Distribuciones binomial y normal

Test de 10 preguntas y flashcards de este tema en **farmeandopau.com** ›

Última revisión: 9 de noviembre de 2026.

Escanea y haz el test del tema

LA IDEA EN 30 SEGUNDOS

Una **variable aleatoria** pone un número a cada resultado de un experimento. Si cuenta **cuántos éxitos** hay en n pruebas independientes con la misma probabilidad p, es una **binomial** $B(n, p)$ y se calcula con una fórmula. Si mide una magnitud **continua** (una duración, una altura) con forma de campana, es una **normal** $N(\mu, \sigma)$, y todo se reduce a **tipificar** y leer la **tabla** de $N(0, 1)$, o a leerla al revés en los casos inversos. La normal salió en **13 de las 28** convocatorias ordinarias legibles de 2025 y 2026 (8 comunidades) y la binomial en **9 de las 28** (7 comunidades); a menudo van juntas, o con un árbol del Tema 13. Ojo con tu comunidad: Cataluña solo pide la binomial («Variables aleatorias discretas: la distribución binomial»); la Comunidad Valenciana, «Sólo se exigirán probabilidades discretas» (propuesta para 2023; pendiente de confirmar para 2027); Baleares dice que la binomial, la normal y su aproximación (concreciones E4-E8; también E2, la probabilidad total) «no se priorizarán» en 2026-27, sin aclarar qué significa (matriz de 22-09-2026, traducido del catalán); y la guía de Navarra (2025-26) no nombra la aproximación de la binomial por la normal.

1 Variables aleatorias discretas y continuas

Una **variable aleatoria** X asocia un número a cada resultado de un experimento aleatorio. Es **discreta** si toma valores aislados que se pueden contar (número de piezas defectuosas, número de cartas sacadas) y **continua** si puede tomar cualquier valor de un intervalo (duración de una batería, altura, temperatura).

- **Ejemplo:** $X =$ «número de caras al lanzar dos monedas» toma 0, 1 y 2 con probabilidades $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$. Su media es $\mu = 0 \cdot \frac{1}{4} + 1 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{4} = 1$; su varianza, $\sigma^2 = 0 + \frac{1}{2} + 4 \cdot \frac{1}{4} - 1^2 = \frac{1}{2}$, y $\sigma = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}7071$.
- **Castilla-La Mancha 2025 (4 a.1):** de una baraja de 40 cartas con 4 ases se sacan cartas, sin devolverlas, hasta que sale un as. Si X es el número de cartas sacadas, $P(X = 1) = \frac{4}{40} = 0{,}1$, $P(X = 2) = \frac{36}{40} \cdot \frac{4}{39} \approx 0{,}0923$ y $P(X = 3) = \frac{36}{40} \cdot \frac{35}{39} \cdot \frac{4}{38} \approx 0{,}0850$, como en la solución oficial. Es discreta, pero **no** binomial: sin reemplazamiento, la probabilidad cambia en cada extracción.
- **En una continua no hay diferencia entre $<$ y $\leq$:** $P(X < a) = P(X \leq a)$, porque $P(X = a) = 0$. En una discreta sí la hay: $P(X < 3) = P(X \leq 2)$.

	Discreta	Continua
Se describe con	La función de probabilidad: $p_i = P(X = x_i)$	La función de densidad $f(x)$
Condición	$p_i \geq 0$ y $\sum p_i = 1$	$f(x) \geq 0$ y área total bajo f igual a 1
$P(a \leq X \leq b)$	Suma de las p_i con $a \leq x_i \leq b$	Área bajo f entre a y b: $\int_a^b f(x)\,dx$
$P(X = a)$	Puede ser positiva	Siempre 0
Media	$\mu = \sum x_i\, p_i$	En la normal, el parámetro μ

La varianza de una discreta es $\sigma^2 = \sum x_i^2\, p_i - \mu^2$, y la **desviación típica**, $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$, mide cuánto se separan los valores de la media.

La probabilidad es un área

En una variable continua, la probabilidad de un intervalo es el **área** bajo la función de densidad (una integral, como en el Tema 12). Por eso la tabla de la normal da áreas, y por eso un punto suelto tiene probabilidad 0.

2 La distribución binomial B(n, p)

Una variable es **binomial** cuando cuenta los **éxitos** en un experimento que cumple tres condiciones: se repite n veces de forma **independiente**; en cada prueba solo hay dos resultados, éxito (con probabilidad p) o fracaso (con $q = 1 - p$); y p es **la misma** en todas las pruebas. Entonces $X =$ «número de éxitos» toma los valores $0, 1, \ldots, n$ y se escribe $X \sim B(n, p)$:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^k \, q^{\,n-k}, \qquad \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}, \qquad \mu = np, \qquad \sigma = \sqrt{npq}.$$

- El número combinatorio cuenta **en qué orden** pueden salir los k éxitos; $p^k q^{n-k}$ es la probabilidad de cada uno de esos órdenes.
- **«Al menos uno» se hace por el contrario.** Asturias 2025 (5A a): el 6 % de las piezas es defectuoso y se toman 10. Con $X \sim B(10;\ 0{,}06)$, $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) = 1 - 0{,}94^{10} \approx 1 - 0{,}5386 = 0{,}4614$, como en la solución oficial.
- **Con la tabla de la binomial** (la adjunta la Comunidad Valenciana, que da $P(X \leq k)$ para $p \leq 0{,}5$; ojo, la de Murcia da $P(X = k)$, no acumulada). En 2026, $X \sim B(8;\ 0{,}2)$ y $P(X \leq 2) = 0{,}7969$ se lee directamente. Con la fórmula: $0{,}8^8 + 8 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}8^7 + 28 \cdot 0{,}2^2 \cdot 0{,}8^6 \approx 0{,}1678 + 0{,}3355 + 0{,}2936 = 0{,}7969$. Su media es $\mu = 8 \cdot 0{,}2 = 1{,}6$ y $\sigma = \sqrt{1{,}28} \approx 1{,}1314$. Si $p > 0{,}5$, cuenta los fracasos, que siguen $B(n, q)$.
- **El menor n para una probabilidad.** Si la probabilidad de «Like» es $p = \frac{3}{5}$ y Juana quiere que la de recibir al menos uno sea «mayor que 0.999», «¿Cuál es el menor número de publicaciones que ha de subir para conseguirlo?» (C. Valenciana 2025, extraordinaria, 1.3): $1 - 0{,}4^n > 0{,}999$, es decir, $0{,}4^n < 0{,}001$. Con logaritmos, $n \ln 0{,}4 < \ln 0{,}001$ y, al dividir por $\ln 0{,}4 < 0$, la desigualdad **cambia de sentido**: $n > \frac{\ln 0{,}001}{\ln 0{,}4} \approx 7{,}54$, así que $n = 8$.
- **«¿Cuántos cabe esperar?»** es la media: de N individuos, se esperan $N \cdot p$. Con el 11 % de docentes menores de 30 años, de 500 se espera que $500 \cdot 0{,}89 = 445$ sean mayores (Canarias 2023, ordinaria). Con una normal, primero la probabilidad y después por N: de 1000 viajeros con estancia $N(3{,}7;\ 1{,}5)$, los que superan un valor son $1000 \cdot P(X > x)$ (Extremadura 2026, ordinaria, ejercicio 4 b).

El enunciado dice…	Se escribe	Se calcula
exactamente k	$P(X = k)$	Con la fórmula
como máximo k (no más de k)	$P(X \leq k)$	$P(X = 0) + \cdots + P(X = k)$
al menos k (k o más)	$P(X \geq k)$	$1 - P(X \leq k - 1)$ si k es pequeño
más de k	$P(X > k) = P(X \geq k + 1)$	$1 - P(X \leq k)$
menos de k	$P(X < k) = P(X \leq k - 1)$	Suma hasta $k - 1$

En la binomial, $<$ y $\leq$ **no** son lo mismo: decide si el número del enunciado entra o no.

Identificar la binomial puntúa

Los criterios de Madrid 2026 (4.1 b) dan «Identificación de la binomial: 0.2 puntos. Parámetros correctos de la binomial: 0.1 puntos por cada uno». Los de Canarias exigen que los problemas con la binomial escriban «la fórmula de cálculo de la probabilidad». Escribe qué cuenta X, por qué es binomial (pruebas independientes, dos resultados, p constante) y $X \sim B(n, p)$ con sus números.

3 La distribución normal N(μ, σ) y la tipificación

Muchas magnitudes continuas (alturas, pesos, duraciones, errores de medida) se reparten en forma de **campana de Gauss**: la mayoría cerca de la media y cada vez menos hacia los extremos. Su densidad es

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}},$$

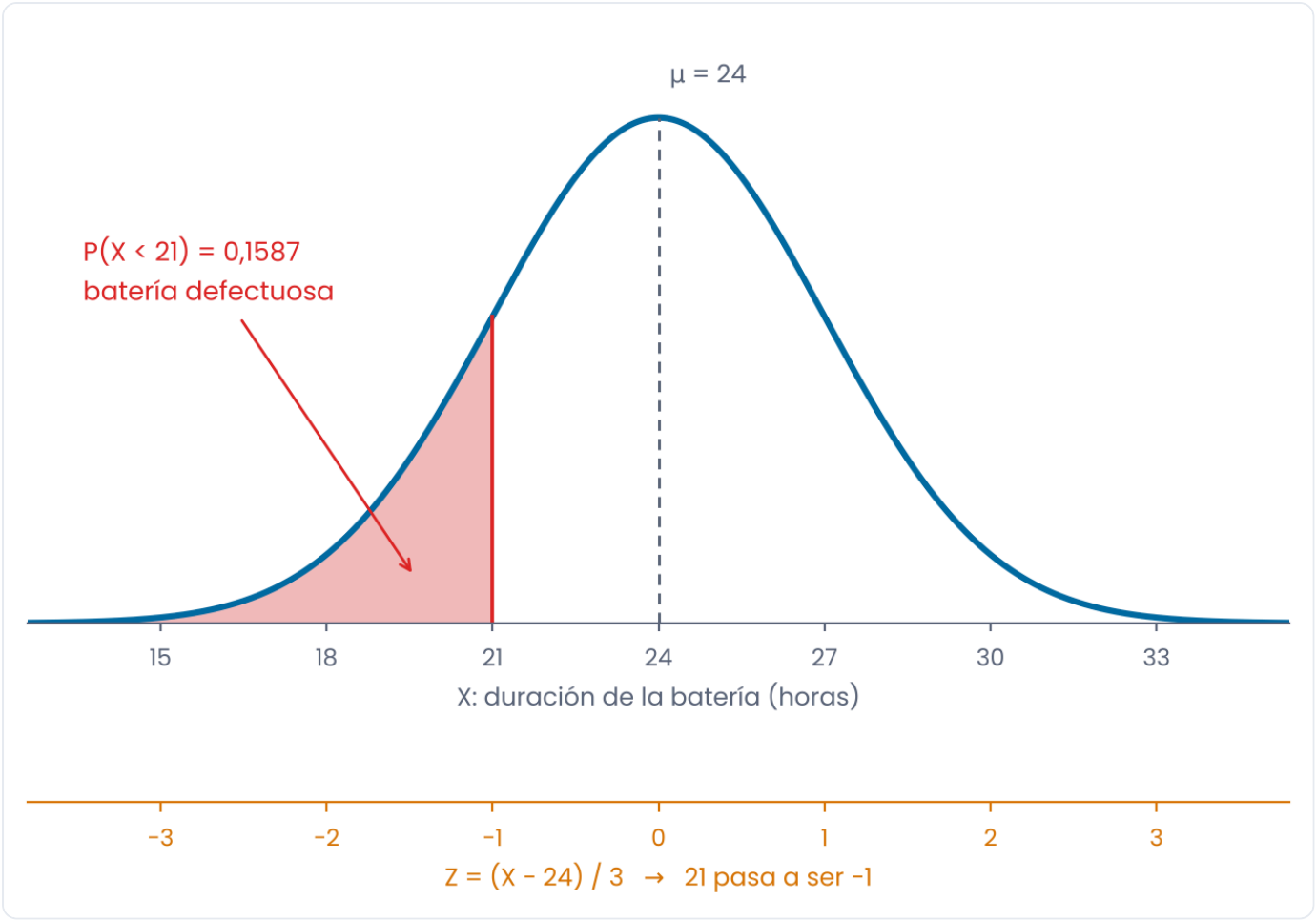
y se escribe $X \sim N(\mu, \sigma)$. En los exámenes españoles el **segundo parámetro es la desviación típica** σ, no la varianza.

- **Propiedades:** es simétrica respecto a $x = \mu$, donde tiene el máximo; tiene puntos de inflexión en $\mu \pm \sigma$; el área total bajo la curva es 1 y, por la simetría, a cada lado de μ queda $0{,}5$.
- **Cuanto mayor es σ, más ancha y más baja** es la campana. Es lo que pregunta País Vasco 2026 (1 c): con una σ menor, los valores se concentran más cerca de la media y $P(|X| < 300)$ es mayor.
- Entre $\mu - \sigma$ y $\mu + \sigma$ queda alrededor del 68 % de los valores; entre $\mu \pm 2\sigma$, alrededor del 95 %; y entre $\mu \pm 3\sigma$, casi todos (99,7 %). Con la tabla: $2 \cdot 0{,}8413 - 1 = 0{,}6826$ y $2 \cdot 0{,}9772 - 1 = 0{,}9544$.
- **Tipificar:** si $X \sim N(\mu, \sigma)$, la variable

  $$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$$

  mide a cuántas desviaciones típicas está cada valor de la media. Así, $P(X \le a) = P\left(Z \le \dfrac{a - \mu}{\sigma}\right)$, y basta **una sola tabla**, la de $N(0, 1)$, para todas las normales.
- **Madrid 2026 (4.1):** la duración de una batería es $X \sim N(24, 3)$ horas. Tipificando, 21 horas pasan a $z = \dfrac{21 - 24}{3} = -1$: está una desviación típica por debajo de la media (figura).
- **Varios individuos independientes.** Si $p = P(X < 50)$ para una mandarina, la probabilidad de que **dos** elegidas al azar lo cumplan es p^2: con $N(60, 16)$, $z = \frac{50-60}{16} = -0{,}625$; redondeando a $-0{,}63$, $p \approx 0{,}2643$ y $p^2 \approx 0{,}07$ (Cantabria 2026, ordinaria, 4B b, que da 0,30 por p y 0,70 por las dos). Para «al menos uno de 4» (Asturias 2025, extraordinaria: elefantes de más de 100 años, $N(82, 30)$), $1 - (1 - p)^4$ con $p = P(Z > 0{,}6) = 0{,}2743$: $1 - 0{,}7257^4 \approx 0{,}7226$ (la solución oficial escribe $0{,}2774$: se le ha olvidado restar de 1). Si te piden cuántos de n, es una binomial $B(n, p)$ con esa p.
- **Condicionadas con la normal:** $P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$, con cada probabilidad tipificada. En Galicia 2026 (extraordinaria, 1.2), con $X \sim N(50;\ 19{,}5)$ minutos, si entró a las 17:00, que «salga antes de las 18:00 sabiendo que a las 17:45 aún estaba en la feria» es $\frac{P(45 \le X < 60)}{P(X \ge 45)} = \frac{0{,}6950 - 0{,}3974}{0{,}6026} = \frac{0{,}2976}{0{,}6026} \approx 0{,}4939$.

> **Error típico que te quita puntos**
>
> Tipificar con la **varianza** en lugar de con la desviación típica. Castilla-La Mancha 2025 da una normal «de media 1.5 m y varianza 0.64 m²»: la desviación típica es $\sigma = \sqrt{0{,}64} = 0{,}8$. Si divides entre $0{,}64$, todos los resultados salen mal (está resuelto más abajo).



Tipificar es cambiar de escala (Madrid 2026, 4.1). La campana de $X \sim N(24, 3)$ y, debajo, la escala de $Z = \frac{X-24}{3}$: cada valor de X se convierte en el número de desviaciones típicas que lo separan de la media. El área roja, $P(X < 21) = P(Z < -1) = 0{,}1587$, es la misma en las dos escalas.

4 La tabla N(0, 1): cómo se lee y cómo se redondea

La tabla da $\Phi(z) = P(Z \leq z)$, el **área a la izquierda** de z, para $z \geq 0$, de centésima en centésima (según la comunidad, hasta $1{,}99$, $3{,}09$ o casi 4): la fila da las unidades y las décimas, y la columna, las centésimas. Por ejemplo, $P(Z \leq 0{,}45)$ está en la fila $0{,}4$ y la columna $0{,}05$: $0{,}6736$. Lo normal es que solo traiga valores positivos de z (la de Navarra 2026 trae también los negativos); los demás casos salen por la **simetría** y por el **contrario**:

- **Cómo está redondeada.** Cada valor de la tabla es $\Phi(z)$ **redondeada a 4 decimales** (al más cercano): $\Phi(1) = 0{,}841344\ldots$ aparece como $0{,}8413$. Se han comprobado con la función de error (erf) todas las casillas de las tablas que adjuntan Andalucía 2026, Aragón 2026, Canarias 2025 y 2026, Cantabria 2026, Castilla-La Mancha 2025, Madrid 2026 y País Vasco 2025 y 2026, y coinciden todas. La de Andalucía da 5 decimales a partir de $z = 2{,}70$.
- **Redondea z a dos decimales** antes de entrar en la tabla, como hacen las soluciones oficiales. País Vasco 2025: con $X \sim N(3372,\ 405)$ gramos, $\frac{3000-3372}{405} = -0{,}918\ldots \approx -0{,}92$ y $\frac{3500-3372}{405} = 0{,}316\ldots \approx 0{,}32$. Así $P(X > 3000) = P(Z < 0{,}92) = 0{,}8212$ y $P(3000 < X < 3500) = 0{,}6255 - (1 - 0{,}8212) = 0{,}4467$; entre los 9476 recién nacidos, unos $9476 \cdot 0{,}4467 \approx 4233$.
- **Qué tabla te dan.** Adjuntan la tabla completa de $N(0, 1)$ Andalucía, Extremadura y País Vasco (2025 y 2026), Canarias 2025, Aragón, Cantabria y Madrid (extraordinaria de 2025 y 2026) y Navarra 2026 (que trae también los z negativos). Canarias 2026 la imprimió en el examen solo de $0{,}00$ a $1{,}99$ (la de su examen resuelto y la que enlaza su página de recursos de la PAU 2027 llegan a $3{,}99$); La Rioja 2025, de $0{,}00$ a $2{,}09$; Castilla-La Mancha 2025, solo un trozo (de $0{,}50$ a $1{,}39$); y Asturias (2025 y 2026), solo algunos valores (si el tuyo no está, «toma el más cercano», como dice el de 2025). Castilla y León la

adjuntó completa (de $0{,}00$ a $3{,}69$) en sus extraordinarias de 2025 y 2026: su guía dice que, «si fuera necesario, se le facilitarán las fórmulas o tablas». Para 2027, Galicia **no da la tabla**: el enunciado trae varios valores de $N(0,1)$ y eliges el que sirve (criterios 2026-27). Castilla-La Mancha da solo el trozo que haga falta de la tabla de la normal o de la **binomial**, y no puedes llevar las tuyas (documento 2026-27). La Comunidad Valenciana adjunta la de la **binomial**, y Murcia avisa de que «Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan»: son las que publica en la página de la materia, la de la **binomial** ($P(X = k)$, con n de 2 a 9) y la de $N(0,1)$ (hasta $3{,}59$).

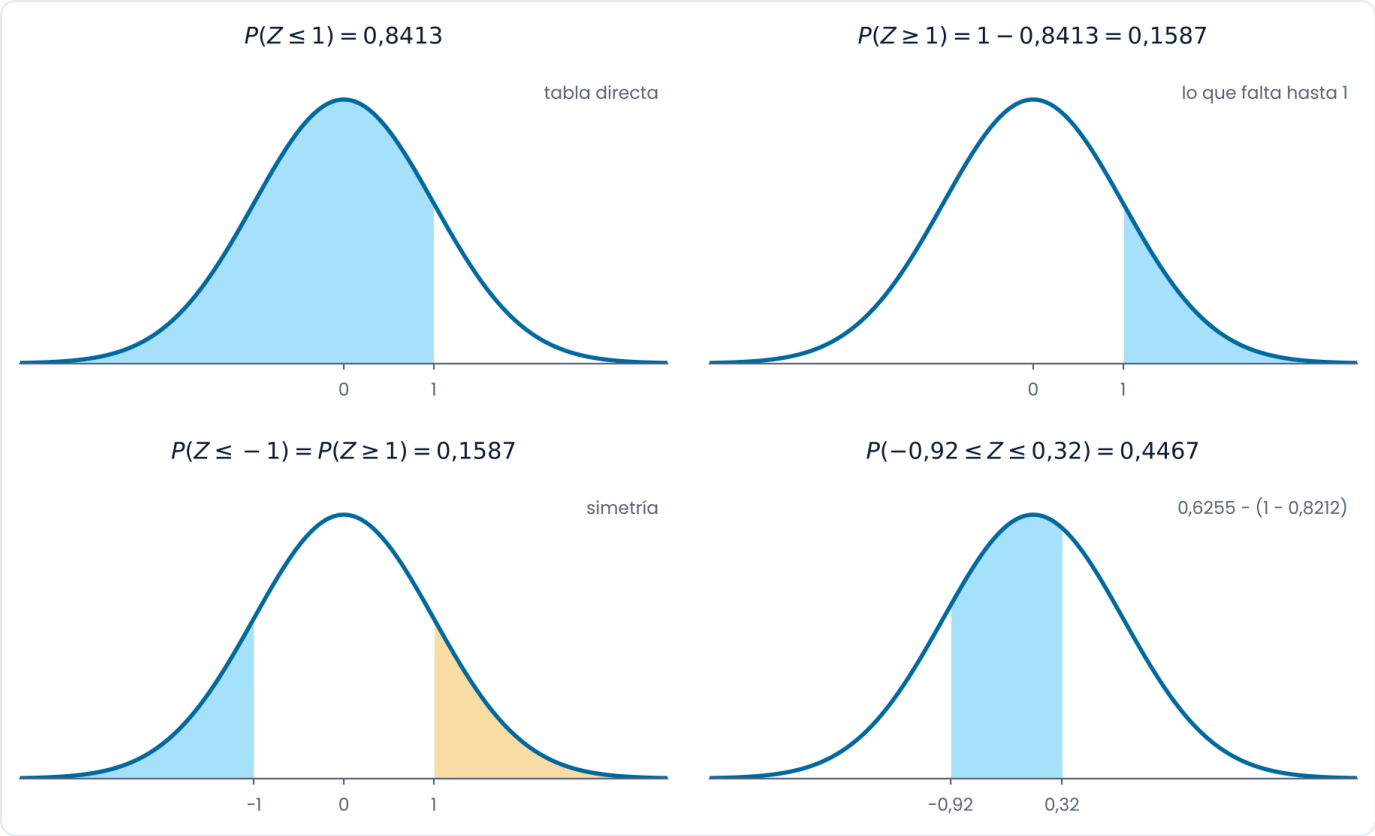
- **Con cuántos decimales respondes:** las soluciones oficiales dan 4, los de la tabla. Castilla y León 2026 pide «Respuestas numéricas exactas o con tres dígitos decimales». En cambio, Andalucía (Orientaciones 2026-27) y Canarias (acta de 30-09-2026) fijan **cuatro** decimales en Probabilidad, y Asturias, «al menos cuatro» si trabajas con decimales (acta 2025-26).

Lo que piden	Cómo se calcula	Ejemplo
$P(Z \leq a)$, con $a \geq 0$	$\Phi(a)$, directo de la tabla	$P(Z \leq 1) = 0{,}8413$
$P(Z \geq a)$	$1 - \Phi(a)$	$P(Z \geq 1) = 0{,}1587$
$P(Z \leq -a)$	$P(Z \geq a) = 1 - \Phi(a)$	$P(Z \leq -1) = 0{,}1587$
$P(Z \geq -a)$	$P(Z \leq a) = \Phi(a)$	$P(Z \geq -0{,}92) = 0{,}8212$
$P(a \leq Z \leq b)$	$\Phi(b) - \Phi(a)$	$P(-0{,}92 \leq Z \leq 0{,}32) = 0{,}4467$
$P(-a \leq Z \leq a)$	$2\,\Phi(a) - 1$	$P(-1{,}01 \leq Z \leq 1{,}01) = 0{,}6876$

Dibuja la campana y sombrea el área antes de escribir: así ves si el resultado tiene que ser mayor o menor que $0{,}5$. ¿Y la calculadora? En Castilla-La Mancha valen las que hacen «Cálculos con distribución binomial y normal», pero el paso que hagas con ella tienes que indicarlo en el examen (documento 2026-27). En Extremadura, primero defines la variable y tipificas; «Los cálculos finales sí se podrán hacer con calculadora» (indicaciones 2025-26).

Si z es negativo, la probabilidad a su izquierda es menor que 0,5

Antes de restar, mira el signo. $P(Z < -1)$ no puede ser $0{,}8413$: el -1 está a la izquierda de la media y deja menos de la mitad del área. Un dibujo de diez segundos evita este error.



Los cuatro casos de la tabla. La tabla da el área azul de la izquierda, $\Phi(a)$. El área de la derecha es lo que falta hasta 1; por la simetría, la cola de -1 mide lo mismo que la de 1 (en ámbar); y el área entre dos valores es la resta de dos lecturas de la tabla (País Vasco 2025: $0{,}6255 - (1 - 0{,}8212) = 0{,}4467$).

5 Casos inversos: de la probabilidad al valor

En los **casos inversos** te dan la probabilidad y te piden el valor de X (o μ, o σ). Se hace el camino al revés: se busca la probabilidad **dentro** de la tabla, se lee z en los márgenes y se deshace la tipificación.

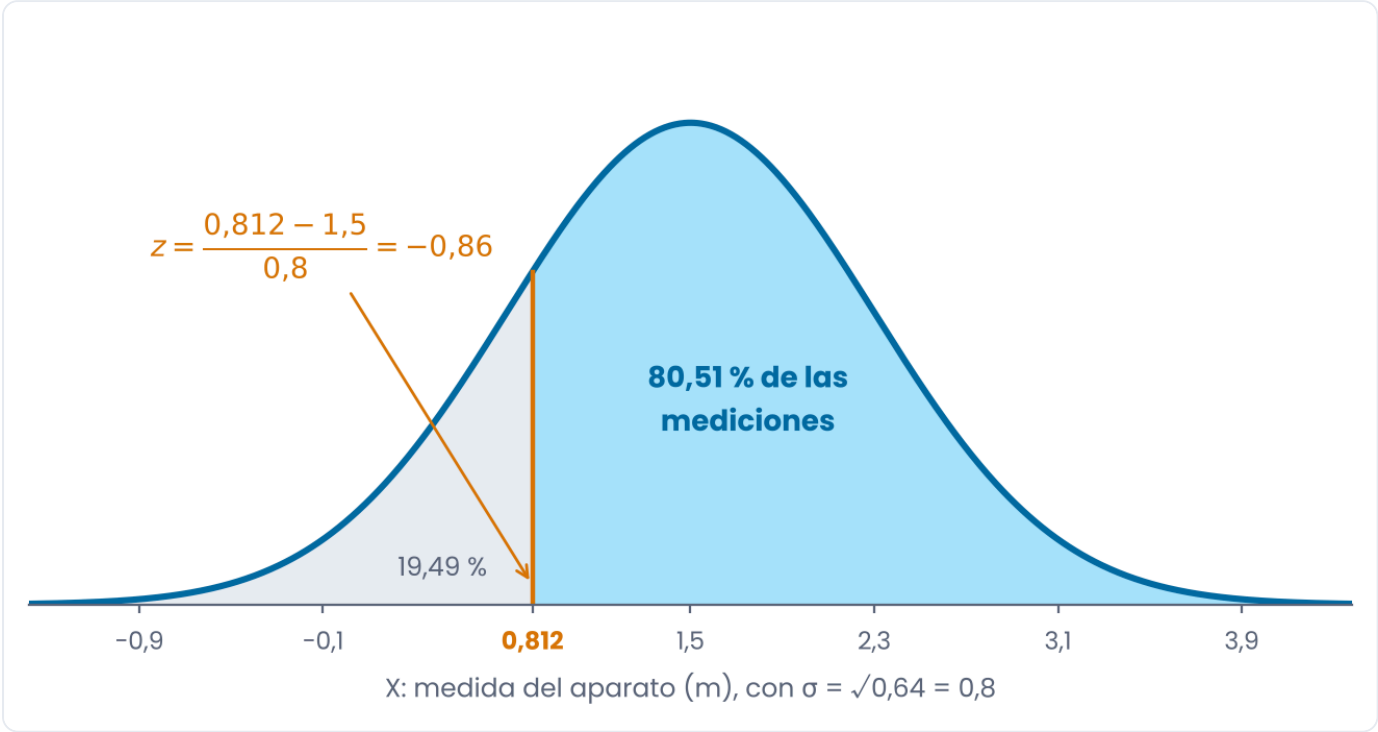
- **El valor más cercano.** Extremadura 2026 (4 c): la estancia en un hotel es $N(3{,}7;\ 1{,}5)$ días y se bonifica al 10 % que más se queda. Entonces $P(X \leq x) = 0{,}90$. En la tabla, $0{,}8997$ ($z = 1{,}28$) y $0{,}9015$ ($z = 1{,}29$): el más cercano es $1{,}28$, y $x = 3{,}7 + 1{,}28 \cdot 1{,}5 = 5{,}62$ días.
- **Con z negativo.** Extremadura 2025 (4 b): altura $N(174, 12)$ cm; ¿cuánto mide un alumno si el 67 % mide más que él? $P(X \leq x) = 0{,}33 < 0{,}5$, así que $z < 0$. Como $\Phi(0{,}44) = 0{,}6700$, $z = -0{,}44$ y $x = 174 - 0{,}44 \cdot 12 = 168{,}72$ cm.
- **Si no está en la tabla.** Andalucía admite «cualquier criterio (la media aritmética, interpolación,....)» si al usar la tabla al revés no aparece el valor exacto (Orientaciones 2026-27). La tabla de Aragón 2026 añade que, si las distancias por exceso y por defecto son iguales, se tome la media: para $0{,}95$, entre $0{,}9495$ $(1{,}64)$ y $0{,}9505$ $(1{,}65)$, sale $z = 1{,}645$.
- **Con μ o σ desconocidas.** Galicia 2025: la espera es normal de media 5 minutos y el 90 % de los clientes son atendidos antes de 8. Entonces $\dfrac{8-5}{\sigma} = 1{,}28$ y $\sigma = \dfrac{3}{1{,}28} \approx 2{,}34$ minutos. (Galicia 2025 no daba tabla: conviene saberse que $P(Z \leq 1{,}28) \approx 0{,}90$, $P(Z \leq 1{,}645) \approx 0{,}95$ y $P(Z \leq 1{,}96) \approx 0{,}975$.)
- **Con las dos desconocidas, un sistema.** Si te dan dos porcentajes, cada uno da una ecuación. Baleares 2023 (extraordinaria): el 35 % saca más de 6 y el 51 % menos de 4. Entonces $P\left(Z < \frac{6-\mu}{\sigma}\right) = 0{,}65$ y $P\left(Z < \frac{4-\mu}{\sigma}\right) = 0{,}51$; con la tabla, $\frac{6-\mu}{\sigma} = 0{,}385$ y $\frac{4-\mu}{\sigma} = 0{,}025$, y el sistema da $\sigma \approx 5{,}56$ y $\mu \approx 3{,}86$. Sus criterios dan 1,5 puntos por cada probabilidad bien planteada, 1 por tipificar y 1 por resolver el sistema (de 5).

Pásalo a «por debajo»
Escribe $P(X \leq x) = p$. Si te dan el área «por encima», usa $1 - p$.

Busca p dentro de la tabla
Si $p \geq 0{,}5$, $z \geq 0$ y se lee directamente. Si $p < 0{,}5$, busca $1 - p$ y cambia el signo de z.

Deshaz la tipificación
$\frac{x - \mu}{\sigma} = z$, así que $x = \mu + z\,\sigma$. Si la incógnita es μ o σ, despeja la que sea.

Error típico: el signo de z
Si más de la mitad queda **por encima** del valor, el valor está por debajo de la media y z es negativo. En Castilla-La Mancha 2025, tomar $z = +0{,}86$ da $1{,}5 + 0{,}688 = 2{,}188$ m, que deja el 80,51 % por **debajo**.



Caso inverso de Castilla-La Mancha 2025 (4 b.3). Con $X \sim N(1{,}5;\ 0{,}8)$, el valor que deja el 80,51 % de las mediciones por encima está a la izquierda de la media, así que su z es negativo: $z = -0{,}86$, porque $\Phi(0{,}86) = 0{,}8051$. Deshaciendo la tipificación, $1{,}5 - 0{,}86 \cdot 0{,}8 = 0{,}812$ m.

6 Aproximación de la binomial por la normal

Con n grande, la fórmula de la binomial es inmanejable: en Murcia 2026 había que sumar diez términos de una $B(200;\ 0{,}05)$. Pero, si n es grande y p no está muy cerca de 0 ni de 1, el diagrama de barras de la binomial tiene forma de campana y se aproxima por la normal con la **misma media** y la **misma desviación típica**:

$$B(n, p) \approx N(np,\ \sqrt{npq}\,), \qquad \text{si } np \geq 5 \text{ y } nq \geq 5.$$

En Asturias, además, $n \geq 30$ (acta 2025-26).

- **Por qué hace falta la corrección.** La binomial solo toma valores enteros y la normal es continua: en la normal, $P(Y = 10) = 0$. Sin corregir, $P(X \geq 10)$ y $P(X > 10)$ darían lo mismo.
- **Murcia 2026 (5.2 b):** $X \sim B(200;\ 0{,}05)$ y piden $P(X \geq 10)$. La aproximación con corrección da $P(Y \geq 9{,}5) = 0{,}5636$; el valor exacto de la binomial es $0{,}5453$, y sin la corrección saldría $0{,}5$. Está resuelto entero más abajo.
- **No todas las soluciones oficiales la aplican.** Murcia 2026 la usa («criterio de corrección de Yates»); la solución de Canarias 2026 (5B, en «Ponte a prueba») aproxima sin ella. Canarias avisa de que «Otras soluciones correctas también se aceptan», y su acta de 30-09-2026 lo aclara: el ajuste de Yates «no es necesario aplicarlo», pero «si se aplica se deberá utilizar correctamente». Asturias acepta las dos

formas, «con corrección de Yates o sin ella» (acta 2025-26), y Andalucía y Castilla-La Mancha la incluyen en sus contenidos de 2026-27. Aplícala y escribe que la aplicas: es lo que hacen los libros y se acerca más al valor exacto.

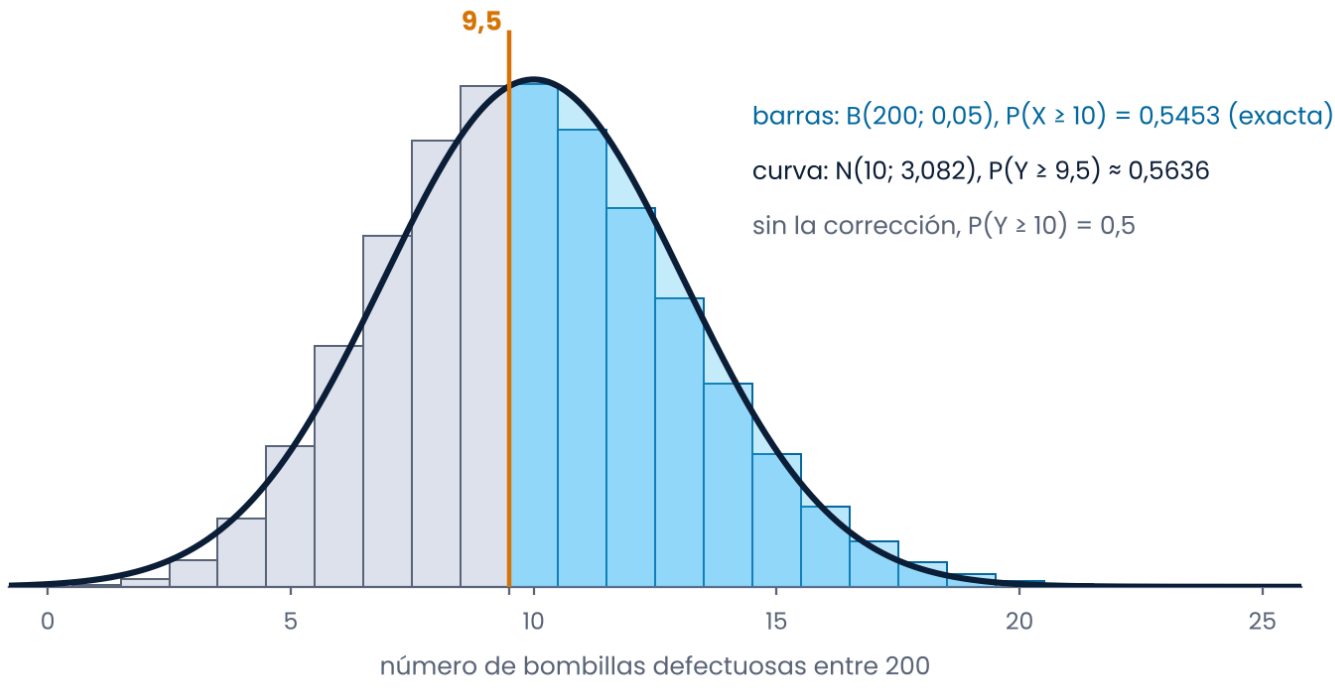
- **Justifica la aproximación.** Los criterios de Canarias piden que, al aproximar la binomial por la normal, «se debe justificar que el procedimiento se puede hacer»: escribe $np = \ldots \geq 5$ y $nq = \ldots \geq 5$.

Binomial X	Normal Y con corrección por continuidad
$P(X = k)$	$P(k - 0{,}5 \leq Y \leq k + 0{,}5)$
$P(X \leq k)$	$P(Y \leq k + 0{,}5)$
$P(X \geq k)$	$P(Y \geq k - 0{,}5)$
$P(X < k) = P(X \leq k - 1)$	$P(Y \leq k - 0{,}5)$
$P(X > k) = P(X \geq k + 1)$	$P(Y \geq k + 0{,}5)$
$P(a \leq X \leq b)$	$P(a - 0{,}5 \leq Y \leq b + 0{,}5)$

Cada valor entero k de la binomial es una barra de anchura 1, de $k - 0{,}5$ a $k + 0{,}5$. Primero decide qué enteros entran; después, ensancha medio punto.

La receta, en cuatro líneas

1) $X \sim B(n, p)$ y comprueba $np \geq 5$, $nq \geq 5$. 2) $\mu = np$, $\sigma = \sqrt{npq}$ y $Y \sim N(\mu, \sigma)$. 3) Corrección por continuidad con la tabla de arriba. 4) Tipifica y usa la tabla de $N(0, 1)$.



La binomial $B(200;\ 0{,}05)$ y la normal que la aproxima (Murcia 2026, 5.2 b). Las barras son las probabilidades exactas; la curva, $N(10;\ 3{,}082)$. La barra del 10 empieza en $9{,}5$: por eso $P(X \geq 10)$ se aproxima con $P(Y \geq 9{,}5) \approx 0{,}5636$, más cerca del valor exacto $(0{,}5453)$ que el $0{,}5$ que sale sin la corrección.

7 Ejercicio resuelto: de la normal a la binomial (Madrid 2026)

PAU MADRID 2026 · CONVOCATORIA ORDINARIA · PREGUNTA 4.1 (A ELEGIR ENTRE 4.1 Y 4.2; 2 PUNTOS)

Escanea: vídeo de este ejercicio

El proveedor de una fábrica de móviles proporciona baterías cuya duración sigue una distribución normal con media $\mu = 24$ horas y desviación típica $\sigma = 3$ horas. A efectos de control de calidad, se considera que una batería es defectuosa si su duración es inferior a 21 horas.

a) Se elige un teléfono al azar de la línea de producción. Calcule la probabilidad de que su batería sea considerada defectuosa. (1 punto)

b) Un distribuidor recibe un lote de 10 teléfonos. Suponiendo independencia entre ellos, ¿cuál es la probabilidad de que en ese lote haya al menos 9 teléfonos con la batería no defectuosa? (1 punto)

Apartado a)

1. Variable: $X =$ «duración de la batería, en horas», con $X \sim N(24, 3)$. Suceso: la batería es defectuosa si $X < 21$, así que piden $P(X < 21)$.
2. Tipificando con $Z = \dfrac{X - 24}{3} \sim N(0, 1)$:

$$P(X < 21) = P\left(Z < \frac{21 - 24}{3}\right) = P(Z < -1).$$

3. La tabla solo trae z positivos. Por la simetría, la cola de la izquierda de -1 es igual que la de la derecha de 1:

$$P(Z < -1) = P(Z > 1) = 1 - P(Z \leq 1) = 1 - 0{,}8413 = 0{,}1587.$$

4. Comprobación con el dibujo: 21 está por debajo de la media, así que la probabilidad tiene que ser menor que $0{,}5$. Y lo es.

SOLUCIÓN $p = P(X < 21) = 0{,}1587$: casi el 16 % de las baterías es defectuoso.

Apartado b)

1. Nueva variable: $Y =$ «número de baterías defectuosas en el lote de 10». Cada teléfono es una prueba independiente (lo dice el enunciado) con dos resultados, y la probabilidad de defectuosa es la misma, $p = 0{,}1587$, del a). Así que $Y \sim B(10;\ 0{,}1587)$, con $q = 0{,}8413$.
2. Traducción del suceso: «al menos 9 no defectuosas» de 10 es lo mismo que «como máximo 1 defectuosa»: $P(Y \leq 1)$, que es $P(Y = 0) + P(Y = 1)$.
3. Con la fórmula de la binomial:

$$P(Y \leq 1) = \binom{10}{0} 0{,}8413^{10} + \binom{10}{1} 0{,}1587 \cdot 0{,}8413^{9} \approx 0{,}1776 + 0{,}3351 = 0{,}5127.$$

4. Otro camino, contando las no defectuosas: $W \sim B(10;\ 0{,}8413)$ y $P(W \geq 9) = P(W = 9) + P(W = 10)$. Son los mismos dos términos.

SOLUCIÓN $P(Y \leq 1) \approx 0{,}5127$.

Lo que puntúa. Criterios específicos de Madrid 2026 (4.1): a) «Identificación del suceso: 0.3 puntos. Tipificación: 0.2 puntos. Uso correcto de la tabla: 0.3 puntos. Respuesta correcta: 0.2 puntos». b) «Identificación de la binomial: 0.2 puntos. Parámetros correctos de la binomial: 0.1 puntos por cada uno. Identificación del suceso: 0.2 puntos. Resolución: 0.4 puntos», y «Si el valor hallado en a) es erróneo, las calificaciones se otorgan en b) para dicho valor». La solución oficial da $0{,}1587$ y $0{,}5127$. En el b), escribir $Y \sim B(10;\ 0{,}1587)$ y traducir el suceso a $Y \leq 1$ vale ya 0,6 puntos.

Error típico que te quita puntos. En el b), calcular $P(Y \geq 9)$ con Y = número de **defectuosas** (es justo lo contrario de lo que piden), o quedarse solo con $P(Y = 0)$ y olvidar el caso de exactamente una defectuosa. Y en el a), dar $0{,}8413$: es el área de la derecha de -1, no la de la izquierda.

8 Ejercicio resuelto: varianza, simetría y caso inverso (Castilla-La Mancha 2025)

PAU CASTILLA-LA MANCHA 2025 · CONVOCATORIA ORDINARIA · EJERCICIO 4, APARTADO B) (A ELEGIR ENTRE A) Y B); 2,5 PUNTOS)

Escanea: vídeo de este ejercicio

Una empresa produce aparatos para medir distancias. Durante el proceso de calibración realiza una serie de experimentos para medir la distancia entre dos puntos, que están separados 1.5 metros entre sí. Debido al error de los aparatos, se sabe que los valores medidos siguen una distribución normal de media 1.5 m y varianza 0.64 m².

b.1) ¿Cuál es la probabilidad de que la medición del aparato sea de más de 2.1 m? (0,75 puntos)

b.2) ¿Cuál es la probabilidad de la que medición del aparato sea superior a 0.9 m? (0,75 puntos)

b.3) ¿Cuál es el valor de la distancia tal que el 80.51% de las mediciones estarían por encima de él? (1 punto)

Apartado b.1)

1. Variable: X = «medida del aparato, en metros». Ojo: el dato es la **varianza**, $\sigma^2 = 0{,}64$, así que $\sigma = \sqrt{0{,}64} = 0{,}8$ y $X \sim N(1{,}5;\ 0{,}8)$.
2. Tipificando:

$$P(X > 2{,}1) = P\left(Z > \frac{2{,}1 - 1{,}5}{0{,}8}\right) = P(Z > 0{,}75).$$

3. Es el área de la derecha: $P(Z > 0{,}75) = 1 - P(Z \leq 0{,}75) = 1 - 0{,}7734 = 0{,}2266$.

SOLUCIÓN $P(X > 2{,}1) = 0{,}2266$.

Apartado b.2)

1. $$P(X > 0{,}9) = P\left(Z > \frac{0{,}9 - 1{,}5}{0{,}8}\right) = P(Z > -0{,}75).$$
2. Por la simetría, el área a la derecha de $-0{,}75$ es igual que el área a la izquierda de $0{,}75$: $P(Z > -0{,}75) = P(Z < 0{,}75) = 0{,}7734$.
3. Tiene sentido: $0{,}9$ y $2{,}1$ están a la misma distancia de la media ($0{,}6$ m), uno a cada lado, y $0{,}2266 + 0{,}7734 = 1$.

SOLUCIÓN $P(X > 0{,}9) = 0{,}7734$.

Apartado b.3)

1. Caso inverso: buscamos l con $P(X > l) = 0{,}8051$. Como más de la mitad de las medidas quedan por encima, l está por debajo de la media y su z es negativo.
2. Tipificando y usando la simetría:

$$P(X > l) = P\left(Z > \frac{l - 1{,}5}{0{,}8}\right) = P\left(Z < -\frac{l - 1{,}5}{0{,}8}\right) = 0{,}8051.$$

3. Buscamos $0{,}8051$ **dentro** de la tabla: está exactamente en la fila $0{,}8$, columna $0{,}06$. Así que $-\dfrac{l - 1{,}5}{0{,}8} = 0{,}86$.
4. Despejando: $l - 1{,}5 = -0{,}86 \cdot 0{,}8 = -0{,}688$, y $l = 1{,}5 - 0{,}688 = 0{,}812$ m. Comprobación: $0{,}812 < 1{,}5$, como esperábamos (figura de la sección «Casos inversos»).

SOLUCIÓN $l = 0{,}812$ m: el 80,51 % de las mediciones están por encima de $0{,}812$ m.

Lo que puntúa. Criterios de Castilla-La Mancha 2025. b.1 y b.2: «Plantear la probabilidad que se pide correctamente, 0,25 puntos; expresar la probabilidad en función del área acumulada, 0,25 puntos; obtener el valor correcto, 0,25 puntos». b.3: «Plantear la probabilidad que se pide correctamente, 0,25 puntos; igualar el cociente al valor del cuantil correctamente, 0,5 puntos; obtener el valor correcto, 0,25 puntos». Pasar a «área acumulada» es escribir $1 - P(Z \leq 0{,}75)$ o $P(Z < 0{,}75)$: es un paso que puntúa por sí solo. La solución oficial empieza diciendo «desviación típica de 0.8 m» y da $0{,}2266$, $0{,}7734$ y $0{,}812$. El examen solo traía la tabla entre $z = 0{,}50$ y $z = 1{,}39$.

Error típico que te quita puntos. Tipificar con la varianza: $\frac{2{,}1 - 1{,}5}{0{,}64} \approx 0{,}94$ y $1 - 0{,}8264 = 0{,}1736$, que está mal. Y en el b.3, quedarse con $z = +0{,}86$: sale $2{,}188$ m, el valor que deja el 80,51 % por **debajo**.

9 Ejercicio resuelto: binomial con la fórmula y aproximación por la normal (Murcia 2026)

PAU MURCIA 2026 · CONVOCATORIA ORDINARIA · PREGUNTA 5.2 (A ELEGIR ENTRE 5.1 Y 5.2; 2 PUNTOS)

Escanea: vídeo de este ejercicio

Una fábrica produce bombillas y se sabe que el 5 % son defectuosas.

a) Calcule la probabilidad de que en 9 bombillas escogidas al azar haya exactamente 3 bombillas defectuosas. (0,75 puntos)

b) Calcule la probabilidad de que en 200 bombillas escogidas al azar haya al menos 10 bombillas defectuosas. (1,25 puntos)

Apartado a)

1. Variable: $X =$ «número de bombillas defectuosas entre las 9». Cada bombilla es defectuosa o no, con la misma probabilidad $p = 0{,}05$, y unas no influyen en otras (se escogen al azar de una producción muy grande). Así que $X \sim B(9;\, 0{,}05)$.

2. Con la fórmula de la binomial:

$$P(X=3)=\binom{9}{3}\,0{,}05^3\cdot 0{,}95^6=84\cdot 0{,}000125\cdot 0{,}95^6\approx 0{,}0077.$$

3. $\binom{9}{3}=\dfrac{9\cdot 8\cdot 7}{3\cdot 2\cdot 1}=84$: las maneras de elegir cuáles son las tres defectuosas. Es una probabilidad pequeña, como cabe esperar con un 5 % de defectuosas.

SOLUCIÓN $P(X=3)\approx 0{,}0077$.

Apartado b)

1. Ahora $X\sim B(200;\,0{,}05)$ y piden $P(X\geq 10)=1-P(X\leq 9)$: con la fórmula serían diez términos. Se aproxima por una normal.
2. Se puede: $np=200\cdot 0{,}05=10\geq 5$ y $nq=200\cdot 0{,}95=190\geq 5$. Con la misma media y desviación típica: $\mu=10$ y $\sigma=\sqrt{200\cdot 0{,}05\cdot 0{,}95}=\sqrt{9{,}5}\approx 3{,}082$, así que $Y\sim N(10;\,3{,}082)$.
3. **Corrección por continuidad:** el valor 10 es la barra de $9{,}5$ a $10{,}5$, y «al menos 10» empieza en $9{,}5$: $P(X\geq 10)\approx P(Y\geq 9{,}5)$.
4. Tipificando:

$$P(Y\geq 9{,}5)=P\left(Z\geq\frac{9{,}5-10}{3{,}082}\right)=P(Z\geq -0{,}16)=P(Z\leq 0{,}16)=0{,}5636.$$

($\frac{-0{,}5}{3{,}082}=-0{,}162\ldots$, redondeado a dos decimales.)
5. El valor exacto de la binomial es $0{,}5453$: la aproximación se queda cerca. Sin la corrección saldría $P(Y\geq 10)=0{,}5$, bastante peor (figura de la sección «Aproximación de la binomial por la normal»).

SOLUCIÓN $P(X\geq 10)\approx 0{,}5636$.

Lo que puntúa. Criterios de Murcia 2026 (5.2): «Apartado a) Cálculo correcto de la probabilidad pedida. [0,75 ptos.]» y «Apartado b) Cálculo correcto de la probabilidad pedida. [1,25 ptos.]». No reparten por pasos, pero las observaciones generales avisan: «Las preguntas contestadas correctamente sin incluir el desarrollo necesario para llegar a su resolución serán valoradas con 0 puntos», y «Los errores simples de cálculo restarán entre 0,1 y 0,25 puntos». La solución oficial lee el a) en la tabla de la binomial o lo calcula con la fórmula ($0{,}0077$) y resuelve el b) con la normal y el «criterio de corrección de Yates»: $P(Y\geq 9{,}5)=0{,}5636$.

Error típico que te quita puntos. Aproximar sin la corrección y dar $0{,}5$, o corregir hacia el lado equivocado: $P(Y\geq 10{,}5)$ es «más de 10», no «al menos 10». Y en el a), olvidar el número combinatorio: $0{,}05^3\cdot 0{,}95^6$ es la probabilidad de un orden concreto, no de todos.

COMPARATIVA FINAL

Binomial, normal o aproximación: cuál usar

Si el enunciado…	Usa	Ojo con…	Lo que cambia en tu comunidad
Cuenta éxitos en n pruebas independientes con la misma p	Binomial $B(n, p)$: fórmula o tabla	$P(X \geq k) = 1 - P(X \leq k-1)$	Cataluña: solo la binomial (la normal no figura); C. Valenciana: «Sólo se exigirán probabilidades discretas» (acta de noviembre de 2022, para la PAU de 2023; pendiente de confirmar para 2027); Murcia: tabla de $P(X = k)$, no acumulada; Baleares: la binomial, la normal y la aproximación (concreciones E4-E8) «no es prioritzaran» en 2026-27
Mide una magnitud continua (alturas, tiempos)	Normal $N(\mu, \sigma)$ y tipificar	σ, no σ^2	Galicia 2027: sin tabla, valores en el enunciado; Castilla-La Mancha: solo un trozo de la tabla; Baleares: no se prioriza en 2026-27
Da la probabilidad y pide el valor	Caso inverso	Signo de z	Andalucía admite media o interpolación si el valor no está en la tabla
Da dos porcentajes y no sabes μ ni σ	Sistema con dos tipificaciones	Busca p dentro de la tabla	Baleares 2023 (extraordinaria) y La Rioja 2025 (ordinaria, P1)
n grande en una binomial	Aproximación por $N(np, \sqrt{npq})$	Corrección por continuidad; justificar $np, nq \geq 5$	Madrid: sin corrección se penaliza (0,25 hasta 2025, 0,2 en el modelo 2026; la coincidente de 2026 da 0,1 por la aproximación de Yates); Canarias: Yates no obligatorio, pero hay que justificar que se puede aproximar; Navarra: su guía no nombra la aproximación
«Cuántos de N»	$N \cdot p$	Primero la probabilidad	Castilla y León y Extremadura lo piden con 1000
Varios individuos de una normal	p^n, $1-(1-p)^n$ o binomial con esa p	Independencia	Cantabria 2026 y Asturias 2025
Una condicionada con la normal	$\frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ tipificando cada una	El intervalo de $A \cap B$	Galicia 2026 (extraordinaria, 1.2)

Lo que cambia en cada comunidad sale de su documento oficial de 2026-27 (o de 2025-26 si aún no hay otro): está en la página de tu comunidad, en «Qué entra en Matemáticas II», con la tabla que te dan.

Errores que te quitan puntos

Lo que más se confunde en este tema, y cómo decirlo bien.

✗ «X toma los valores 0, 1 y 2, así que su media es $\frac{0+1+2}{3} = 1$».

✓ La media de una variable aleatoria **pondera cada valor con su probabilidad**: $\mu = \sum x_i\, p_i$. Solo coincide con la media de los valores si son equiprobables. Con dos monedas, $\mu = 0 \cdot \frac{1}{4} + 1 \cdot \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{4} = 1$ por casualidad; con $P(X=0) = 0{,}5$, $P(X=1) = 0{,}3$ y $P(X=2) = 0{,}2$, $\mu = 0{,}7$.

Apartado 1: Variables aleatorias discretas y continuas

✗ «Al menos 3 de 7: $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 3)$».

✓ El contrario de «3 o más» es «2 o menos»: $P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2)$. Al pasar al contrario es fácil perder o ganar un valor: escríbelo con palabras antes del símbolo (C. Valenciana 2026, reserva 2, 1.3, con 7 alumnos: «al menos 3 de ellos finalicen»).

Apartado 2: La distribución binomial B(n, p)

✗ «$0{,}4^n < 0{,}001 \Rightarrow n < \dfrac{\ln 0{,}001}{\ln 0{,}4} \approx 7{,}54$, así que $n = 7$».

✓ $\ln 0{,}4$ es **negativo**, y al dividir una desigualdad por un negativo cambia de sentido: $n > 7{,}54$, el menor es $n = 8$. Comprueba: $0{,}4^7 \approx 0{,}0016$ no llega y $0{,}4^8 \approx 0{,}00066$ sí (C. Valenciana 2025, extraordinaria, 1.3).

Apartado 2: La distribución binomial B(n, p)

✗ «Dos mandarinas con menos de 50 mm: $2 \cdot P(X < 50)$».

✓ «Las dos» es una intersección de sucesos **independientes**: $P(X_1 < 50) \cdot P(X_2 < 50)$, que es $p^2 \approx 0{,}07$, no $2p$ (que además podría pasar de 1). Cantabria 2026 (ordinaria, 4B b) da 0,30 por la probabilidad de una mandarina y 0,70 por la de las dos.

Apartado 3: La distribución normal N(μ, σ) y la tipificación

✗ «$P(X < 60 \mid X \geq 45) = P(X < 60) = 0{,}6950$».

✓ Saber que a los 45 minutos seguía en la feria **cambia** la probabilidad: $\frac{P(45 \leq X < 60)}{P(X \geq 45)} = \frac{0{,}2976}{0{,}6026} \approx 0{,}4939$. Los criterios de Galicia 2026 (extraordinaria, 1.2) dan 0,25 puntos por saber que se pide $P(A \mid B)$ y su fórmula, 0,25 por $P(B)$, 0,5 por $P(A \cap B)$ y 0,25 por el valor.

Apartado 3: La distribución normal N(μ, σ) y la tipificación

✗ «El 35 % saca más de 6: busco $0{,}35$ en la tabla».

✓ La tabla da el área **por debajo**: $P(X > 6) = 0{,}35$ es $P\left(Z \leq \frac{6-\mu}{\sigma}\right) = 0{,}65$, y lo que buscas dentro es $0{,}65$ (entre $0{,}6480$ y $0{,}6517$, $z \approx 0{,}385$). Con $0{,}35$ saldría un z negativo y el sistema daría otra μ. Es Baleares 2023 (extraordinaria), cuyos criterios dan 1,5 puntos por cada probabilidad bien planteada y 1 por tipificar.

Apartado 5: Casos inversos: de la probabilidad al valor

✗ «$X \sim B(60;\, 0{,}65)$, así que $P(X \geq 30) \approx P(Y \geq 30)$» (sin corrección por continuidad).

✓ Al pasar de la binomial (valores enteros) a la normal, $P(X \geq 30) \approx P(Y \geq 29{,}5)$. Los criterios de Madrid 2023 (extraordinaria, B.4 c) lo puntúan: «Una corrección por continuidad ausente o defectuosa se penalizará con 0.25 puntos»; los del modelo de 2026, con 0,2. En Canarias no es obligatoria, pero sí «justificar que el procedimiento se puede hacer» (en sus soluciones, $np \geq 5$ y $nq \geq 5$).

Apartado 6: Aproximación de la binomial por la normal

✗ «$X \sim B(200;\, 0{,}05)$: $P(X \leq 8) \approx P(Y \leq 7{,}5)$».

✓ La corrección **amplía** el intervalo para coger entero el valor del borde: «como mucho 8» incluye el 8, así que $P(X \leq 8) \approx P(Y \leq 8{,}5) = P(Z \leq -0{,}49) = 0{,}3121$ (con $\mu = 10$ y $\sigma = \sqrt{9{,}5}$). Con $7{,}5$ saldría $0{,}2090$. Al revés, $P(X < 8) = P(X \leq 7)$, que se aproxima por $P(Y \leq 7{,}5)$. La tabla de la corrección por continuidad está en este apartado.

Apartado 6: Aproximación de la binomial por la normal

Conceptos clave

Variable aleatoria

Función que asigna un número a cada resultado de un experimento aleatorio. Es discreta si toma valores aislados y continua si toma cualquier valor de un intervalo.

Función de probabilidad

En una variable discreta, la que da $p_i = P(X = x_i)$ para cada valor; las p_i son no negativas y suman 1.

Función de densidad

En una variable continua, la función $f(x) \geq 0$ cuya área bajo la curva entre a y b es $P(a \leq X \leq b)$; el área total es 1.

Media y desviación típica

En una discreta, $\mu = \sum x_i p_i$ y $\sigma = \sqrt{\sum x_i^2 p_i - \mu^2}$: dónde se centra la distribución y cuánto se separan sus valores de la media.

Distribución binomial

$B(n, p)$: número de éxitos en n pruebas independientes con probabilidad de éxito p constante. $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$, $\mu = np$, $\sigma = \sqrt{npq}$.

Número combinatorio

$\binom{n}{k} = \dfrac{n!}{k!\,(n-k)!}$: maneras de elegir qué k de las n pruebas son éxitos.

Distribución normal

$N(\mu, \sigma)$: variable continua con densidad en forma de campana, simétrica respecto a μ, con desviación típica σ.

Normal estándar

$N(0, 1)$, la de media 0 y desviación típica 1. Su tabla da $\Phi(z) = P(Z \leq z)$.

Tipificación

El cambio $Z = \dfrac{X - \mu}{\sigma}$, que convierte cualquier $N(\mu, \sigma)$ en $N(0, 1)$.

Caso inverso

Problema en el que se da una probabilidad y se pide el valor de X (o un parámetro): se busca la probabilidad dentro de la tabla y se deshace la tipificación.

Corrección por continuidad

Al aproximar una binomial por una normal, ensanchar cada valor entero k al intervalo $[k - 0{,}5,\ k + 0{,}5]$.

Número esperado

Cuántos casos cabe esperar entre N: $N \cdot p$. En una binomial $B(n, p)$ es su media, np.

Percentil

El valor que deja por debajo un porcentaje dado: el percentil 90 es el x con $P(X \leq x) = 0{,}90$. Se calcula como un caso inverso.

Condiciones de la aproximación

Para aproximar $B(n, p)$ por $N\left(np, \sqrt{npq}\right)$: n grande y, como suele pedirse, $np \geq 5$ y $nq \geq 5$.

MODO PAU

Nueve reglas que valen puntos

Define

Qué es X (con unidades) y su distribución: $X \sim B(n, p)$ o $X \sim N(\mu, \sigma)$.

Binomial

Justifica las tres condiciones y escribe la fórmula $\binom{n}{k} p^k q^{n-k}$.

Al menos uno

$1 - P(X = 0) = 1 - q^n$.

σ, no σ²

Si te dan la varianza, haz la raíz antes de tipificar.

Tipifica

$Z = \dfrac{X - \mu}{\sigma}$, redondea z a dos decimales y dibuja la campana.

Inverso

Probabilidad dentro de la tabla, z fuera, y $x = \mu + z\sigma$ (con su signo).

Aproximación

$np \geq 5$, $nq \geq 5$, $N(np, \sqrt{npq})$ y corrección de $\pm 0{,}5$.

Las dos

Dos individuos independientes: p^2. «Al menos uno de n»: $1 - (1 - p)^n$.

Cuántos

De N, se esperan $N \cdot p$: primero la probabilidad, después por N.

Cómo te lo pueden preguntar

- Distribución normal: tipificar, usar la tabla y resolver casos inversos. Salió en 13 de las 28 convocatorias ordinarias legibles de 2025 y 2026, en 8 comunidades (obligatoria en Extremadura, Galicia y País Vasco).
- Distribución binomial: probabilidades con la fórmula o con la tabla, «al menos uno», media y desviación típica (9 de las 28, en 7 comunidades).
- Calcula la probabilidad de un intervalo de una normal y el número esperado de casos en una población (multiplicando por el total).

- Halla el valor que deja un porcentaje dado por encima o por debajo, o la media o la desviación típica a partir de un porcentaje.
- Combina las dos: la probabilidad de un suceso sale de una normal y después se repite n veces con una binomial (Madrid 2026, Asturias 2026).
- Aproxima una binomial con n grande por una normal, justificando que se puede.
- Mezcla la binomial o la normal con un árbol de probabilidad total o Bayes del Tema 13 (Asturias 2025, Cataluña 2025, Comunidad Valenciana 2026, Galicia 2025 y 2026).

No lo confundas

- $N(\mu, \sigma)$, con la **desviación típica**, con la varianza σ^2.
- $P(X < k)$ y $P(X \leq k)$: iguales en la normal, distintas en la binomial.
- La **binomial** (con reemplazamiento o población muy grande: p constante) con las extracciones **sin** reemplazamiento de pocos elementos, donde p cambia.
- $\Phi(z)$, el área a la **izquierda**, con el área a la derecha, $1 - \Phi(z)$.
- Buscar z en los márgenes de la tabla (caso directo) con buscar la probabilidad **dentro** de la tabla (caso inverso).
- «Al menos 9 no defectuosas» de 10 con «como máximo 1 defectuosa»: son el mismo suceso, contado desde el otro lado.

Ponte a prueba

PAU Aragón 2026, Pregunta 4.1 (a elegir entre 4.1 y 4.2; 2 puntos). Para una prueba de Bachillerato se ha preparado un cuestionario tipo test de 4 preguntas con 5 respuestas posibles a cada pregunta. Cada pregunta correctamente respondida suma 2,5 puntos. Por cada respuesta incorrecta se restan 0,625 puntos. Si no se contesta a la pregunta, se puntúa con 0. a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de sacar sobresaliente (nota mayor o igual a 9) contestando las cuatro preguntas aleatoriamente? b) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de suspender (nota menor que 5) contestando las cuatro preguntas aleatoriamente?

Solución: $X =$ «número de aciertos» $\sim B\left(4, \frac{1}{5}\right)$, y la nota es $2{,}5X - 0{,}625(4 - X) = 3{,}125X - 2{,}5$. a) Con 3 aciertos la nota es $6{,}875$; con 4, 10: sobresaliente solo si $X = 4$. $P(X = 4) = \left(\frac{1}{5}\right)^4 = \frac{1}{625} = 0{,}0016$. b) $3{,}125X - 2{,}5 < 5 \iff X < 2{,}4 \iff X \leq 2$ (fallar más de una, como dicen los criterios). $P(X \leq 2) = 1 - P(X = 3) - P(X = 4) = 1 - 4\left(\frac{1}{5}\right)^3 \frac{4}{5} - \frac{1}{625} = 1 - \frac{16}{625} - \frac{1}{625} = \frac{608}{625} = 0{,}9728$.

PAU Asturias 2025, Pregunta 5, opción B (2,5 puntos). En una empresa de telecomunicaciones, el tiempo que tarda un cliente en resolver un problema llamando a atención al cliente sigue una distribución normal con media $\mu = 30$ minutos y desviación típica $\sigma = 5$ minutos. (a) (0,75 puntos) ¿Cual es la probabilidad de que un cliente tarde entre 25 y 30 minutos en resolver su problema? (b) (0,75 puntos) Un cliente decide que si tarda más de 20 minutos en su resolución, cambiará de empresa ¿cuál es la probabilidad de que cambie? (c) (1 punto) La empresa hace cambios en la gestión de atención al cliente obteniendo que la probabilidad de que se tarde menos de 20 minutos es 0.7. Si se mantiene la desviación típica ¿se ha mejorado el tiempo de resolucion medio o por el contrario el cambio no ha sido positivo? (El examen da: «Algunos valores de la función de distribución N(0, 1) son: F(x) = P(Z ≤ x), F(0) = 0.5, F(1) = 0.8413, F(2) = 0.9772, F(0.7) = 0.758, F(0.525) = 0.7. Si tus valores no están entre los expuestos, toma el más cercano.»)

Solución: $X \sim N(30, 5)$. a) $P(25 \leq X \leq 30) = P(-1 \leq Z \leq 0) = 0{,}5 - (1 - 0{,}8413) = 0{,}3413$. b) $P(X > 20) = P(Z > -2) = P(Z < 2) = 0{,}9772$. c) Caso inverso con μ desconocida: $P(X < 20) = 0{,}7$ y $F(0{,}525) = 0{,}7$, así que $\dfrac{20 - \mu}{5} = 0{,}525$ y $\mu = 20 - 5 \cdot 0{,}525 = 17{,}375$ minutos. La media baja de 30 a unos 17,4 minutos: **ha mejorado**. (La solución oficial escribe por error «0.515» en un paso, pero opera con $0{,}525$ y da $17{,}3750$.)

PAU Canarias 2026, Bloque 5, pregunta 5B (a elegir entre 5A y 5B; 2 puntos). El área de Medio Ambiente del Cabildo ha diseñado un plan de reforestación para las zonas de cumbre afectadas por incendios. El plan incluye una técnica innovadora que garantiza que tres de cada cinco semillas de pino canario germinan y sobrevive el primer año. Para validar la eficacia de esta técnica, se han plantado 150 semillas en una parcela experimental. Se supone que la supervivencia de la semilla es independiente del resto. a) [1,25] Calcular la probabilidad de que, en la parcela experimental, germinen y sobrevivan entre 82 y 94 semillas el primer año. b) [0,75] Los técnicos del Cabildo han decidido que, si tras el primer año de estudio de la parcela experimental, germinan y sobreviven más de 80 semillas con una probabilidad superior al 90%, se incorporará esta técnica innovadora al plan de reforestación. En base a los datos, ¿incluirán esta técnica en el plan de reforestación?

Solución: $X \sim B(150;\, 0{,}6)$, con $np = 90 \geq 5$ y $nq = 60 \geq 5$: se aproxima por $N(90, 6)$, porque $\sqrt{150 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}4} = \sqrt{36} = 6$. a) Con corrección por continuidad, leyendo «entre 82 y 94» con los dos extremos incluidos (la solución oficial escribe $P(82 < X < 94)$): $P(81{,}5 \leq Y \leq 94{,}5) = P(-1{,}42 \leq Z \leq 0{,}75) = 0{,}7734 - (1 - 0{,}9222) = 0{,}6956$; el valor exacto es $0{,}6936$. La solución oficial no corrige: $P(-1{,}33 < Z < 0{,}67) = 0{,}7486 - (1 - 0{,}9082) = 0{,}6568$. b) $P(X > 80) = P(X \geq 81) \approx P(Y \geq 80{,}5) = P(Z \geq -1{,}58) = 0{,}9429$ (la oficial, sin corregir, $P(Z > -1{,}67) = 0{,}9525$). En los dos casos supera el 90 %: **sí** incluirán la técnica.

Fuentes

1. Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato (Matemáticas II, sentido estocástico)
2. Examen PAU Matemáticas II Madrid 2026 (ordinaria), con criterios específicos de corrección y tabla N(0, 1)
3. Examen PAU Matemáticas II Castilla-La Mancha 2025 (ordinaria)
4. Soluciones y criterios de corrección PAU Matemáticas II Castilla-La Mancha 2025 (ordinaria)
5. Examen PAU Matemáticas II Murcia 2026 (ordinaria), con criterios de calificación
6. Soluciones PAU Matemáticas II Murcia 2026 (ordinaria)
7. Examen PAU Matemáticas II Aragón 2026 (ordinaria), con criterios específicos de corrección y tabla N(0, 1)
8. Examen PAU Matemáticas II Asturias 2025 (ordinaria), con criterios y soluciones
9. Examen PAU Matemáticas II Canarias 2026 (ordinaria), con criterios y soluciones
10. Examen PAU Matemáticas II País Vasco 2025 (ordinaria)

11. Criterios de corrección PAU Matemáticas II País Vasco 2025 (ordinaria)
12. Examen PAU Matemáticas II Extremadura 2026 (ordinaria)
13. Examen PAU Matemáticas II Extremadura 2025 (ordinaria)
14. Examen PAU Matemáticas II Comunidad Valenciana 2026 (ordinaria), con tabla de la binomial
15. Matemáticas II, Andalucía 2026: exámenes y criterios de corrección de todas las convocatorias (ordinaria, extraordinaria y reservas), en ZIP (Distrito Único Andaluz), con tabla N(0, 1)
16. Matemáticas II, C. Valenciana 2025 (extraordinaria): examen (Comissió Gestora de les PAU)
17. Matemáticas II, Canarias 2023 (ordinaria): examen (Consejería de Educación del Gobierno de Canarias)
18. Matemáticas II, Canarias 2023 (ordinaria): examen y criterios de corrección (Consejería de Educación del Gobierno de Canarias)
19. Matemáticas II, Extremadura 2026 (ordinaria): criterios de corrección (Universidad de Extremadura)
20. Matemáticas II, Cantabria 2026 (ordinaria): criterios de corrección (Universidad de Cantabria)
21. Matemáticas II, Asturias 2025 (extraordinaria): examen (Universidad de Oviedo)
22. Matemáticas II, Asturias 2025 (extraordinaria): examen y criterios de corrección (Universidad de Oviedo)
23. Matemáticas II, Galicia 2026 (extraordinaria): examen (CiUG)
24. Matemáticas II, Galicia 2026 (extraordinaria): criterios de corrección (CiUG)
25. Matemáticas II, Baleares 2023 (extraordinaria): criterios de corrección (Universitat de les Illes Balears (UIB) – Servei d'Alumnes / Àrea d'Accés)
26. Matemáticas II, C. Valenciana 2026 (reserva 2): examen (Comissió Gestora de les PAU)
27. Matemáticas II, C. Valenciana 2026 (reserva 2): criterios de corrección (Comissió Gestora de les PAU)
28. Matemáticas II, Madrid 2023 (extraordinaria): examen y criterios de corrección (Universidad Complutense de Madrid)
29. Criterios de calificación de Matemáticas II, curso 2026-2027 (PAU Canarias)
30. Matemàtiques II · Matriu d'especificacions (UIB, 22-9-2026; en catalán)
31. Acta de la reunión de coordinación de Matemáticas II para PAU2027 (Universidad de Murcia, 16-09-2026)
32. Matemáticas: estructura del examen y saberes de la materia (Generalitat de Catalunya, versión en castellano)
33. Directrices y orientaciones generales. Curso 2026-2027. Matemáticas II (Distrito Único Andaluz)
34. Guía de contenidos evaluables de Matemáticas II, PAU 2027 (Subcomisión de Matemáticas II, PAU Canarias)
35. Matemáticas II, Navarra: guía de la asignatura, estructura y criterios generales (UPNA, curso 2025-26)
36. Real Decreto 534/2024, de 11 de junio, requisitos de acceso a las enseñanzas universitarias oficiales de Grado y características básicas de la prueba de acceso (BOE, texto consolidado)

Imágenes: Tipificar la duración de una batería (Madrid 2026): Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con la función exacta. · Los cuatro casos de la tabla N(0, 1): Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con la función exacta. · Caso inverso (Castilla-La Mancha 2025): Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con la función exacta. · Binomial y normal que la aproxima (Murcia 2026): Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con la función exacta.

Apuntes de Farmeando PAU · farmeandopau.com · Revisados frente a fuentes. Última revisión: 9 de noviembre de 2026. Licencia CC BY-NC-ND 4.0: puedes copiarlo y compartirlo citándonos, sin uso comercial ni cambios (las imágenes, con su propia licencia). ¿Un error? Avísanos desde la página del tema. Cómo los hacemos: farmeandopau.com/metodologia.