen detectó el cinturón interior en 1958 con los datos del Explorer 1 (lanzado el 31 de enero de 1958) y del Explorer 3; el exterior, con los del Explorer 4 y el Pioneer 3, ese mismo año (NASA).

Castilla-La Mancha y Murcia

La orientación de la Crue que sigue Castilla-La Mancha (2025-26) y las Especificaciones 2027 de Murcia piden «Saber que la trayectoria de una partícula con carga eléctrica dentro de un campo magnético uniforme es recta, circular o helicoidal» y «Resolver problemas para el caso de trayectorias circulares». Ninguno de los dos documentos dice «solo»: es una concreción, no una limitación, así que la hélice entra allí como en el resto (lo que ha caído son trayectorias circulares).



Movimiento helicoidal. La componente de la velocidad paralela a $\vec{B}$ hace avanzar a la carga; la perpendicular la hace girar.

7 Selector de velocidades y experimento de Thomson

En un **selector de velocidades** hay un campo eléctrico y uno magnético **perpendiculares entre sí y a la velocidad** de las partículas, orientados de modo que las fuerzas eléctrica y magnética tengan sentidos opuestos. Solo pasan sin desviarse las que tienen una velocidad concreta.

- **El campo eléctrico** suele venir de dos placas paralelas: $E = \Delta V / d$ (Tema 8). Con 500 V entre placas separadas 2,0 cm, $E = 2{,}5 \cdot 10^4$ V/m; si $B = 0{,}10$ T, se seleccionan iones a $v = 2{,}5 \cdot 10^5$ m/s.
- **Para dar $\vec{E}$ como vector:** primero saca el sentido de $\vec{F}_B$ con $q\vec{v} \times \vec{B}$; $\vec{F}_E$ va al revés; y para una carga negativa $\vec{E}$ tiene el sentido contrario a $\vec{F}_E$. Extremadura (ordinaria de 2025) preguntó cómo cambiaría B si en lugar de un electrón entrara un protón: no cambia, porque $v = E/B$ no depende ni de la masa ni de la carga. (El enunciado dice que el protón tiene «una masa unas 1395 veces la de un electrón»; son unas 1836 veces, pero no afecta a la respuesta.)
- **Experimento de Thomson (1897):** J. J. Thomson midió la relación carga/masa de los «rayos catódicos» y demostró que eran partículas, los electrones (premio Nobel de Física de 1906, por sus investigaciones sobre la conducción de la electricidad en los gases). Una versión de laboratorio: acelera electrones con una ddp ΔV ($e\,\Delta V = \frac{1}{2}mv^2$) y mide el radio r de su circunferencia en un campo B:

$$\frac{e}{m} = \frac{2\,\Delta V}{B^2\, r^2}$$

- **Ejemplo:** con $\Delta V = 90$ V y $B = 1{,}0$ mT, el electrón sale a $v = 5{,}63 \cdot 10^6$ m/s y gira con $r = 3{,}2$ cm. El valor actual (CODATA) es $e/m_e = 1{,}758\,820 \cdot 10^{11}$ C/kg. La Rioja propuso en julio de 2025 una foto real de esta trayectoria con una regla para medir el radio.

Fuerzas

$\vec{F}_E = q\vec{E}$ y $\vec{F}_B = q\,\vec{v} \times \vec{B}$, con la misma dirección y sentidos opuestos (dibújalas).

↓

Condición de no desviación

$\sum \vec{F} = \vec{0}$, es decir, $qE = qvB$.

↓

Velocidad seleccionada

$v = \dfrac{E}{B}$. **No depende ni de la carga ni de la masa** (ni del signo: si cambia el signo, se invierten las dos fuerzas).

↓

Las demás se desvían

si $v > E/B$ gana la magnética; si $v < E/B$ gana la eléctrica.

Dónde se nombra el selector

Lo citan expresamente Asturias (indicador 20: «Deducir la relación entre el campo magnético y el campo eléctrico para que una partícula cargada se mueva con movimiento rectilíneo uniforme»), Canarias, Cantabria, Castilla y León, Cataluña, Comunitat Valenciana, Extremadura, La Rioja y la orientación de la Crue de Castilla-La Mancha y Murcia. En las demás entra igual: es aplicación directa de la ley de Lorentz del RD 243/2022.

8 Espectrómetro de masas

Un **espectrómetro de masas** separa iones según su relación masa/carga. Primero les da a todos la misma velocidad (un selector o una ddp de aceleración) y después los hace girar media vuelta en un campo B': cada masa cae en un sitio distinto de la placa detectora.

- **Ejemplo con isótopos del neón:** iones $^{20}\mathrm{Ne}^{+}$ y $^{22}\mathrm{Ne}^{+}$ (masas aproximadas 20 u y 22 u, $1\ \mathrm{u} = 1{,}661 \cdot 10^{-27}$ kg) a $v = 1{,}0 \cdot 10^{5}$ m/s en $B' = 0{,}50$ T: $r_{20} = 4{,}15$ cm y $r_{22} = 4{,}56$ cm. Impactan a 8,29 cm y a 9,12 cm de la rendija: separados unos 8 mm.
- **Con aceleración por una ddp:** $r = \dfrac{1}{B'}\sqrt{\dfrac{2\,m\,\Delta V}{|q|}}$, así que $r \propto \sqrt{m}$ (a igual carga y ΔV).
- **Masa de un ion a partir de su masa molar:** $m = M/N_A$ (Madrid 2025, extraordinaria: $^{40}\mathrm{Ca}^{2+}$, con carga $2e$).
- **Aplicaciones:** identificar isótopos y moléculas, datación por radiocarbono. En España, el Centro Nacional de Aceleradores (Sevilla) tiene un acelerador «utilizado como espectrómetro de masas» y un sistema de datación por radiocarbono.

Selector

$v = E/B$ (o, si se aceleran desde el reposo, $|q|\,\Delta V = \frac{1}{2}mv^2$).

↓

Región de deflexión

solo B'; MCU con $r = \dfrac{m\,v}{|q|\,B'}$.

↓

Impacto

tras media vuelta, a una distancia $d = 2r$ de la rendija.

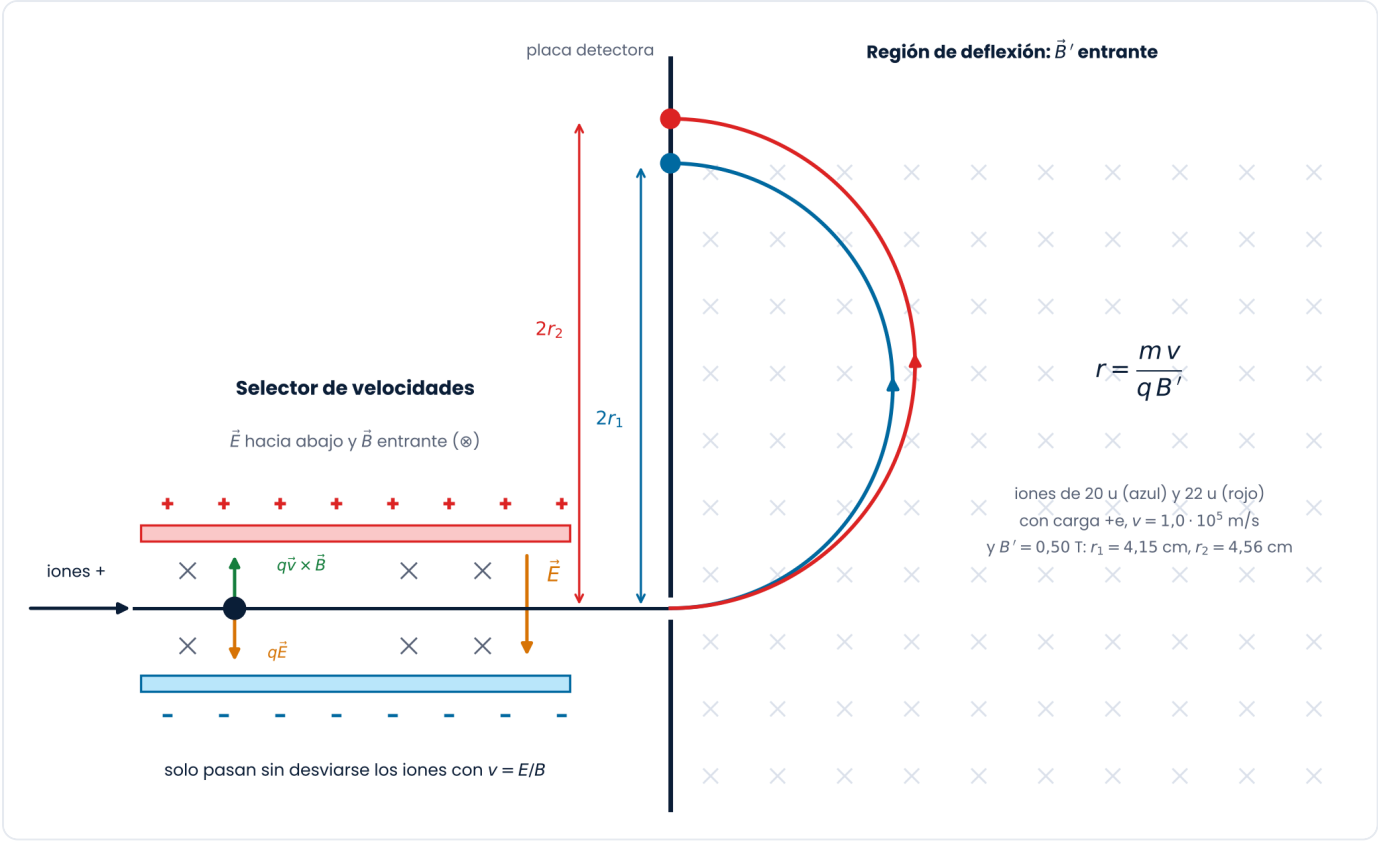
↓

Relación masa/carga

$\dfrac{m}{|q|} = \dfrac{r\,B'}{v} = \dfrac{r\,B\,B'}{E}$. A igual carga, $r \propto m$: el isótopo más pesado llega más lejos.

Cómo ha caído

Espectrómetro con selector de velocidades y región de deflexión: País Vasco 2026 (extraordinaria, obligatorio), Madrid 2025 (extraordinaria) y Comunitat Valenciana 2026 (extraordinaria, con neón 20 y 22). Solo la región de deflexión: Castilla-La Mancha 2025 (ordinaria, obligatorio; el campo eléctrico que deja pasar las partículas sin desviarse se pide en un apartado a elegir), La Rioja 2025 (ordinaria) y Castilla y León 2026 (extraordinaria: deuterones acelerados por una ddp; su enunciado no da la masa del deuterón y hay que aproximarla a $2m_p$).



Selector de velocidades y espectrómetro. Solo los iones con $v = E/B$ cruzan la rendija; en la región de deflexión cada masa describe una semicircunferencia distinta.

9 El ciclotrón

El **ciclotrón** acelera partículas cargadas haciéndolas girar en un campo magnético y dándoles un empujón eléctrico en cada media vuelta. Lo inventó Ernest Lawrence, que recibió el premio Nobel de Física de 1939 «for the invention and development of the cyclotron and for results obtained with it, especially with regard to artificial radioactive elements» [por la invención y el desarrollo del ciclotrón y por los resultados obtenidos con él, sobre todo los elementos radiactivos artificiales].

- **Partes:** dos electrodos huecos en forma de D (las «des») dentro de un campo $\vec{B}$ uniforme perpendicular a ellas, separados por un hueco estrecho; entre las des hay una **ddp alterna**.
- **Dentro de cada D** no hay campo eléctrico: la partícula hace media circunferencia con rapidez constante. **En el hueco** la ddp la acelera: gana $|q|\,\Delta V$ de energía cinética en cada paso (dos veces por vuelta).
- **Por qué funciona:** el tiempo de media vuelta, $T/2 = \pi m/(|q|B)$, **no depende de la velocidad**. Si la ddp cambia de sentido con la **frecuencia de ciclotrón** $f = \dfrac{|q|\,B}{2\pi m}$, la partícula llega siempre al hueco cuando el campo la empuja. El radio crece a cada paso, en espiral.
- **Energía de salida:** la partícula sale cuando su radio es el de las des, R: $v_{\max} = |q|BR/m$ y

$$E_{c,\max} = \frac{q^2 B^2 R^2}{2m}$$

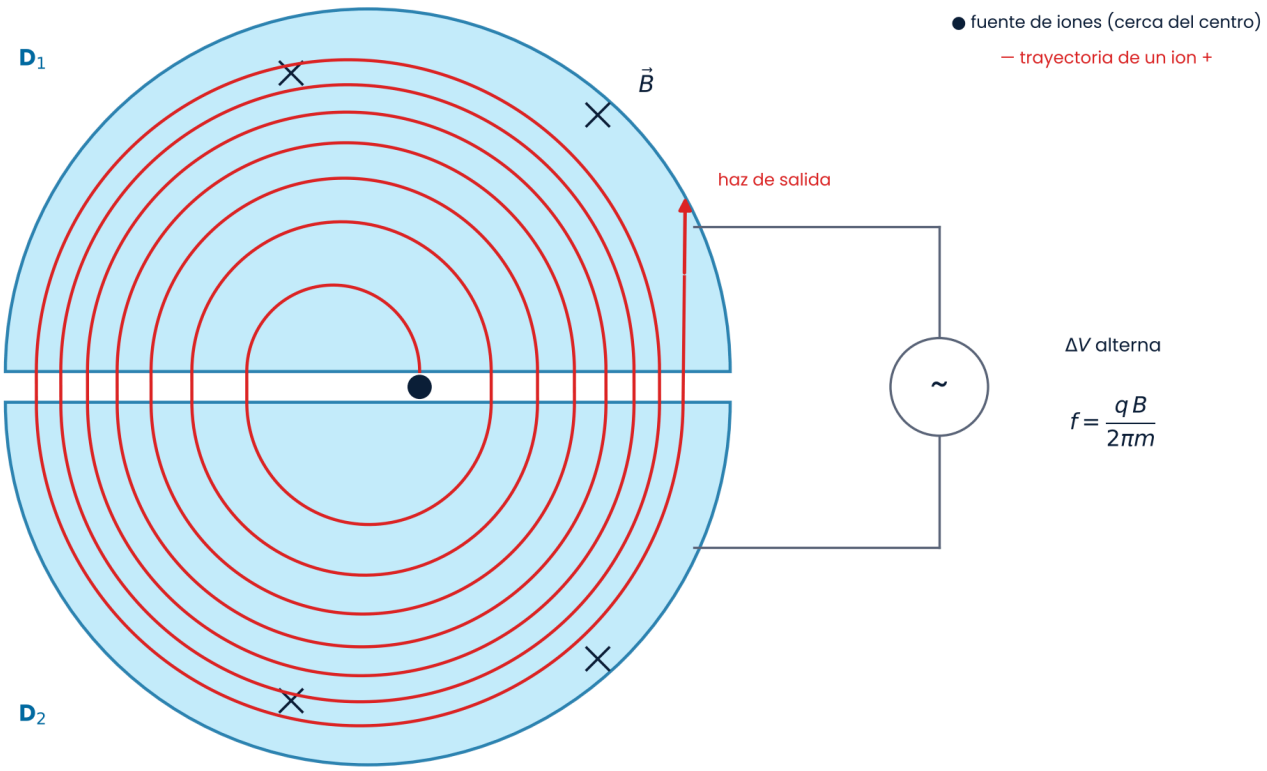
  No depende de ΔV: una ddp mayor solo reduce el número de vueltas, $N = E_{c,\max}/(2|q|\,\Delta V)$.
- **Ejemplo:** protones, $B = 1{,}5$ T y $R = 0{,}50$ m: $f = 2{,}29 \cdot 10^7$ Hz (22,9 MHz), $E_{c,\max} = 4{,}32 \cdot 10^{-12}$ J $= 26{,}9$ MeV y $v_{\max} = 7{,}18 \cdot 10^7$ m/s. Con 50 kV entre las des, unas 269 vueltas.
- **Límite:** a esas velocidades ($0{,}24\,c$ en el ejemplo) ya se nota la relatividad (Tema 17): el periodo deja de ser constante. Por eso los grandes aceleradores son sincrotrones, como el LHC del CERN o el sincrotrón

ALBA (Tema 20).

- **En España:** el Centro Nacional de Aceleradores (Sevilla) tiene «Un Ciclotrón que proporciona protones de 18 MeV y deuterones de 9 MeV». Los ciclotrones médicos producen radioisótopos como el flúor-18 de la PET (Tema 19).

Galicia y el ciclotrón

Las orientaciones gallegas citan el «Funcionamento dun espectrómetro de masas e dun ciclotrón» y, entre las prácticas, dicen que «estudarase cuantitativamente o funcionamento dun ciclotrón mediante unha aplicación virtual» [se estudiará cuantitativamente el funcionamiento de un ciclotrón con una aplicación virtual]. Asturias (concreción curricular), Castilla y León y Cataluña también nombran el ciclotrón en sus documentos. En 2025–2026 no ha caído en ninguna comunidad.



Ciclotrón. En cada paso por el hueco la ddp alterna acelera la partícula; dentro de las des el campo magnético la hace girar y el radio crece en espiral.

10 Qué te piden en tu comunidad

La fuerza magnética sobre cargas ha salido en **37 de las 68 convocatorias** ordinarias y extraordinarias de 2025 y 2026, en **16 comunidades** (todas salvo Cataluña, donde solo ha caído en una reserva). Ninguna comunidad la excluye. Lo que cambia es el formato y lo que puntúa.

Comunidad	Cómo ha caído en 2025–2026	Lo que tienes que saber
Andalucía	Deducir el radio y razón de periodos (2025 ord.); electrón y protón (reservas); partícula α acelerada por 5000 V que entra en 0,25 T (modelos).	Radio de giro en la lista de «Expresiones que siempre se deben deducir»; solo la ley de Lorentz «introducida operativamente».
Aragón	Fuerza sobre 4 nC a 220 m/s en 5 T y tipo de trayectoria (2026 extr., 1,5 puntos).	El currículo recomienda el producto vectorial y el sacacorchos; omitir el carácter vectorial resta 0,1.

Comunidad	Cómo ha caído en 2025–2026	Lo que tienes que saber
Asturias	Campo para que una α gire en sentido horario (2026 ord.); radio de un electrón y ddp (2026 extr.).	Su concreción nombra selector, ciclotrón y espectrómetro; −0,25 sin la unidad correcta (criterios de 2025).
Illes Balears	Fuerza sobre cargas entre dos hilos (2025 ord.); signos por la curvatura y vueltas en 120 ms (2026 extr.).	−0,1 por unidad mal o por un error en una potencia de 10.
Canarias	En las cuatro: radio de α, $q(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B})$, aceleración de un electrón con dibujo, radio en cm y periodo en ns con B en gauss.	La matriz cita selector, espectrómetros y aceleradores; en 2027, tres cifras significativas.
Cantabria	Signos por el sentido de giro y carga de una partícula (2026 ord.); deducir radio y frecuencia (2026 extr.).	Signos sin deducción: 0,25 de 0,75; el planteamiento vale el 80 %.
Castilla-La Mancha	Espectrómetro, obligatorio, con el selector en un apartado a elegir (2025 ord.); región cuadrada y selector (2026 extr.); signo de una carga (modelo 2027).	La orientación Crue (2025-26) pide «Resolver problemas para el caso de trayectorias circulares» y «Saber que» la trayectoria puede ser helicoidal; no dice «solo».
Castilla y León	Fuerzas eléctrica y magnética sobre un electrón (2026 ord., obligatoria); espectrómetro con deuterones (2026 extr.).	Su decreto nombra acelerador lineal, selector, espectrómetro y ciclotrón.
Cataluña	No ha caído en las ordinarias ni extraordinarias de 2025–2026; sí en la reserva de 2026 (espectrómetro con selector, obligatorio).	Su documento de conceptos cita selector, acelerador, espectrómetro y ciclotrón, y las Orientacions PAU 2027 piden la fuerza sobre una carga que se mueve en un campo magnético y su efecto en el movimiento.
Comunitat Valenciana	En tres de sus cuatro convocatorias ordinarias y extraordinarias de 2025–2026 (cinco de sus seis pruebas si cuentas la extraordinaria DANA y la reserva de junio de 2025): selector, trazas, radio y semiperiodo, espectrómetro con neón 20 y 22.	La orientación nombra espectrómetros, aceleradores y el MRU con E y B; planteamiento 60 %, resultado 40 %.
Extremadura	Selector y signos de tres partículas (2025 ord.); selector con radio (2026 ord.).	Nombra «selector de velocidades y espectrómetro de masas»; un fallo de unidades quita el 50 % de la cuestión, con un máximo de 1 punto en todo el examen.
Galicia	En las cuatro: E y B paralelos (cuestión obligatoria de 2025), radio de un electrón, selector, aceleración en B.	Espectrómetro y ciclotrón (práctica virtual); planteamiento 75 %, cálculo 25 %.
La Rioja	En las cuatro, dos veces como problema competencial obligatorio: espectrómetro (2025), Thomson con foto (2025), órbita y selector (2026), protón a 60° (2026).	Errores aritméticos: como mucho −0,25 por pregunta.
Madrid	Espectrómetro de $^{40}\mathrm{Ca}^{2+}$ (2025 extr.); electrón en una circunferencia de 0,4 mm de diámetro (2026 coincidente).	Las soluciones dan siempre el vector cuando se pide «el campo».
Murcia	Electrón en un solenoide (2025 extr.); si B cambia la energía cinética (2026 ord.).	Las Especificaciones 2027 piden «Resolver problemas para el caso de trayectorias circulares» y «Saber que» existe la helicoidal, sin «solo»; espectrómetro y ciclotrón no se nombran, pero ningún documento los excluye.
Navarra	En las cuatro: cámara de niebla (2025 ord.), selector (2025 extr.), electrón junto a un pararrayos (2026 ord.), fuerza eléctrica más magnética terrestre (2026 extr.).	No razonar cuando se pide: se pierde el 100 % de la pregunta.
País Vasco	Espectrómetro completo, obligatorio (2026 extr., 2,5 puntos).	Cálculo simbólico antes que numérico; −0,1 por unidades.

Fuentes: exámenes y criterios oficiales y documentos de cada comisión (enlaces al final). «No ha caído» no significa «no entra».

11 Ejercicio resuelto: espectrómetro de masas con selector de velocidades (País Vasco 2026)

PAU PAÍS VASCO 2026 · CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA · BLOQUE B, PROBLEMA B1 (OBLIGATORIO, SIN OPCIONALIDAD; 2,5 PUNTOS)

Un espectrómetro de masas identifica iones por su relación carga/masa: primero, los selecciona por velocidad; y, luego, los desvía con un campo magnético. **Selector de velocidades.** Los iones positivos entran con velocidad horizontal $\vec{v}$ hacia la derecha. En esa región actúan dos campos uniformes, perpendiculares entre sí y a la velocidad del ion, con módulos: $|\vec{E}| = 3{,}0 \times 10^4$ V/m, y $|\vec{B}| = 0{,}15$ T. Toma $\vec{B}$ saliendo del plano del papel. **Región de deflexión.** En esta región, solo actúa un campo magnético uniforme de módulo $|\vec{B}\,'| = 0{,}5$ T, perpendicular a la velocidad de entrada; aquí los iones describen trayectorias circulares. Para calibrar el espectrómetro, se estudia un ion positivo de carga $q = |q_e|$, y de masa $m = 1{,}0 \times 10^{-25}$ kg. (Dato de la tabla de constantes del examen: $q_e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C.)

a) En el selector de velocidades: 1. Escribe la expresión vectorial de la fuerzas eléctrica y magnética sobre un ion de velocidad $\vec{v}$. Indica en un esquema las direcciones y los sentidos de los vectores $\vec{E}$, $\vec{B}$ y $\vec{v}$. (0,50 puntos) 2. Justifica la condición para que un ion no se desvíe, y deduce el módulo v_0 de la velocidad seleccionada. (0,25 puntos) 3. Calcula v_0. (0,25 puntos) (1,00 puntos)

b) En la región de deflexión: describe la fuerza que actúa sobre los iones, y el tipo de trayectoria de los iones; y justifica por qué se trata de ese movimiento e indica una hipótesis simplificadora del modelo utilizado. (0,50 puntos)

c) En la región de deflexión: 1. Calcula el radio de la trayectoria circular del ion de calibración al entrar con velocidad v_0. (0,50 puntos) 2. Explica cómo la medida del radio permite determinar la relación carga/masa de iones desconocidos, manteniendo fijos E, B y B'. (0,50 puntos) (1,00 puntos)

Apartado a)

1. **La idea:** en el selector actúan dos fuerzas; el ion no se desvía si se anulan. Elige ejes: x hacia la derecha (sentido de $\vec{v}$), y hacia arriba y z saliendo del papel, así que $\vec{v} = v\,\vec{\imath}$ y $\vec{B} = 0{,}15\,\vec{k}$ T.
2. **Expresiones vectoriales:** $\vec{F}_E = q\vec{E}$ y $\vec{F}_B = q\,\vec{v} \times \vec{B}$. Con los ejes elegidos, $\vec{v} \times \vec{B} = vB\,(\vec{\imath} \times \vec{k}) = -vB\,\vec{\jmath}$: la fuerza magnética sobre el ion positivo apunta **hacia abajo**, $\vec{F}_B = -qvB\,\vec{\jmath}$.
3. **Sentido de $\vec{E}$:** para que se anulen, $\vec{F}_E$ tiene que ir hacia arriba y, como $q > 0$, $\vec{E} = E\,\vec{\jmath}$ (hacia arriba). **Esquema:** $\vec{v}$ hacia la derecha, $\vec{B}$ saliendo del papel ($\odot$), $\vec{E}$ hacia arriba; sobre el ion, $\vec{F}_E$ hacia arriba y $\vec{F}_B$ hacia abajo.
4. **Condición de no desviación:** $\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow qE\,\vec{\jmath} - qv_0B\,\vec{\jmath} = \vec{0} \Rightarrow qE = qv_0B$, así que

$$v_0 = \frac{E}{B}$$

   No depende de la carga ni de la masa del ion.
5. **Cálculo:** $v_0 = \dfrac{3{,}0 \cdot 10^4}{0{,}15} = 2{,}0 \cdot 10^5$ m/s. Los iones más rápidos se desvían hacia abajo (gana la magnética) y los más lentos hacia arriba.

SOLUCIÓN $\vec{F}_E = q\vec{E}$, $\vec{F}_B = q\,\vec{v} \times \vec{B}$, de igual módulo y sentidos opuestos; $v_0 = E/B = 2{,}0 \cdot 10^5$ m/s.

Apartado b)

1. **Fuerza:** solo la magnética, $\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}\,'$, con $\vec{B}\,' \perp \vec{v}$: módulo constante qv_0B' y siempre **perpendicular a la velocidad**.
2. **Por qué es un MCU:** una fuerza perpendicular a $\vec{v}$ no hace trabajo, así que no cambia el módulo de la velocidad, solo su dirección. Una fuerza de módulo constante y siempre perpendicular a la velocidad es una fuerza centrípeta: la trayectoria es una **circunferencia recorrida con rapidez constante**.
3. **Hipótesis simplificadora** (vale una): se desprecia el **peso** del ion, $mg = 9{,}8 \cdot 10^{-25}$ N frente a $F = qv_0B' = 1{,}6 \cdot 10^{-14}$ N (unas 10^{10} veces menor); o se supone el campo perfectamente uniforme, el ion en el vacío (sin choques) y velocidad no relativista (v_0 es el 0,07 % de c).

SOLUCIÓN Movimiento circular uniforme en el plano perpendicular a B', con rapidez constante; se desprecia el peso (o los choques, o los efectos relativistas).

Apartado c)

1. **Radio (deducción):** la fuerza magnética hace de centrípeta: $qv_0B' = m\dfrac{v_0^2}{r} \Rightarrow r = \dfrac{m\,v_0}{q\,B'}$.
2. **Cálculo:** $r = \dfrac{1{,}0 \cdot 10^{-25} \cdot 2{,}0 \cdot 10^{5}}{1{,}60 \cdot 10^{-19} \cdot 0{,}5} = 0{,}25$ m. Después de media vuelta, el ion choca con el detector a $2r = 0{,}50$ m de la rendija.
3. **Relación carga/masa:** despejando, $\dfrac{q}{m} = \dfrac{v_0}{r\,B'} = \dfrac{E}{B\,B'\,r}$. Con E, B y B' fijos, todos los iones salen del selector con la misma v_0, así que $r \propto m/q$: midiendo dónde impacta un ion (a $2r$ de la rendija) obtienes su r y, de ahí, su q/m.
4. **Para comparar:** un ion con la misma carga y un 5 % más de masa tendría $r = 1{,}05 \cdot 0{,}25 = 0{,}26$ m: los radios no son iguales, el más pesado llega más lejos. Es así como se separan isótopos.

SOLUCIÓN $r = 0{,}25$ m (impacto a 0,50 m de la rendija); $q/m = E/(B\,B'\,r)$, de modo que medir r da la relación carga/masa.

Lo que puntúa. El solucionario oficial reparte: a.1, 0,25 por las «Expresiones vectoriales de $\vec{F}_E$ y $\vec{F}_B$» y 0,25 por el «Esquema de los sentidos»; a.2, 0,25 por la «Condición selector y $v_0 = E/B$» («Ecuación vectorial, en una dimensión, ecuación escalar»); a.3, 0,25 por el cálculo; b, 0,25 por «Describir fuerza y tipo de trayectoria» y 0,25 por la «Explicación»; c.1, 0,25 por la deducción $qvB' = mv^2/r$ y 0,25 por el cálculo; c.2, 0,25 por despejar $m/q = rB'/v_0$ y explicar que, «Midiendo dónde impacta la partícula ($2r$), se obtiene r», y 0,25 por la «Relación radios $r \propto m$, y diferencia relativa» (si $m_2 = 1{,}05\,m_1$, $r_2 = 1{,}05\,r_1$). Criterios generales: «Cálculo simbólico antes que numérico», «Unidades ausentes o incorrectas: -0.1 puntos», «Errores vectoriales simbólicos reiterados: -0.1 puntos» y «Errores de redondeo y cifras significativas: -0.1 puntos».

Error típico que te quita puntos. Poner $\vec{E}$ en el sentido equivocado (con $\vec{B}$ saliente, la fuerza magnética sobre un ion positivo que va a la derecha es hacia abajo, y $\vec{E}$ tiene que apuntar hacia arriba) o escribir solo $qE = qvB$ sin la ecuación vectorial ni el esquema. En c, confundir el radio con la distancia de impacto ($2r$).

12 Ejercicio resuelto: campo para que una partícula alfa gire en sentido horario (Asturias 2026)

PAU PRINCIPADO DE ASTURIAS 2026 · CONVOCATORIA ORDINARIA · PREGUNTA 4 (SE RESPONDEN 5 PREGUNTAS CUALESQUIERA DE LAS 8; 2 PUNTOS)

Una partícula alfa (núcleo de He con dos protones y dos neutrones) se mueve con velocidad constante $v_0 = 2 \cdot 10^5$ m/s a lo largo del eje +y. Calcule: (Datos de la tabla del examen que hacen falta: $m_p = m_n = 1{,}7 \cdot 10^{-27}$ kg; $|q_p| = |q_e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg.)

a) El módulo, la dirección y el sentido del campo magnético que habría que aplicar para que la partícula alfa describiera una trayectoria circular de diámetro 2 m en sentido horario en el plano XY. (1 punto)

b) El radio de la trayectoria y el sentido de giro de un electrón moviéndose a la misma velocidad bajo la acción del mismo campo magnético. (1 punto)

Apartado a)

1. **La idea:** para una circunferencia en el plano XY, $\vec{B}$ tiene que ser perpendicular a ese plano (eje Z); el sentido sale de exigir que la fuerza apunte al centro, y el módulo, de igualar la fuerza magnética a la centrípeta.
2. **Datos de la partícula α:** $m_\alpha = 2m_p + 2m_n = 4 \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-27} = 6{,}8 \cdot 10^{-27}$ kg; $q_\alpha = 2e = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ C. Radio: el diámetro es 2 m, así que $R = 1$ m.
3. **Sentido:** mirando el plano XY desde $+z$ (x a la derecha, y hacia arriba), en el instante en que $\vec{v} = v_0\,\vec{\jmath}$ un giro **horario** tiene el centro a la derecha: la fuerza debe apuntar hacia $+x$. Con $\vec{B} = B\,\vec{k}$: $\vec{F} = q_\alpha\, v_0\,\vec{\jmath} \times B\,\vec{k} = q_\alpha v_0 B\,\vec{\imath}$, hacia $+x$, como hace falta (con $-\vec{k}$ saldría hacia $-x$ y giraría al revés).
4. **Módulo:** $q_\alpha v_0 B = m_\alpha \dfrac{v_0^2}{R} \Rightarrow B = \dfrac{m_\alpha v_0}{q_\alpha R} = \dfrac{6{,}8 \cdot 10^{-27} \cdot 2 \cdot 10^5}{3{,}2 \cdot 10^{-19} \cdot 1} = 4{,}25 \cdot 10^{-3}$ T.
5. **Comparación con la solución oficial:** da $B = 4{,}2 \cdot 10^{-3}$ T porque usa $m_\alpha = 6{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg, un valor que el examen no da (con los datos del examen, $4 \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-27} = 6{,}8 \cdot 10^{-27}$ kg). Con la masa real de la partícula α ($6{,}645 \cdot 10^{-27}$ kg, CODATA) saldría $4{,}15 \cdot 10^{-3}$ T. La diferencia (un 2 %) viene solo de la masa.

SOLUCIÓN $\vec{B} = 4{,}25 \cdot 10^{-3}\,\vec{k}$ T $\approx 4{,}3 \cdot 10^{-3}\,\vec{k}$ T: módulo 4,3 mT, dirección del eje Z y sentido $+z$ (saliendo del plano XY).

Apartado b)

1. **Radio:** mismo razonamiento con la masa y la carga del electrón: $R_e = \dfrac{m_e v_0}{|q_e|\,B} = \dfrac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 2 \cdot 10^5}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 4{,}25 \cdot 10^{-3}} = 2{,}68 \cdot 10^{-4}$ m.
2. **Atajo para comprobar:** a igual velocidad y campo, $R \propto m/|q|$: $R_e = R_\alpha \cdot \dfrac{m_e/|q_e|}{m_\alpha/q_\alpha} = 1 \cdot \dfrac{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 2}{6{,}8 \cdot 10^{-27}} = 2{,}68 \cdot 10^{-4}$ m. (Con el campo oficial, $4{,}2 \cdot 10^{-3}$ T, sale $2{,}7 \cdot 10^{-4}$ m, el valor de la solución oficial.)
3. **Sentido de giro:** la carga es negativa, así que la fuerza es opuesta a la que sufría la α: en el instante en que $\vec{v} = v_0\,\vec{\jmath}$ apunta hacia $-x$ y el electrón gira en sentido **antihorario**.

SOLUCIÓN $R_e \approx 2{,}7 \cdot 10^{-4}$ m (0,27 mm), en sentido antihorario visto desde $+z$.

Lo que puntúa. La solución oficial da el campo con su sentido («en el sentido positivo del eje Z»), apoyado en un dibujo de $\vec{v}$ y $\vec{B}$, y el sentido «antihorario» del electrón; no publica reparto por pasos. Criterios de la Universidad de Oviedo: «Se valorará primordialmente la construcción correcta frente a la solución correcta aportada»; «Se penalizará con un descuento de 0.25 puntos por error grave o acumulativo de varios errores leves»; y, en los criterios de 2025, «se penalizará con 0.25 puntos no expresar la unidad correcta de la magnitud calculada». Te piden módulo, dirección **y** sentido: el módulo solo deja el apartado incompleto.

Error típico que te quita puntos. Tomar el diámetro (2 m) como radio, lo que da la mitad del campo, y equivocar el sentido de $\vec{B}$ por aplicar la regla de la mano al revés. Compruébalo siempre calculando $q\,\vec{v} \times \vec{B}$ en un punto concreto.

13 Ejercicio resuelto: signo de las cargas por la curvatura y vueltas en un campo (Illes Balears 2026)

PAU ILLES BALEARS 2026 · CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA (JULIO) · PREGUNTA 3, OPCIÓN A.2 (A ELEGIR ENTRE A.1 Y A.2; 1,5 PUNTOS) · TRADUCIDO DEL CATALÁN

La figura representa partes de las trayectorias de tres partículas con cargas eléctricas diferentes, que pasan por el punto P con la misma velocidad $\mathbf{v}_0$. [Figura: en toda la región hay un campo magnético uniforme $\mathbf{B}$ entrante en el papel ($\otimes$). En P la velocidad $\mathbf{v}_0$ apunta hacia la derecha. Desde P, la trayectoria de la partícula a se curva hacia arriba y las de b y c se curvan hacia abajo, la de c más cerrada que la de b.]

i) Dibujad la trayectoria de la partícula c y el vector con la orientación de la fuerza de Lorentz cuando pasa por el punto P. (0,5 puntos)

ii) ¿Qué signo tienen las cargas de las tres partículas? (0,5 puntos)

iii) Calculad cuántas vueltas completa la partícula c durante 120 ms dentro de un campo magnético uniforme de 1,5 T si su masa es de 2 μg y la carga eléctrica en valor absoluto es de 0,75 μC. (0,5 puntos)

Apartado i)

1. **La idea:** en un campo uniforme y con $\vec{v} \perp \vec{B}$, la trayectoria es una circunferencia y la fuerza de Lorentz apunta siempre a su centro.
2. **Dibujo:** la partícula c sigue curvándose hacia abajo hasta cerrar una circunferencia que pasa por P, con el centro debajo de P. En P, $\vec{F}$ es **perpendicular a $\vec{v}_0$ y apunta hacia abajo**, hacia el centro de su circunferencia.

SOLUCIÓN Circunferencia con el centro debajo de P; en P, la fuerza de Lorentz apunta verticalmente hacia abajo.

Apartado ii)

1. **Producto vectorial en P:** con x a la derecha, y hacia arriba y $\vec{B}$ entrante $(-\vec{k})$: $\vec{v}_0 \times \vec{B} = v_0 B\,\vec{\imath} \times (-\vec{k}) = v_0 B\,\vec{\jmath}$, **hacia arriba**.
2. **Signos:** una carga positiva sufre $\vec{F}$ hacia arriba y se curva hacia arriba: es la **a**. Las partículas **b** y **c** se curvan hacia abajo, en contra de $\vec{v}_0 \times \vec{B}$: sus cargas son **negativas**.

SOLUCIÓN $q_a > 0$, $q_b < 0$ y $q_c < 0$.

Apartado iii)

1. **Periodo (deducción):** $|q|vB = m\dfrac{v^2}{R} \Rightarrow v = \dfrac{|q|BR}{m}$, y $T = \dfrac{2\pi R}{v} = \dfrac{2\pi m}{|q|\,B}$. No depende de la velocidad: por eso el enunciado no la da.
2. **Unidades:** $m = 2\ \mu\text{g} = 2 \cdot 10^{-6}$ g $= 2 \cdot 10^{-9}$ kg; $|q| = 0{,}75 \cdot 10^{-6}$ C.
3. **Cálculo:** $T = \dfrac{2\pi \cdot 2 \cdot 10^{-9}}{0{,}75 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}5} = 1{,}12 \cdot 10^{-2}$ s $= 11{,}2$ ms.
4. **Vueltas:** $\dfrac{120\ \text{ms}}{11{,}2\ \text{ms}} = 10{,}7$, así que completa **10 vueltas** (la undécima se queda a medias).

SOLUCIÓN $T = 11{,}2$ ms; en 120 ms completa 10 vueltas.

Lo que puntúa. Criterios oficiales (traducidos del catalán): en (i), 0,5 por dibujar «el vector correctamente»; en (ii), +0,25 por $q_a > 0$, $q_b < 0$, $q_c < 0$ y +0,35 por justificar la respuesta (la suma, 0,60, pasa del 0,5 del apartado: es un descuadre del propio documento); en (iii), +0,15 por igualar la fuerza de Lorentz a la centrípeta, +0,15 por $T = 11{,}2$ ms, +0,1 por el cociente 10,7 y +0,1 por «Nombre de voltes completes = 10» [número de vueltas completas]. Si no escribes la igualdad de fuerzas pero dices que son iguales y escribes directamente $v = qBR/m$, te dan esos primeros 0,15. Cabecera de los criterios: se resta 0,1 si el resultado difiere en una potencia de 10 o va sin unidades o con unidades incorrectas.

Error típico que te quita puntos. Pasar mal los microgramos ($2\ \mu\text{g}$ son $2 \cdot 10^{-9}$ kg, no $2 \cdot 10^{-6}$ kg) y redondear 10,7 a 11: te piden vueltas **completas**.

Conceptos clave

Campo magnético

Región en la que una carga en movimiento o una corriente sufre una fuerza magnética. Se mide en teslas (T); $1\ \text{G} = 10^{-4}$ T.

Fuerza de Lorentz

Fuerza sobre una carga q que se mueve con velocidad $\vec{v}$ en un campo $\vec{B}$: $\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$. Con campo eléctrico, $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$.

Tesla

Unidad SI del campo magnético: $1\ \text{T} = 1\ \text{N}/(\text{A}\cdot\text{m})$, el campo que ejerce 1 N sobre 1 C que se mueve a 1 m/s perpendicularmente a él.

Regla del sacacorchos

Para el sentido de $\vec{v} \times \vec{B}$: se gira $\vec{v}$ hacia $\vec{B}$ por el ángulo menor y el sacacorchos avanza en el sentido del producto. Con carga negativa, la fuerza va al revés.

Radio de giro

Radio de la circunferencia que describe una carga con $\vec{v} \perp \vec{B}$: $R = mv/(|q|B)$, que sale de igualar la fuerza magnética a la centrípeta.

Frecuencia de ciclotrón

Frecuencia del giro de una carga en un campo uniforme, $f = |q|B/(2\pi m)$; no depende de la velocidad (sin efectos relativistas).

Movimiento helicoidal

Trayectoria de una carga cuya velocidad forma un ángulo con $\vec{B}$: avanza con $v\cos\theta$ a lo largo del campo y gira con $v\,\text{sen}\,\theta$; paso $p = v_{\parallel}T$.

Selector de velocidades

Región con $\vec{E}$ y $\vec{B}$ perpendiculares entre sí y a la velocidad, donde solo pasan sin desviarse las partículas con $v = E/B$.

Espectrómetro de masas

Aparato que separa iones por su relación masa/carga: tras darles la misma velocidad, un campo B' los hace girar con $r = mv/(|q|B')$ e impactan a $2r$.

Ciclotrón

Acelerador de dos electrodos en forma de D dentro de un campo $\vec{B}$, con una ddp alterna de frecuencia $|q|B/(2\pi m)$ entre ellos; la energía final es $q^2B^2R^2/(2m)$.

Experimento de Thomson

Medida de la relación carga/masa del electrón (J. J. Thomson, 1897) desviando rayos catódicos con campos eléctricos y magnéticos; hoy $e/m_e = 1{,}758\,820 \cdot 10^{11}$ C/kg.

Cinturones de Van Allen

Regiones alrededor de la Tierra con partículas cargadas atrapadas por el campo magnético terrestre; los detectó en 1958 el equipo de James Van Allen con los datos del Explorer 1 y de otros satélites lanzados ese año.

MODO PAU

Siete claves que valen puntos

Vector siempre

Escribe $\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$ y calcula el producto con $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$, $\vec{k}$. Si piden «el campo» o «la fuerza», da **módulo, dirección y sentido** (o componentes).

Signo de la carga

Para una carga negativa, la fuerza va **al revés** que $\vec{v} \times \vec{B}$. Cantabria (junio 2026): «Si se responde correctamente a los signos sin la correspondiente deducción, se puntuará 0.25 puntos» de 0,75.

Deduce el radio

Iguala $|q|vB = mv^2/R$ antes de usar $R = mv/(|q|B)$. Andalucía lo exige siempre; Cantabria y el País Vasco puntúan la deducción aparte.

No hace trabajo

$\vec{F} \perp \vec{v}$: $W = 0$, E_c y $|\vec{v}|$ **constantes**. Es la justificación de casi todas las cuestiones.

T no depende de v

$T = 2\pi m/(|q|B)$: para contar vueltas o para el ciclotrón no necesitas la velocidad.

Selector

$qE = qvB \Rightarrow v = E/B$, igual para cualquier masa y carga. Dibuja las dos fuerzas opuestas y saca el sentido de $\vec{E}$ del de $\vec{F}_B$.

Diámetro y 2r

Si te dan el **diámetro**, divide entre 2; en el espectrómetro la distancia de impacto es **2r**. Pasa µg, mT y nC al SI antes de sustituir.

Cómo te lo pueden preguntar

- Problema de **radio y periodo** de una carga que entra perpendicular a $\vec{B}$ (protón, electrón, partícula α, iones), a menudo con la velocidad obtenida antes de una ddp de aceleración (Tema 8). Es el tipo principal del tema, que sale en **37 de las 68 convocatorias** ordinarias y extraordinarias de 2025 y 2026, en 16 comunidades.
- **Selector de velocidades** y **espectrómetro de masas** ($v = E/B$, $r = mv/(qB')$, impacto a $2r$, isótopos): en 2025–2026, en Castilla-La Mancha, Castilla y León, Comunitat Valenciana, Extremadura, Galicia, La Rioja, Madrid, Navarra y País Vasco.
- **Fuerza de Lorentz vectorial** (con $\vec{E}$ y $\vec{B}$ en componentes, o dibujar $\vec{v}$, $\vec{B}$ y $\vec{F}$), con su sentido según el signo: Aragón, Canarias, Castilla y León, Navarra.
- **Signo de las cargas** por la curvatura de trayectorias dibujadas (cámara de niebla, trazas) y comparación de masas o velocidades por el radio: Cantabria, Extremadura, Illes Balears, Navarra, Comunitat Valenciana y los modelos de Castilla-La Mancha.
- **Cuestión razonada:** ¿cambia la energía cinética? ¿por qué no hace trabajo? ¿qué movimiento sigue con $\vec{E} \parallel \vec{B}$? Murcia, Canarias, Galicia, Madrid.

- **Deducir** el radio, el periodo o la frecuencia: Andalucía (2025) y Cantabria (2026), como apartado propio.

No lo confundas

- **Velocidad con rapidez:** la fuerza magnética cambia la velocidad (su dirección), pero no la rapidez ni la energía cinética.
- $\vec{v} \times \vec{B}$ **con** $\vec{B} \times \vec{v}$**:** el producto vectorial no es conmutativo; $\vec{B} \times \vec{v} = -\vec{v} \times \vec{B}$.
- **Radio con diámetro:** en el espectrómetro la partícula impacta a $2r$ de la rendija; en Asturias 2026 te dan el diámetro (2 m) y el radio es 1 m.
- **Periodo con tiempo dentro del campo:** si sale tras media vuelta, el tiempo es $T/2$; tras un cuarto, $T/4$.
- **Campo eléctrico con magnético:** el eléctrico actúa sobre cargas en reposo y puede cambiar la energía cinética; el magnético solo sobre cargas en movimiento y no la cambia.
- **Selector con espectrómetro:** en el selector hay $\vec{E}$ y $\vec{B}$ y la partícula va recta; en la región de deflexión solo hay $\vec{B}\,'$ y gira.
- **Fuerza igual, radio distinto:** un electrón y un protón a la misma velocidad sufren fuerzas del mismo módulo, pero el radio del protón es unas 1836 veces mayor.

Ponte a prueba

PAU Comunidad de Madrid 2025 (extraordinaria), Pregunta 4.A (a elegir entre 4.A y 4.B; 2,5 puntos). Un espectrómetro de masas consta de un selector de velocidades (figura (a)) y de un detector de iones (figura (b)). [Figura (a): placas horizontales, la superior positiva y la inferior negativa, $\vec{E}$ hacia abajo, $\vec{B}_1$ en el sentido $+y$ (hacia dentro del papel); ejes: x a la derecha, y hacia dentro del papel y z hacia arriba. Figura (b): en el detector, $\vec{B}_2$ hacia dentro del papel; el ion entra hacia la derecha y describe media circunferencia hacia arriba, y se marca la distancia $2r$.] **a)** (1 punto) En el selector de velocidades, figura (a), hay un campo eléctrico y un campo magnético mutuamente perpendiculares para que solo los iones que tengan una cierta velocidad y viajen en línea recta lleguen al detector. Si el campo magnético es $\vec{B}_1 = 1{,}0\,\vec{\jmath}$ mT y se han inyectado iones Ca^{2+}, ¿cuál es el valor del campo eléctrico $\vec{E}$ para que únicamente los iones con una velocidad $\vec{v} = 2{,}4 \cdot 10^5\,\vec{\imath}$ m s^{-1} lleguen al detector? **b)** (1,5 puntos) A la salida del selector de velocidades, los iones penetran en una región con un campo magnético $\vec{B}_2 = 1{,}5\,\vec{\jmath}$ T que les hace describir una trayectoria circular, tal y como se indica en la figura (b). ¿Cuál es el radio de la trayectoria? Datos: Número de Avogadro, $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1}; Valor absoluto de la carga del electrón, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C; Masa atómica del ion Ca^{2+}, 40 u.

Solución: a) $\vec{F}_B = q\,\vec{v} \times \vec{B}_1 = q\,vB_1(\vec{\imath} \times \vec{\jmath}) = qvB_1\,\vec{k}$ (hacia arriba). Para que el ion siga recto, $\vec{F}_E = q\vec{E}$ debe valer $-qvB_1\,\vec{k}$: $E = vB_1 = 2{,}4 \cdot 10^5 \cdot 1{,}0 \cdot 10^{-3} = 240$ N/C, y $\vec{E} = -240\,\vec{k}$ N/C (hacia abajo, de la placa positiva a la negativa). **b)** Masa de un ion: $m = M/N_A = 40 \cdot 10^{-3}/6{,}02 \cdot 10^{23} = 6{,}64 \cdot 10^{-26}$ kg; carga $q = 2e = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ C. En el detector solo actúa la fuerza magnética: $qvB_2 = mv^2/r \Rightarrow r = \dfrac{mv}{qB_2} = \dfrac{6{,}64 \cdot 10^{-26} \cdot 2{,}4 \cdot 10^5}{3{,}2 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}5} = 3{,}32 \cdot 10^{-2}$ m $= 3{,}32$ cm. La solución oficial da $\vec{E} = -240\,\vec{k}$ N/C y $r = 3{,}33$ cm; con sus propios números ($6{,}64 \cdot 10^{-26} \cdot 2{,}4 \cdot 10^5/4{,}8 \cdot 10^{-19}$) sale 3,32 cm: la diferencia es un redondeo.

PAU Castilla-La Mancha 2026 (extraordinaria), Pregunta B2.B (a elegir entre B2.A y B2.B; 2,5 puntos). Se lanzan partículas de masa $m = 1 \cdot 10^{-4}$ kg, cargadas con carga $q = -4$ mC y velocidad $\vec{v} = 100\,\vec{\imath}$ m/s hacia una región cuadrada de lado $a = 1$ m en la que hay un campo magnético, $\vec{B} = -B_0\,\vec{k}$, donde la intensidad del campo magnético, B_0, puede ser variable. En el experimento se pueden seleccionar las partículas que salgan hacia atrás como la trayectoria T_1, las que salgan hacia abajo como la trayectoria T_2 y las que salgan hacia delante como la trayectoria T_3. [Figura: las partículas entran por la esquina superior izquierda del cuadrado, moviéndose hacia la derecha a lo largo del lado superior; dentro, el campo es entrante ($\otimes$); T_1 es media circunferencia que sale por la esquina inferior izquierda hacia atrás, T_2 un cuarto de circunferencia que sale por abajo, T_3 un arco abierto que sale por el lado derecho y T_4 una recta a lo largo del lado superior.] Se pide: **a)** (1,25 puntos) Hallar los valores de B_0 en cada una de las tres trayectorias seleccionadas en la representación T_1, T_2 y T_3 (para esta última estimar un radio $R = 2a$). **b)** (1,25 puntos) Si se introduce un campo eléctrico en la zona recuadrada (en gris), hallar el valor de este campo y su dirección que haga que las partículas salgan hacia delante en línea recta en la trayectoria T_4 en el caso de que $B_0 = 2$ T.

Solución: a) $|q|vB_0 = mv^2/R \Rightarrow B_0 = \dfrac{mv}{|q|R} = \dfrac{1 \cdot 10^{-4} \cdot 100}{4 \cdot 10^{-3} \cdot R} = \dfrac{2{,}5}{R}$ (T, con R en m). Comprobación del sentido: $\vec{v} \times \vec{B} = 100\,\vec{\imath} \times (-B_0\vec{k}) = 100B_0\,\vec{\jmath}$, y como $q < 0$ la fuerza apunta a $-\vec{\jmath}$: las partículas se curvan hacia abajo, como en la figura. T_1 (media vuelta, diámetro igual al lado): $R = 0{,}5$ m, $B_0 = 5$ T. T_2 (un cuarto de vuelta hasta la esquina inferior derecha): $R = 1$ m, $B_0 = 2{,}5$ T. T_3: $R = 2$ m, $B_0 = 1{,}25$ T. **b)** Con $B_0 = 2$ T la fuerza magnética es $\vec{F}_B = q\,\vec{v} \times \vec{B} = -4 \cdot 10^{-3} \cdot 200\,\vec{\jmath} = -0{,}8\,\vec{\jmath}$ N. Para ir en línea recta, $q\vec{E} = +0{,}8\,\vec{\jmath}$ N, y como $q < 0$: $\vec{E} = -E_0\,\vec{\jmath}$ con $E_0 = vB_0 = 100 \cdot 2 = 200$ N/C, es decir, $\vec{E} = -200\,\vec{\jmath}$ N/C. Coincide con la solución oficial (5; 2,5; 1,25 T y $\vec{E} = -200\,\vec{\jmath}$ N/C). **Ojo a una errata de los criterios:** entre paréntesis dan los rangos «$0{,}5 < R < 1$ m → $2 < B_0 < 5$ T» y «$R > 1$ m → $B_0 < 2$ T»; con $B_0 = 2{,}5/R$ deberían ser $2{,}5 < B_0 < 5$ T y $B_0 < 2{,}5$ T.

PAU Cantabria 2026 (extraordinaria), Pregunta 4 (Apartado 2: se elige una pregunta entre la 3 y la 4; 2,5 puntos). Dos partículas cargadas se mueven perpendicularmente a un campo magnético uniforme, describiendo trayectorias de idéntico radio. **a)** [1.5 PUNTOS] Deducir las expresiones para el radio y la frecuencia del movimiento de una de ellas. **b)** [1 PUNTO] Si la masa de la primera es diez veces mayor y su carga es la cuarta parte de la segunda, ¿cuál será la relación entre sus velocidades?

Solución: a) Con $\vec{v} \perp \vec{B}$, la fuerza magnética $\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$ tiene módulo constante $|q|vB$ y es perpendicular a $\vec{v}$: no cambia la rapidez y hace de fuerza centrípeta. Segunda ley de Newton: $|q|vB = m\dfrac{v^2}{R} \Rightarrow R = \dfrac{mv}{|q|B}$. El periodo es $T = \dfrac{2\pi R}{v} = \dfrac{2\pi m}{|q|B}$ y la frecuencia $f = \dfrac{1}{T} = \dfrac{|q|B}{2\pi m}$ (no depende de la velocidad). **b)** Igual radio y mismo campo: $\dfrac{m_1 v_1}{|q_1|} = \dfrac{m_2 v_2}{|q_2|} \Rightarrow \dfrac{v_1}{v_2} = \dfrac{m_2}{m_1} \cdot \dfrac{|q_1|}{|q_2|} = \dfrac{1}{10} \cdot \dfrac{1}{4} = \dfrac{1}{40}$. La segunda va 40 veces más rápida: $v_2 = 40\,v_1$. Los criterios oficiales dan 1,5 puntos «si están correctamente deducidas las expresiones para el radio (0.75 puntos) y la frecuencia» (0.75 puntos) y 1 punto «si se obtiene, razonadamente, la relación entre las velocidades».

Fuentes

1. Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, enseñanzas mínimas del Bachillerato (Física, bloque B: campo electromagnético)
2. PAU País Vasco 2026, extraordinaria: examen de Física

3. PAU País Vasco 2026, extraordinaria: solucionario y criterios de Física
4. PAU Asturias 2026, ordinaria: examen de Física
5. PAU Asturias 2026, ordinaria: examen resuelto de Física
6. PAU Illes Balears 2026, extraordinaria: examen de Física (en catalán)
7. PAU Illes Balears 2026, extraordinaria: criterios de corrección de Física (en catalán)
8. PAU Comunidad de Madrid 2025, extraordinaria: examen y soluciones de Física
9. PAU Castilla-La Mancha 2026, extraordinaria: examen de Física
10. PAU Castilla-La Mancha 2026, extraordinaria: criterios de corrección de Física
11. PAU Cantabria 2026, extraordinaria: examen de Física
12. PAU Cantabria 2026, extraordinaria: criterios de corrección de Física
13. Universidad de Cantabria: criterios de corrección PAU junio 2026 (Física)
14. Andalucía: Directrices y orientaciones generales de la PAU 2026-27, Física
15. Crue: Propuesta de orientación de la materia Física 2025/2026 (publicada por la UCLM)
16. Universidad de Murcia: Especificaciones para el ejercicio de Física PAU 2027
17. Canarias: Matriz de especificaciones de Física, PAU 2027
18. CiUG: Orientacións do grupo de traballo de Física (Galicia)
19. Comunitat Valenciana: Documento de orientación de Física (PAU) 2026-27
20. Universidad de Extremadura: Aspectos curriculares orientativos de Física, Bloque B (2025-26)
21. Universidad de Oviedo: Información sobre la PAU 2025/2026, Física (ficha y concreción curricular)
22. Decreto 40/2022 de Castilla y León (BOCYL de 30-9-2022), currículo de Física
23. Generalitat de Catalunya: Relació de conceptes que seran objecte d'avaluació a les proves PAU de Física
24. Generalitat de Catalunya: Orientacions per a l'examen de Física, PAU 2027
25. Universidad de Zaragoza: currículo de Física de Aragón (Orden ECD/1173/2022)
26. Instituto Geográfico Nacional: teoría del geomagnetismo
27. Ministerio de Ciencia: Centro Nacional de Aceleradores (CNA), Sevilla
28. NASA: «A Short History of Earth's Radiation Belts» (descubrimiento de los cinturones de Van Allen)
29. Nobel Prize: premio Nobel de Física de 1939 (Ernest Lawrence, ciclotrón)
30. Nobel Prize: premio Nobel de Física de 1906 (J. J. Thomson)
31. NIST: valores de las constantes físicas fundamentales (CODATA)

Imágenes: Farmeando PAU: Farmeando PAU, esquema de elaboración propia (Python y matplotlib). · Farmeando PAU: Farmeando PAU, esquema de elaboración propia (Python y matplotlib). · Farmeando PAU: Farmeando PAU, esquema de elaboración propia (Python y matplotlib). · Farmeando PAU: Farmeando PAU, esquema de elaboración propia (Python y matplotlib). · Farmeando PAU: Farmeando PAU, esquema de elaboración propia (Python y matplotlib).

Apuntes de Farmeando PAU · farmeandopau.com · Revisados frente a fuentes. Última revisión: 1 de noviembre de 2026. Licencia CC BY-NC-ND 4.0: puedes copiarlo y compartirlo citándonos, sin uso comercial ni cambios (las imágenes, con su propia licencia). ¿Un error? Avísanos desde la página del tema. Cómo los hacemos: farmeandopau.com/metodologia.