Programación lineal

Test de 10 preguntas y flashcards de este tema en **farmeandopau.com** ›

Última revisión: 31 de octubre de 2026.

Escanea y haz el test del tema

LA IDEA EN 30 SEGUNDOS

La **programación lineal** busca el máximo o el mínimo de una **función objetivo** lineal, $f(x, y) = ax + by$, cuando x e y tienen que cumplir unas **restricciones**: inecuaciones lineales que dibujan la **región factible**. El óptimo, si existe, está siempre en un **vértice** (o en todo un lado). En la PAU casi siempre es un **problema con contexto**: tabla de datos, variables, restricciones, función objetivo, región, vértices, óptimo y respuesta con palabras. Salió en **26 de las 34** convocatorias ordinarias de 2025 y 2026, en 15 comunidades; el problema con contexto, en **22 de las 34**.

1 Qué es un problema de programación lineal (y cómo cae en tu comunidad)

Tiene tres piezas: las **variables de decisión** (x e y: cuántas unidades de cada cosa), las **restricciones** (inecuaciones lineales que salen de los recursos, los mínimos y las proporciones) y la **función objetivo** (lo que hay que maximizar o minimizar). El Real Decreto 243/2022 la incluye como «Programación lineal: modelización de problemas reales y resolución mediante herramientas digitales»; en el examen se resuelve a mano, con la gráfica.

- **Lo que tienes que escribir siempre:**

$$\text{Maximizar (o minimizar) } f(x, y) = ax + by \quad \text{sujeto a} \quad \begin{cases} a_1x + b_1y \leq c_1 \\ a_2x + b_2y \geq c_2 \\ \quad \vdots \\ x \geq 0,\ y \geq 0 \end{cases}$$

- **Solución factible** es cualquier punto (x, y) que cumple todas las restricciones; **solución óptima**, la factible en la que f es máxima (o mínima). El valor de f en ella es el **valor óptimo**: «el beneficio máximo», «el coste mínimo».
- **En la PAU son siempre dos variables**, porque el problema se resuelve dibujando en el plano. Con tres o más hace falta el método símplex, que no entra.
- **Dónde cae:** en todas las comunidades menos **Cataluña** (nada en 2025–2026; sus orientaciones de la PAU no la incluyen) y **Castilla y León** (solo en las extraordinarias). La tabla resume cómo lo pregunta cada una.

Comunidad	Cómo cae (2025–2026)	Lo que tiene de especial
Andalucía	Ejercicio de 2,5 o 3 puntos, a elegir	Con contexto; en 2026 puntúa aparte planteamiento, representación y resolución
Aragón	Pregunta 1, obligatoria, en las cuatro convocatorias (10 puntos sobre 10: 2,5 de la nota)	Siempre con contexto; desde 2025 extraordinaria, un apartado b) sobre un punto, soluciones múltiples o enteras

Comunidad	Cómo cae (2025–2026)	Lo que tiene de especial
Asturias	Pregunta 2, opción B (2,5 puntos)	Región dibujada: elegir la gráfica, señalar vértices, restricciones redundantes
Baleares	Problema de la parte B (3 puntos), a elegir	Con contexto; en 2025, variables incorrectas restan los 3 puntos. En 2027, no identificar cada recta con su inecuación (y, cuando toque, $x \geq 0$, $y \geq 0$) es error leve: puede restar, típicamente, del 20 % al 50 % del apartado (especificaciones 2027)
Canarias	Pregunta 4, a elegir con un sistema planteado (2,5–3 puntos); en 2027 la pregunta obligatoria de 3 puntos puede ser de Álgebra (estructura 2026-27)	Con contexto; en 2026, un apartado final de porcentajes
Cantabria	Apartado 1, opción 2 (3 puntos), en las cuatro	Siempre maximizar, con cuatro tareas fijas
Castilla-La Mancha	Ejercicio 4, apartado a) (2,5 puntos), a elegir	Gráfica del recinto obligatoria
Castilla y León	Apartado 1 (3 puntos), solo en las extraordinarias	2026: vértices no enteros y región dada en una figura
Cataluña	No ha caído	—
Comunitat Valenciana	Problema del apartado 1 (3,5 puntos), a elegir, en las cuatro	Casi siempre minimizar con región no acotada
Extremadura	B2 (3 puntos), a elegir con matrices; no cayó en 2026 extraordinaria. En 2027 cambia la estructura: el Álgebra puede ir en las dos preguntas obligatorias (2 + 2) o en una de 3 puntos con opción	Maximizar; puntúa la solución «contextualizada»
Galicia	Pregunta de álgebra (1,5–2,5 puntos); en la ordinaria de 2026 y en el modelo 2027, la P2, obligatoria (2 puntos), aunque en 2027 la P2 puede ser de cualquier contenido de Álgebra	Sin contexto, con coordenadas negativas; a menudo, óptimo en un segmento
La Rioja	Ejercicio obligatorio de 2 puntos, en las cuatro	Plantear 0,5, región 0,5, vértices 0,5 y óptimo 0,5
Madrid	Pregunta de álgebra a elegir (2,5 puntos) en 2025 extraordinaria y 2026 ordinaria	Sin contexto en 2025–2026; en el modelo 2027, obligatoria (Pregunta 1) y con contexto: elegir la región y minimizar un coste
Murcia	2,5 puntos en 2025; en 2026, la Pregunta 3 (2 puntos), en sus dos opciones	Con y sin contexto; líneas de nivel
Navarra	Pregunta 1, obligatoria (2,5 puntos), en 2025 extraordinaria y 2026 ordinaria; 4A en 2026 extraordinaria	Región no acotada dada en una figura
País Vasco	Problema 1, obligatorio (2,5 puntos en 2025; 2 en 2026), en las cuatro	Con contexto; en 2025, lo que sobra de cada recurso

Datos de los exámenes y criterios oficiales de las ordinarias y extraordinarias de 2025 y 2026. «A elegir»: la otra opción es de otro tema.

La regla de oro

El óptimo de una función lineal sobre una región factible, si existe, está en un **vértice** (y si dos vértices consecutivos empatan, en todo el lado que los une). Todo se reduce a plantear bien, encontrar bien los vértices y evaluar f en ellos.

2 Inecuaciones lineales, región factible y vértices

Cada restricción del tipo $ax + by \leq c$ es un **semiplano**: la recta $ax + by = c$ parte el plano en dos mitades y solo una cumple la desigualdad. La **región factible** es lo que tienen en común todos esos semiplanos, y sus esquinas son los **vértices**.

- **Ejemplo (Cantabria 2026, resuelto más abajo).** El vértice B sale de $x + 3y = 30$ y $x = 2y$: $2y + 3y = 30$, $y = 6$, $x = 12$.
- **Tres rectas por un mismo punto.** En $A(0, 10)$ se cortan $x = 0$, $x + y = 10$ y $x + 3y = 30$. No pasa nada: es un solo vértice. Ocurre a menudo: Comunitat Valenciana 2026 ordinaria (las tres rectas pasan por $(2, 4)$), Baleares 2026 extraordinaria y Aragón 2026 extraordinaria.
- **Restricción redundante:** la que no toca la región, porque otras ya son más exigentes. En Asturias 2026 el peso del furgón no limita nada, y en el País Vasco 2026 extraordinaria tampoco la harina. Se escribe igual en el planteamiento, pero no forma ningún lado; como mucho, su recta pasa por un vértice, como la del fósforo en la Comunitat Valenciana 2026 ordinaria.
- **Sin $x \geq 0, y \geq 0$** (Galicia y Madrid, sin contexto) la región puede tener vértices con coordenadas negativas: no los descartes. Con contexto, en cambio, las cantidades no pueden ser negativas y la condición de no negatividad se escribe siempre: puntúa en Aragón, Cantabria, Murcia y Canarias, y aunque en la Comunitat Valenciana «no dan puntos», sin ella la región está mal.

1 Dibuja cada recta

Cambia la desigualdad por una igualdad y busca dos puntos fáciles, los cortes con los ejes: para $x + 3y = 30$, $(0, 10)$ y $(30, 0)$. Si la recta pasa por el origen, como $x = 2y$, toma otro punto: $(8, 4)$.

2 Elige el lado con un punto de prueba

Sustituye un punto que no esté en la recta, mejor el $(0, 0)$: si cumple la desigualdad, su lado es el bueno. En $x + y \geq 10$, $0 \geq 10$ es falso: el lado bueno es el contrario al origen.

3 Sombrea la intersección

La región factible es lo que queda dentro de **todos** los semiplanos a la vez. Las condiciones $x \geq 0$ e $y \geq 0$ la llevan al primer cuadrante.

4 Calcula los vértices

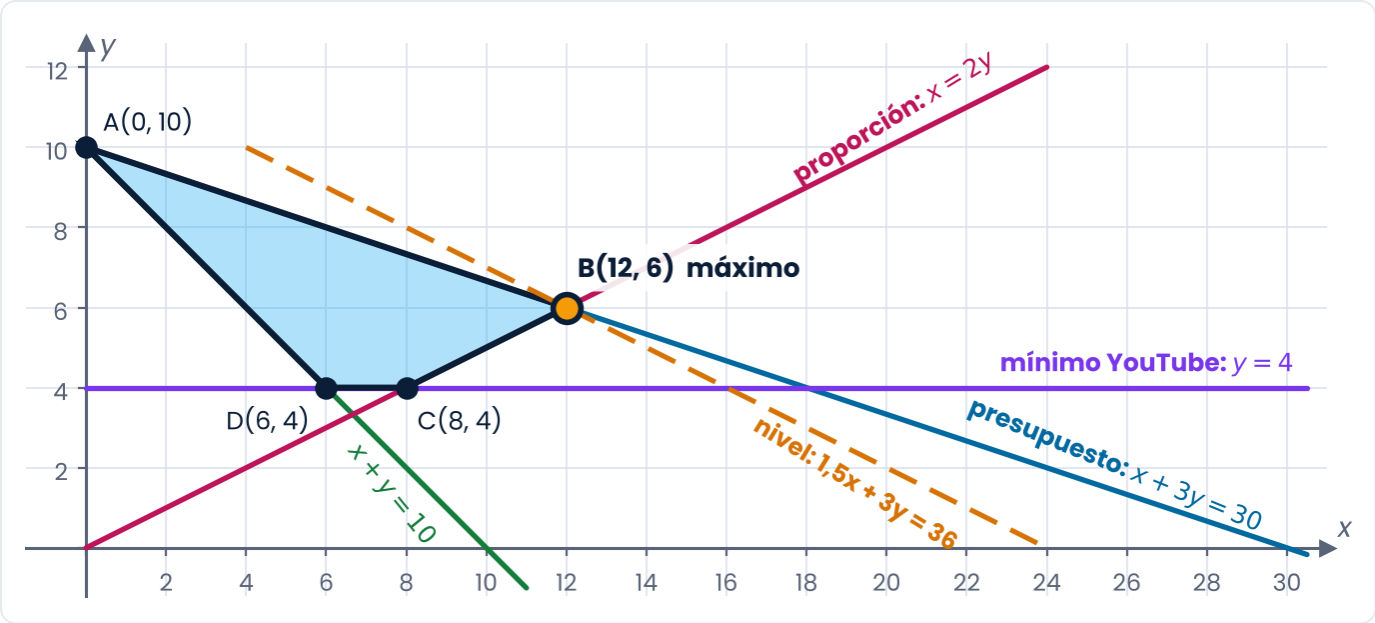
Cada vértice es el corte de **dos rectas frontera**: resuelve el sistema (Tema 2). No lo leas del dibujo: los criterios puntúan el cálculo.

5 Comprueba cada vértice

Sustitúyelo en todas las restricciones: el corte de dos rectas que incumple una tercera no es vértice. Cantabria 2026: «Se descontarán 0,1 puntos si no se verifica que los vértices calculados pertenecen a la región factible».

Dibuja con regla y a escala

Una región torcida lleva a elegir mal los vértices. La Comunitat Valenciana lo dice en la portada del examen: «Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen». En Aragón, en cambio, «Estará prohibido el uso de reglas u otros instrumentos de medición durante el examen» (estructura 2025-26): allí, dibuja a mano y con cuidado. Elige una escala que quepa (de 2 en 2 o de 10 en 10) y rotula cada recta con su ecuación.



La región factible de Cantabria 2026 (resuelto más abajo). Cuatro restricciones, además de $x \geq 0$, dejan un cuadrilátero de vértices A, B, C y D; en A se cortan tres rectas. La recta de nivel discontinua, $1{,}5x + 3y = 36$, solo toca la región en $B(12, 6)$: ahí está el máximo.

3 Plantear el problema: de la tabla de datos a las inecuaciones

Reparte muchos puntos (1 de los 3 en Cantabria, Extremadura y Canarias 2026; 3 de 10 en Aragón 2025) y, si una restricción está mal, todo lo que viene después sale mal. El truco: **ordenar los datos en una tabla** antes de escribir ninguna inecuación.

- **Ejemplo (Murcia 2026, Pregunta 3, opción A).** Una panadería hace hornadas de pan Premium y Clásico. Ordenando el enunciado:

	Horno (h)	Masa madre (kg)	Beneficio (euros)
Premium (x)	1	3	900
Clásico (y)	2	2	700
Disponible al día	8	12	

- Una restricción por columna: horno, $x + 2y \leq 8$; masa madre, $3x + 2y \leq 12$; y $x \geq 0$, $y \geq 0$. Objetivo: **maximizar** $f(x, y) = 900x + 700y$. Lo resolvemos en la sección siguiente.
- **Las variables puntúan.** Cantabria da 0,1 por la «Definición clara de las variables de decisión», y Baleares 2025 resta 0,25 si no se describen y los 3 puntos del problema si son incorrectas (criterios traducidos del catalán).
- **Las mismas unidades en los dos lados.** Si el consumo viene en gramos y lo disponible en kilos, pásalo todo a lo mismo. En Cantabria 2025, 200 g y 400 g de plástico rígido por envase, con 160 kg disponibles, dan $200x + 400y \leq 160\,000$, es decir, $x + 2y \leq 800$. Dividir por un número común deja rectas más fáciles de dibujar. Y con el tiempo: en Asturias 2025 extraordinaria, sesiones de 30 y 60 minutos con «a lo sumo, 7 horas y media» dan $30x + 60y \leq 450$, o $x + 2y \leq 15$.

1 Define las variables, con unidades

«x = número de hornadas de pan Premium al día; y = número de hornadas de pan Clásico al día»: qué cuentan y en qué unidad.

2 Haz la tabla

Una fila por variable y una columna por recurso, más una para el beneficio (o el coste); en la última fila, lo disponible o lo exigido.

3 Una restricción por columna

Lo que gastan x unidades más lo que gastan y unidades no puede pasar de lo disponible (o tiene que llegar al mínimo).

4 Añade mínimos, máximos y proporciones

Las frases del tipo «al menos», «como mucho», «el doble que»: tienes la traducción en la tabla de abajo. Y $x \geq 0$, $y \geq 0$.

5 Escribe la función objetivo

Con la columna del beneficio (o del coste), y di si es **maximizar** o **minimizar**.

El enunciado dice…	Se escribe	Ejemplo real
«al menos», «como mínimo», «no menos de»	$\geq$	Cantabria 2026: «un total de al menos 10 anuncios», $x + y \geq 10$
«como máximo», «a lo sumo», «no puede superar», «dispone de»	$\leq$	La Rioja 2025: «La disponibilidad máxima semanal es de 420 gramos de oro», $2x + 4y \leq 420$
«A no puede exceder el doble de B»	$x \leq 2y$	Cantabria 2026: «el número de anuncios de Instagram no puede exceder el doble de los de YouTube»
«A al menos el doble que B»	$x \geq 2y$	Canarias 2026 extraordinaria: «las viviendas del tipo A sean al menos el doble que las del tipo B»
«al menos la mitad (del total), del tipo N»	$N \geq \frac{E+N}{2} \iff N \geq E$	Castilla y León 2026 extraordinaria: «al menos la mitad, con el protocolo normal»
«B no supera en más de 100 a A»	$y \leq x + 100$	Cantabria 2025: tuppers (y) y botellas (x)
«al menos 7 A más que B»	$x - y \geq 7$	Asturias 2026 extraordinaria: «al menos 7 bicicletas más que patinetes»
«en total entre 900 y 2400»	$x + y \geq 900$ y $x + y \leq 2400$	Andalucía 2025 extraordinaria (lechugas): dos restricciones

Comprueba las proporciones con un número: si hay 5 anuncios de YouTube, Instagram puede llegar a 10, y $10 \leq 2 \cdot 5$ lo cumple.

Error típico: darle la vuelta a la proporción

Escribir $2x \leq y$ para «Instagram no puede exceder el doble de los de YouTube». Prueba con números: con $y = 5$, ¿cuántos de Instagram se permiten? Hasta 10; luego $x \leq 2y$. Una restricción al revés cambia toda la región y, en Cantabria, «No se valorará este apartado si el resultado no es compatible con las restricciones del problema».

4 Resolver: vértices, rectas de nivel y el óptimo

Con la región dibujada, hay dos formas de encontrar el óptimo, y los criterios admiten las dos (Aragón las puntúa por separado: «Método algebraico» y «Método gráfico»). La primera es la más segura; la segunda explica por qué funciona y es la que te piden cuando el enunciado habla de «líneas de nivel» o de «método gráfico».

- **Ejemplo (Murcia 2026, 3A), resuelto.** Vértices: $A(0,0)$, $B(4,0)$, $D(0,4)$ y $C(2,3)$, de $x + 2y = 8$ y $3x + 2y = 12$ (restando, $2x = 4$). Valores de $f = 900x + 700y$: $f(A) = 0$, $f(B) = 3600$, $f(D) = 2800$ y $f(C) = 1800 + 2100 = 3900$. **Máximo en $C(2,3)$:** 2 hornadas de pan Premium y 3 de Clásico al día, con 3900 € de beneficio.
- **Con rectas de nivel:** al aumentar k, las rectas $900x + 700y = k$ se alejan del origen y la última que toca la región pasa por C, con $k = 3900$ (figura). La opción B de esa misma pregunta pide justo esto: «la línea de nivel 0 y las líneas de nivel que pasan por los vértices».
- **¿Por qué C y no otro vértice?** Compara pendientes: la de la recta de nivel ($-\frac{9}{7} \approx -1{,}29$) está entre la del horno ($-\frac{1}{2}$) y la de la masa madre ($-\frac{3}{2}$). Por eso el último contacto es la esquina en la que se

cortan esas dos rectas.

- **Comprobar un punto** (Murcia 2026, 3A, apartado e): ¿puede hacer 4 hornadas de Premium y 2 de Clásico? Horno, $4 + 2 \cdot 2 = 8 \leq 8$: sí. Masa madre, $3 \cdot 4 + 2 \cdot 2 = 16 > 12$: no. El punto $(4, 2)$ **no es factible**: no puede.

1 Método de los vértices

Evalúa f en **todos** los vértices y quédate con el mayor (máximo) o el menor (mínimo). Funciona porque el óptimo de una función lineal en una región acotada está en un vértice (teorema fundamental de la programación lineal); si la región no está acotada, el óptimo puede no existir, pero si existe también está en un vértice.

2 Método de las rectas de nivel

Las rectas $ax + by = k$ son paralelas, y k aumenta al moverlas en el sentido del vector (a, b). Dibuja la de nivel 0 y desplázala paralela: el **último** punto de la región que toca es el máximo; el **primero**, el mínimo.

3 Calcula el valor óptimo

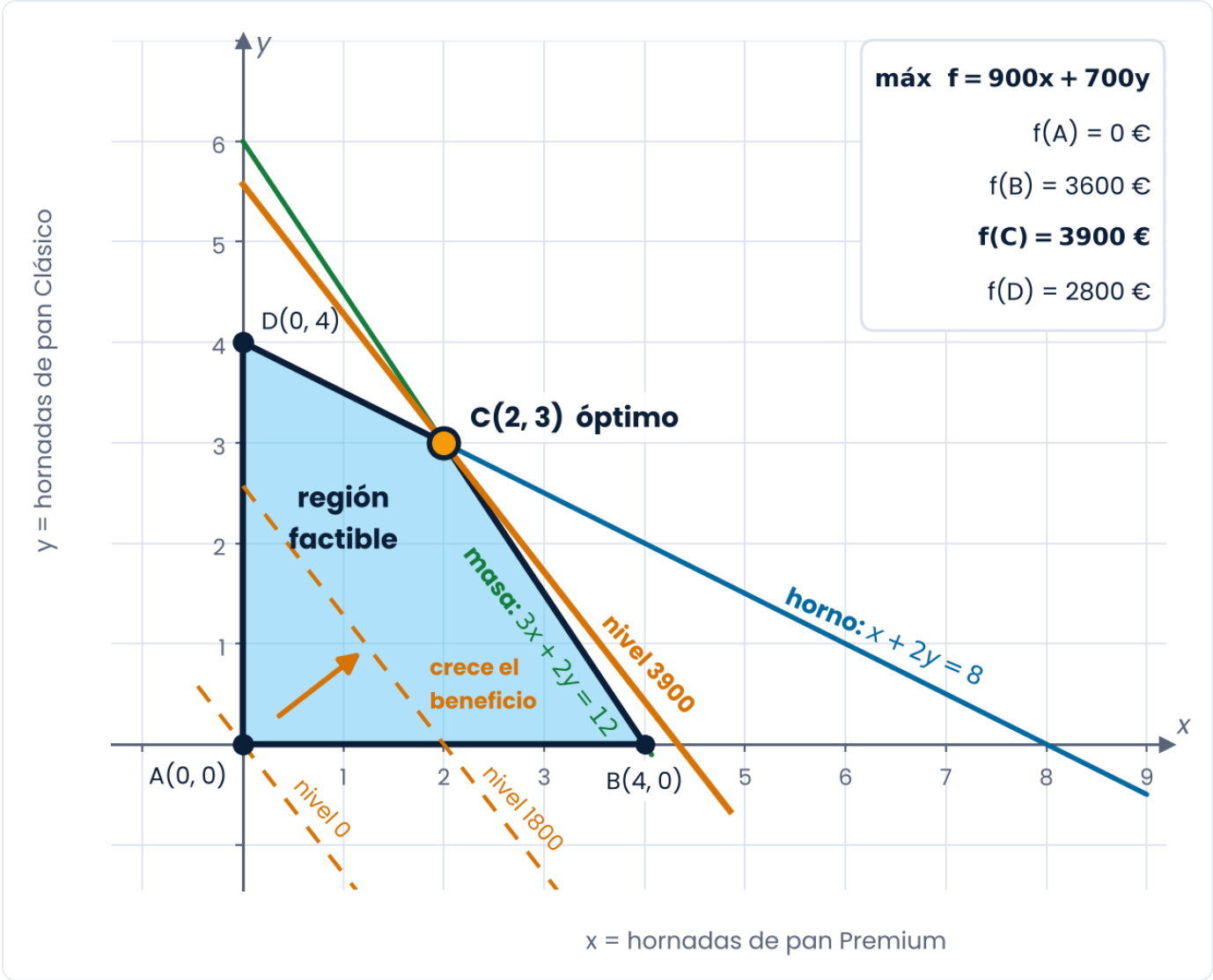
Sustituye el vértice en f. Es otra línea de los criterios: «Valor del beneficio máximo», «coste mínimo».

4 Responde en el contexto

Con una frase: cuántas unidades de cada tipo y cuánto se gana (o se gasta). Es lo que piden los criterios de casi todas las comunidades.

Evalúa en todos los vértices

Aunque veas el óptimo en la gráfica, escribe el valor de f en cada vértice: Aragón da 0,1 puntos por cada evaluación, Cantabria 0,1 por vértice y La Rioja 0,2 por «Evaluar la función objetivo en los vértices». Y si te equivocas en una cuenta, aún puntúas el resto.



El método completo con la panadería de Murcia 2026. Las rectas de nivel $900x + 700y = k$ son paralelas y k crece en el sentido de la flecha; la última que toca la región es la de nivel 3900, en $C(2, 3)$: ese es el máximo.

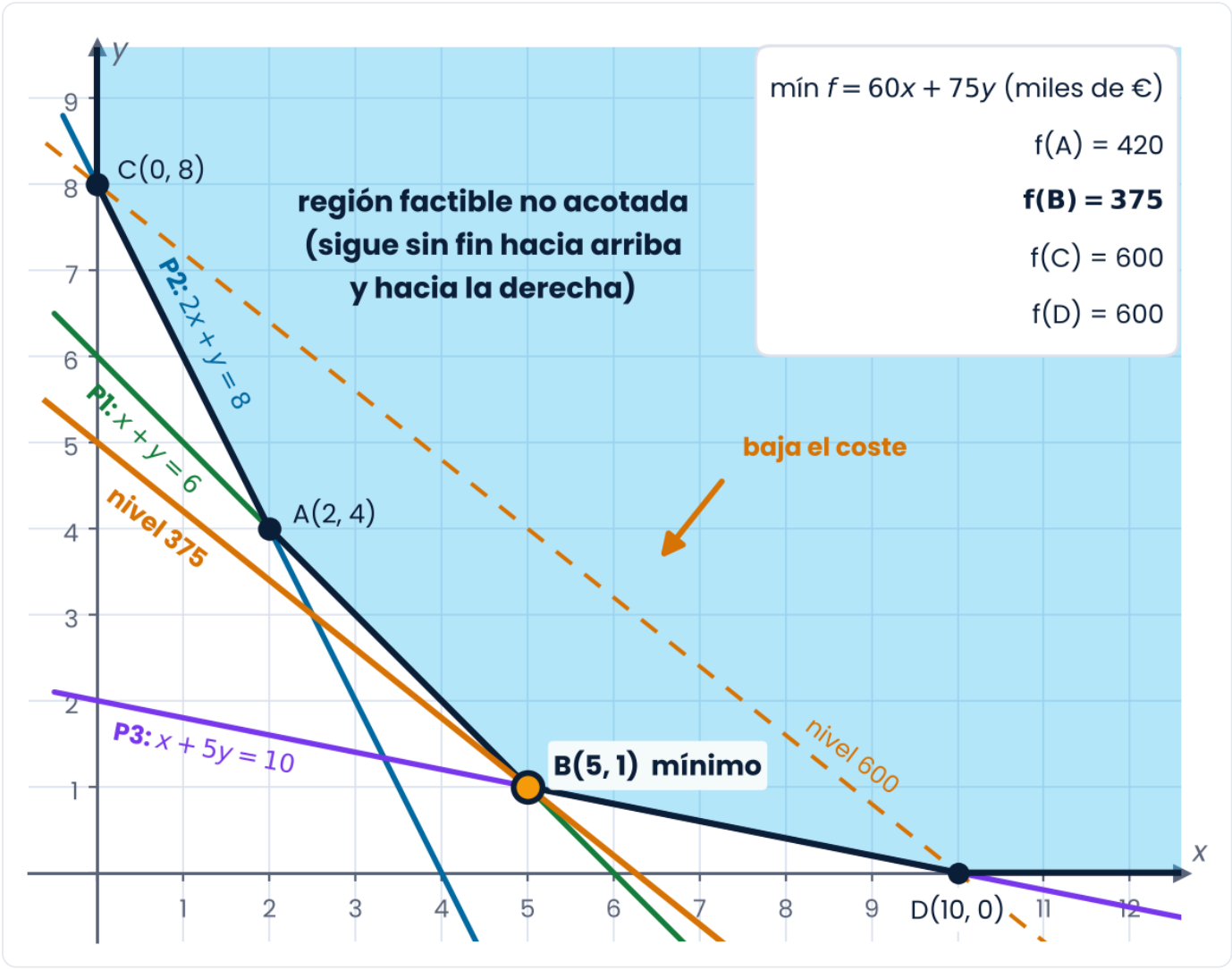
5 Minimizar y regiones no acotadas

Minimizar salió en 7 de las 34 convocatorias ordinarias de 2025 y 2026, en 6 comunidades: costes, tiempo, agua. Suele venir con exigencias de **mínimos** («al menos 6 lotes del producto P1»), que dejan la región **abierta hacia arriba y hacia la derecha**. Es el modelo de la Comunitat Valenciana, que pidió minimizar en tres de sus cuatro convocatorias de 2025–2026.

- **El método es el mismo:** vértices y evaluar. Lo nuevo es que la región no se cierra: tiene **dos lados infinitos** (semirrectas) y menos vértices.
- **El mínimo existe** si los coeficientes de f son positivos y la región está en el primer cuadrante: f no baja de 0, y al acercar la recta de nivel al origen el **último** punto de la región que toca es un vértice. **El máximo no existe**: la región se va al infinito y f crece sin límite. Si te lo preguntan, dilo así.
- **Ejemplo (Comunitat Valenciana 2025, resuelto más abajo).** Mínimo de $60x + 75y$ con $x + y \geq 6$, $2x + y \geq 8$ y $x + 5y \geq 10$: está en $B(5, 1)$, con 375 miles de euros.
- **Justifica que es el mínimo:** evaluar en los vértices no dice nada de los puntos lejanos. Añade la recta de nivel: $60x + 75y = 375$ deja toda la región del lado en que f es mayor.
- **Variantes que han caído:** minimizar sin contexto con líneas de nivel (Murcia 2026, opción 3B, en «Ponte a prueba»), y minimizar sobre una región no acotada dada en una figura (Navarra 2026 ordinaria, que después añade $y \leq 5$: con esa cota la región se cierra y el máximo ya existe).

Error típico: cerrar la región

Unir los cortes con los ejes y dibujar un triángulo, o añadir un «$x \leq 10$» que el enunciado no da. Si solo hay restricciones «≥», la región queda abierta: sombréala hasta el borde del dibujo y escribe «región no acotada». Los criterios de la Comunitat Valenciana 2026 la describen así: «región no acotada de vértices A(0,8), B(2,4) y C(10,0)».



Minimizar en una región no acotada (Comunitat Valenciana 2025, resuelto más abajo). Al acercar la recta de nivel $60x + 75y = k$ al origen, el último punto de la región que toca es $B(5, 1)$, con $k = 375$: ese es el mínimo. Máximo no hay.

6 Soluciones múltiples: el óptimo en todo un lado

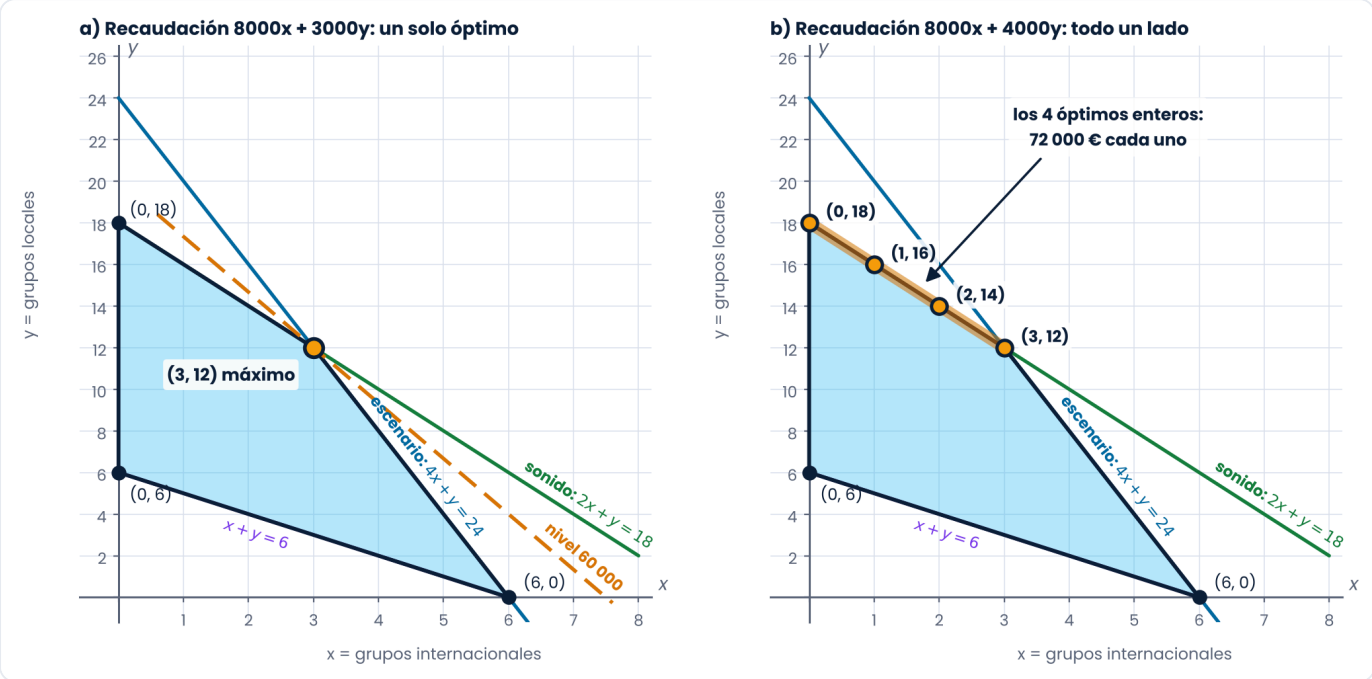
Si la función objetivo es **paralela** a uno de los lados de la región, los dos vértices de ese lado pueden empatar, y entonces **todos** los puntos del lado son óptimos: hay infinitas soluciones. En las ordinarias de 2025–2026 solo salió en Galicia 2025, pero es el apartado sorpresa de las extraordinarias (cinco) y de los modelos 2027 de Andalucía y Galicia.

- **Cómo detectarlo antes de calcular:** los coeficientes de f son proporcionales a los de una restricción. $8000x + 4000y = 4000(2x + y)$ es paralela a $2x + y \leq 18$ (Aragón 2026 extraordinaria). Si ese lado queda en el sentido de mejora, hay solución múltiple.
- **Cómo se escribe la respuesta:** «el máximo es 72 000 € y se alcanza en todos los puntos del segmento de extremos $(0, 18)$ y $(3, 12)$». Con fórmula: los puntos $(x,\ 18 - 2x)$ con $0 \leq x \leq 3$. Los criterios de Aragón piden «identificar que se trata de una solución óptima de tipo segmento rectilíneo».

- **Soluciones enteras del segmento:** si las variables cuentan cosas, solo valen los puntos enteros del lado: en Aragón 2026 extraordinaria, cuatro (resuelto más abajo).
- **Un empate en el mínimo también cuenta.** En Castilla-La Mancha 2025 extraordinaria, $F(x, y) = 6x + 3y - 2$ vale 16 en $(3, 0)$ y en $(0, 6)$: el mínimo está en todo el segmento que los une, y los criterios dan 0,25 puntos por «la justificación negativa por ser el segmento» a quien explica que no está solo en $(3, 0)$.
- **Un punto del interior nunca es óptimo** (si f no es constante): desde él se puede avanzar en el sentido de mejora sin salir de la región. En Aragón 2026 ordinaria, $(10, 40)$ cumple todas las restricciones «con desigualdad estricta», como dicen los criterios: es factible, pero no óptimo ($f(10, 40) = 21\,000$ €, frente al máximo de 26 000 € en $(20, 40)$).

Compara pendientes primero

Antes de evaluar, compara f con cada restricción. Si f es un múltiplo del primer miembro de una recta frontera, prepárate para un empate, y si llega, dilo con todas las letras: «el óptimo se alcanza en todo el segmento».



La misma región con dos funciones objetivo (Aragón 2026 extraordinaria, resuelto más abajo). A la izquierda, $8000x + 3000y$ tiene un solo óptimo, $(3, 12)$. A la derecha, $8000x + 4000y = 4000(2x + y)$ es paralela al lado $2x + y = 18$: todo ese lado es óptimo, con cuatro puntos enteros.

7 Soluciones enteras, holguras e interpretación

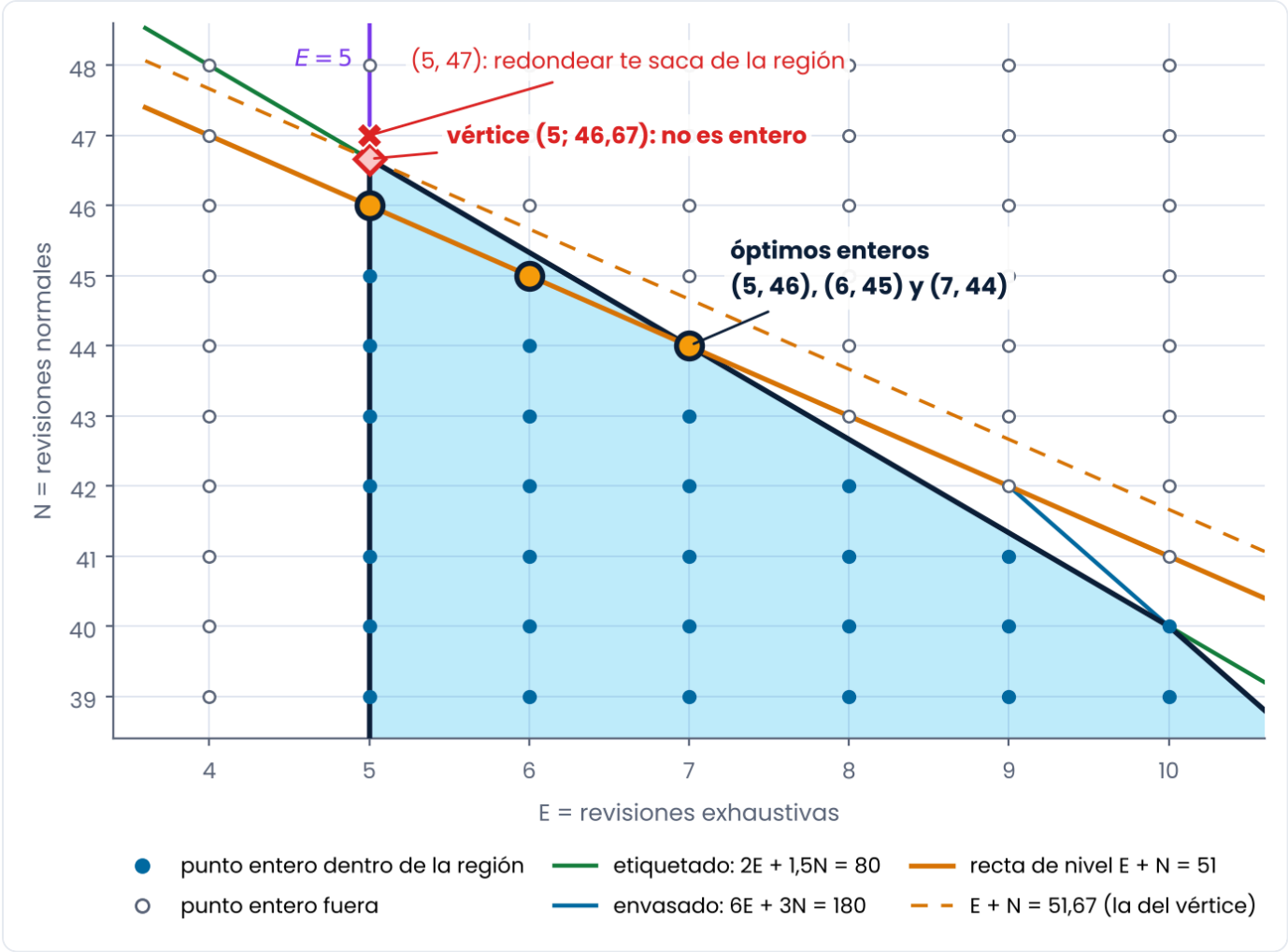
El vértice óptimo puede salir con decimales. Si las variables son personas, piezas o viajes, la respuesta tiene que ser entera, y **redondear el vértice no basta**: el redondeo puede sacarte de la región o no ser el mejor punto entero.

- **Ejemplo (Castilla y León 2026 extraordinaria, problema 1.1).** Con E revisiones exhaustivas y N normales: envasado $6E + 3N \leq 180$, etiquetado $2E + 1{,}5N \leq 80$, $E \geq 5$ y $N \geq E$ («al menos la mitad, con el protocolo normal»). Hay que maximizar el total $E + N$. (La restricción $N \geq E$ no toca el óptimo: con cualquier otra lectura de «la mitad» el resultado sería el mismo.)
- Vértices: $(5, 5)$, $(5, \frac{140}{3})$, $(10, 40)$ y $(20, 20)$. El máximo está en $(5;\ 46{,}67)$, con $E + N = \frac{155}{3} \approx 51{,}67$: **no es entero**.

- Redondear hacia arriba, $(5, 47)$, incumple el etiquetado: $10 + 70{,}5 = 80{,}5 > 80$. $(5, 46)$ suma 51, igual que $(6, 45)$ y $(7, 44)$ (etiquetado $79{,}5$ y 80 horas), y ningún punto de la región pasa de $51{,}67$: **el máximo entero es de 51 revisiones**. Los criterios no publican la solución, pero puntúan «la determinación del vértice óptimo y de la suma máxima»: da el vértice y, después, la respuesta entera.
- **Cómo buscar el óptimo entero:** evalúa f en los puntos enteros de la región cerca del vértice óptimo; la recta de nivel ayuda a no olvidar ninguno (figura). Si el vértice ya es entero, como en casi toda la PAU, no hay más que hacer.
- **Cuándo no hace falta:** si las variables son cantidades continuas, el decimal vale. En la Comunitat Valenciana 2026 extraordinaria la solución oficial es «7,5 horas de la máquina A y 9 horas de la máquina B».
- **¿Tiene sentido como solución?** Asturias 2026 pregunta si $(x, y) = (1.15,\ 2.3)$, en mesas y sillas, tiene sentido: el punto cumple las restricciones (está justo sobre la recta $y = 2x$), pero no se pueden enviar 1,15 mesas.
- **Holgura (lo que sobra).** Con la solución óptima, resta lo usado a lo disponible. En el País Vasco 2025 (en «Ponte a prueba») sobran 2,5 kg de hilo de oro y nada de seda ni de plata: los recursos cuyas rectas pasan por el óptimo se agotan; los demás tienen holgura.
- **Cambios porcentuales** (Canarias 2026): con los nuevos precios, recalcula f en el punto que te den. Las excursiones A pasan a $240 \cdot 1{,}10 = 264$ € y las B a $180 \cdot 1{,}15 = 207$ €, y con 28 y 14 excursiones el beneficio es $28 \cdot 264 + 14 \cdot 207 = 10\,290$ €.

Responde con una frase y con unidades

«Hay que fabricar 20 cajas de mantecados y 10 de perrunillas al día, y el beneficio máximo es de 350 €». Los criterios de Extremadura de 2025 y 2026 reservaban medio punto de los 3 para la «Expresión correcta y contextualizada de la solución final (punto óptimo y valor de la función objetivo)».



Soluciones enteras (Castilla y León 2026 extraordinaria). El vértice $(5;\ 46{,}67)$ no es entero y redondearlo a $(5, 47)$ saca de la región. Los puntos enteros que más suman están sobre $E + N = 51$: $(5, 46)$, $(6, 45)$ y $(7, 44)$.

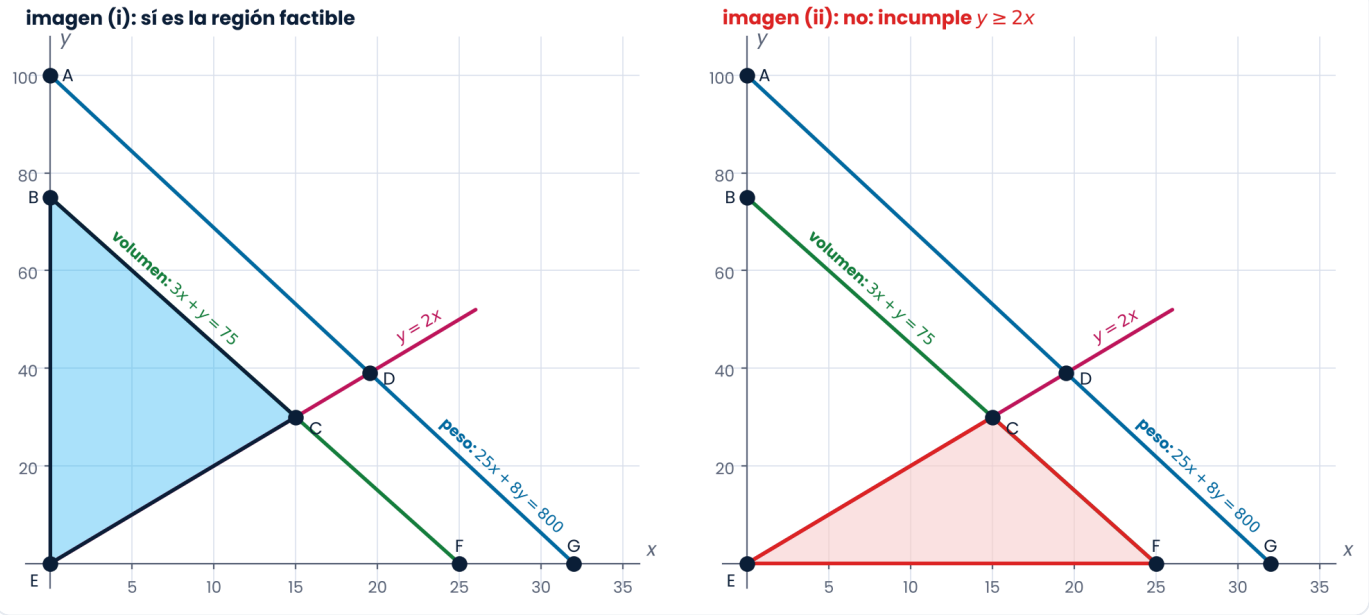
8 Cuando te dan la región dibujada (o te piden elegirla)

Es el formato de Asturias, que con Navarra 2026 suma 3 de las 34 convocatorias ordinarias, y del modelo 2027 de Madrid. No dibujas tú: tienes que leer la gráfica, justificar qué región es la buena o escribir las restricciones de una región dada.

- **Elegir entre varias gráficas:** escribe las restricciones y prueba un punto de cada región candidata. En Asturias 2026 (mesas x, sillas y): $25x + 8y \leq 800$ (peso), $0{,}6x + 0{,}2y \leq 15$, es decir, $3x + y \leq 75$ (volumen), e $y \geq 2x$ («al menos 2 sillas por cada mesa»). La imagen (ii) contiene, por ejemplo, $(15, 5)$, que incumple $y \geq 2x$ $(5 < 30)$. La buena es la (i), de vértices $E(0, 0)$, $B(0, 75)$ y $C(15, 30)$.
- **Restricción redundante:** la del peso no forma ningún lado de la región (i). En C el peso es $375 + 240 = 615 \leq 800$, y en B, $600 \leq 800$: la solución oficial dice que «el peso no está suponiendo una limitación real para el número de sillas y mesas transportables».
- **Óptimo:** $f(x, y) = 35x + 10y$ vale 0 en E, 750 en B y 825 en C: **15 mesas y 30 sillas**, con 825 € de beneficio, como en la solución oficial.
- **Escribir las restricciones de una figura** (Castilla y León 2026 extraordinaria, problema 1.2; Navarra 2026 ordinaria): saca la ecuación de cada recta con dos puntos de la cuadrícula y decide el signo con un punto de la región sombreada. Si piden «una solución de la región factible y otra de fuera», basta un punto que cumpla todo y otro que incumpla una sola restricción.
- **Modelo 2027 de Madrid:** la salsa secreta, con tres gráficas. Según la solución oficial, la 1 corresponde a $x_1 \geq x_2$ y la 2 a $x_1 + x_2 \geq 7$, y la buena es la 3.

Justifica la elección

Decir «es la (i)» sin razonarlo vale poco: en el modelo 2027 de Madrid, el «Razonamiento correcto de la elección de la figura» vale 0,4 de los 0,5 puntos del apartado, y Asturias 2025 extraordinaria pide «Explicar justificadamente qué gráfica se corresponde con el problema». Nombra la restricción que incumple cada gráfica descartada.



Las dos imágenes de Asturias 2026, redibujadas. La región (i) cumple las tres restricciones; la (ii) queda por debajo de $y = 2x$, con menos de dos sillas por mesa. La recta del peso no toca la región (i): es redundante.

9 Ejercicio resuelto: problema con contexto, de la tabla al óptimo (Cantabria 2026)

PAU CANTABRIA 2026 · CONVOCATORIA ORDINARIA · APARTADO 1, OPCIÓN 2 (A ELEGIR ENTRE LAS OPCIONES 1 Y 2; 3 PUNTOS)

Una agencia de marketing desea maximizar el impacto de su nueva campaña, medido en miles de visualizaciones, invirtiendo en dos tipos de publicidad: Instagram Stories y YouTube Pre-roll. Los costes unitarios son de 500 € para Instagram y 1.500 € para YouTube, contando con un presupuesto límite de 15.000 €. Las condiciones de contratación exigen un total de al menos 10 anuncios, de los cuales como mínimo 4 deben ser de YouTube. Además, el número de anuncios de Instagram no puede exceder el doble de los de YouTube. Se estima que el impacto por unidad es de 1,5 miles de visualizaciones en Instagram y 3 miles en YouTube. Realice las siguientes tareas:

A) Tarea 1.2A. Plantee la función objetivo y el conjunto de restricciones que describen el problema. (1 punto)

B) Tarea 1.2B. Dibuje la región factible en el plano, calculando sus vértices. (1 punto)

C) Tarea 1.2C. ¿Cuántos anuncios de cada tipo debe contratar la empresa para maximizar el impacto (número de visualizaciones)? (0,75 puntos)

D) Tarea 1.2D. ¿A cuánto ascendería dicho impacto máximo (en miles de visualizaciones)? (0,25 puntos)

Apartado A)

1. Idea: problema de programación lineal con contexto. Lo primero son las variables: x = número de anuncios de Instagram Stories e y = número de anuncios de YouTube Pre-roll.
2. Ordenamos los datos:

	Coste (euros)	Impacto (miles de visualizaciones)
Instagram (x)	500	1,5
YouTube (y)	1500	3
Límite	15 000	

3. Presupuesto: $500x + 1500y \leq 15\,000$; dividiendo por 500, $x + 3y \leq 30$. Total de anuncios, «al menos 10»: $x + y \geq 10$. YouTube, «como mínimo 4»: $y \geq 4$. Instagram «no puede exceder el doble» de YouTube: $x \leq 2y$ (con $y = 5$, Instagram puede llegar a 10). No negatividad: $x \geq 0$, $y \geq 0$.
4. Función objetivo, el impacto en miles de visualizaciones: $I(x, y) = 1{,}5x + 3y$, que hay que **maximizar**.

SOLUCIÓN Maximizar $I(x, y) = 1{,}5x + 3y$ sujeto a $x + 3y \leq 30$, $x + y \geq 10$, $y \geq 4$, $x \leq 2y$, $x \geq 0$ e $y \geq 0$.

Apartado B)

1. Rectas frontera, con dos puntos de cada una: $x + 3y = 30$, por $(0, 10)$ y $(30, 0)$; $x + y = 10$, por $(0, 10)$ y $(10, 0)$; $y = 4$, horizontal; $x = 2y$, por $(0, 0)$ y $(8, 4)$.
2. Lados, con puntos de prueba: el $(0, 0)$ cumple $x + 3y \leq 30$ (región hacia el origen), pero no $x + y \geq 10$ (región al otro lado). La región está por encima de $y = 4$. Para $x \leq 2y$ probamos $(0, 5)$: $0 \leq 10$, cierto, así que la región está por encima de la recta $x = 2y$.
3. Vértices, como cortes de dos rectas frontera: A, de $x = 0$ y $x + y = 10$, es $(0, 10)$, por donde también pasa $x + 3y = 30$. B, de $x + 3y = 30$ y $x = 2y$: $5y = 30$, $y = 6$, $x = 12$. C, de $x = 2y$ e $y = 4$: $(8, 4)$. D, de $y = 4$ y $x + y = 10$: $(6, 4)$.
4. Comprobamos que cumplen todo (los criterios lo piden): $A(0, 10)$: $30 \leq 30$, $10 \geq 10$, $10 \geq 4$, $0 \leq 20$. $B(12, 6)$: $30 \leq 30$, $18 \geq 10$, $6 \geq 4$, $12 \leq 12$. $C(8, 4)$: $20 \leq 30$, $12 \geq 10$, $8 \leq 8$. $D(6, 4)$: $18 \leq 30$, $10 \geq 10$, $6 \leq 8$.

SOLUCIÓN La región factible es el cuadrilátero de vértices $A(0, 10)$, $B(12, 6)$, $C(8, 4)$ y $D(6, 4)$ (la figura de la sección «Inecuaciones lineales, región factible y vértices»).

Apartado C)

1. Evaluamos I en los cuatro vértices: $I(A) = 0 + 30 = 30$; $I(B) = 18 + 18 = 36$; $I(C) = 12 + 12 = 24$; $I(D) = 9 + 12 = 21$.
2. Lo confirma la recta de nivel: $1{,}5x + 3y = k$ es paralela a $x + 2y = 0$, de pendiente $-\frac{1}{2}$, y k crece al alejarse del origen. La de nivel 36, $x + 2y = 24$, toca la región solo en B.

SOLUCIÓN El impacto es máximo en $B(12, 6)$: hay que contratar **12 anuncios de Instagram Stories y 6 de YouTube Pre-roll**.

Apartado D)

1. $I(12, 6) = 1{,}5 \cdot 12 + 3 \cdot 6 = 18 + 18 = 36$ miles de visualizaciones.
2. Interpretación: gasta $500 \cdot 12 + 1500 \cdot 6 = 15\,000$ €, todo el presupuesto, y contrata 18 anuncios, más de los 10 exigidos.

SOLUCIÓN El impacto máximo es de **36 miles de visualizaciones** (36 000).

Lo que puntúa. Criterios oficiales de Cantabria. Tarea 1.2A: «Definición clara de las variables de decisión (x, y): 0,1 puntos», función objetivo 0,2, presupuesto 0,2, total mínimo 0,15, mínimo de YouTube 0,1, proporción 0,15 y no negatividad 0,1. Tarea 1.2B: 0,1 por cada una de las cuatro rectas, 0,15 por identificar la región y 0,45 por los vértices (0,15 el B), y «Se descontarán 0,1 puntos si no se verifica que los vértices calculados pertenecen a la región factible». Tarea 1.2C: 0,1 por evaluar en cada vértice, 0,2 por identificar el máximo y 0,15 por la «Respuesta clara indicando las cantidades de x e y»; «No se valorará este apartado si el resultado no es compatible con las restricciones del problema». Tarea 1.2D: 0,25. Y, en todo el examen, «La calculadora será únicamente una herramienta de ayuda y comprobación».

Error típico que te quita puntos. Escribir la proporción al revés ($2x \leq y$) o $y \leq 4$ por «como mínimo 4»: cambia la región, el resultado sale incompatible con el enunciado y la Tarea 1.2C se queda a cero. Y no comprobar que los vértices cumplen todas las restricciones, que resta 0,1.

10 Ejercicio resuelto: minimizar un coste en una región no acotada (Comunitat Valenciana 2025)

PAU COMUNITAT VALENCIANA 2025 · CONVOCATORIA ORDINARIA · APARTADO 1, PROBLEMA 1.A (A ELEGIR ENTRE 1.A Y 1.B; 3,5 PUNTOS)

Una empresa fabrica lotes de tres productos: P1, P2 y P3. La empresa tiene dos plantas de fabricación: A y B. En un día de funcionamiento, la planta A fabrica 1 lote del producto P1, 2 lotes del P2 y 1 lote del P3, mientras que la planta B fabrica 1 lote del producto P1, 1 del P2 y 5 del P3. Cada día de funcionamiento de la planta A cuesta 60 miles de euros y cada día de funcionamiento de la planta B cuesta 75 miles de euros. En los próximos días la empresa tiene que producir al menos 6 lotes del producto P1, al menos 8 lotes del producto P2 y al menos 10 lotes del producto P3.

a) ¿Cuántos días ha de funcionar cada planta para que el coste de producción sea mínimo? (3 puntos)

b) ¿Cuál es dicho coste mínimo? (0,5 puntos)

Apartado a)

1. Idea: hay que **minimizar** un coste cumpliendo producciones mínimas («al menos»). Restricciones «≥» y, casi seguro, región no acotada.
2. Variables: x = días de funcionamiento de la planta A, y = días de la planta B. Datos por día:

	P_1	P_2	P_3	Coste (miles de euros)
Planta A (x)	1	2	1	60
Planta B (y)	1	1	5	75
Mínimo	6	8	10	

3. Una restricción por producto: $x + y \geq 6$, $2x + y \geq 8$ y $x + 5y \geq 10$, con $x \geq 0$, $y \geq 0$. Objetivo: minimizar $f(x, y) = 60x + 75y$, en miles de euros.

4. Región: el $(0,0)$ no cumple ninguna de las tres ($0 \geq 6$ es falso), así que la región está al otro lado de las tres rectas. Es **no acotada**: abierta hacia arriba y hacia la derecha.
5. Vértices: $2x+y=8$ con $x=0$ da $C(0,8)$. $2x+y=8$ con $x+y=6$: restando, $x=2$, $y=4$: $A(2,4)$. $x+y=6$ con $x+5y=10$: restando, $4y=4$, $y=1$, $x=5$: $B(5,1)$. $x+5y=10$ con $y=0$: $D(10,0)$. Cada uno cumple la restricción que no lo forma: C, $0+40 \geq 10$ y $8 \geq 6$; A, $2+20 \geq 10$; B, $10+1 \geq 8$; D, $10 \geq 6$ y $20 \geq 8$.
6. Evaluamos: $f(C)=600$, $f(A)=120+300=420$, $f(B)=300+75=375$ y $f(D)=600$. El menor es el de B.
7. ¿Seguro que es el mínimo, con una región infinita? La recta de nivel $60x+75y=375$, o $4x+5y=25$, deja toda la región del lado $4x+5y \geq 25$ (en los otros vértices vale 28, 40 y 40), y hacia donde se abre la región f solo crece. Máximo no hay: el coste crece sin límite.
8. Comprobación en el contexto: con 5 y 1 días se fabrican $5+1=6$ lotes de P_1, $10+1=11$ de P_2 (3 más de los exigidos) y $5+5=10$ de P_3.

SOLUCIÓN La planta A tiene que funcionar **5 días** y la planta B, **1 día**.

Apartado b)

1. $f(5,1)=60 \cdot 5+75 \cdot 1=300+75=375$ miles de euros.

SOLUCIÓN El coste mínimo es de **375 miles de euros** (375 000 €), como en los criterios oficiales.

Lo que puntúa. Criterios oficiales de la Comunitat Valenciana: «De 0 a 0,25 puntos por la obtención de la función objetivo» y «De 0 a 0,75 puntos por el planteamiento de las restricciones» (0,25 por cada una; «las restricciones de no negatividad no dan puntos»); «En caso de que las restricciones no estén debidamente justificadas, se descontarán 0,25 puntos». «De 0 a 1,5 puntos por obtener la región factible», con los vértices $A(2,4)$, $B(5,1)$, $C(0,8)$ y $D(10,0)$; 0,5 por la solución y 0,5 por el coste mínimo del b). «Si la solución se obtiene por cualquier otro método razonado y correcto, se puntuará de 0 a 3,5 puntos». Y en cada apartado, «cada error en operaciones aritméticas elementales se penalizará con 0,1 puntos, hasta un máximo de penalización de 0,25 puntos».

Error típico que te quita puntos. Cerrar la región uniendo los cortes con los ejes, o buscar el máximo en lugar del mínimo. Y escribir las restricciones sin decir de dónde sale cada coeficiente (la tabla lo resuelve): si no están «debidamente justificadas», restan 0,25.

11 Ejercicio resuelto: óptimo en un vértice y después en todo un lado, con soluciones enteras (Aragón 2026)

PAU ARAGÓN 2026 · CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA · PREGUNTA 1 (OBLIGATORIA; SE CALIFICA SOBRE 10 PUNTOS Y VALE 2,5 DE LA NOTA FINAL)

Una promotora organiza un festival con dos tipos de actuaciones: grupos internacionales y grupos locales. Cada grupo internacional emplea cuatro horas de actuación en escenario y dos horas para pruebas de sonido, mientras que cada grupo local emplea una hora de actuación en escenario y una hora de pruebas de sonido. En total, la organización dispone de veinticuatro horas de escenario y dieciocho horas de pruebas de sonido. La promotora pretende realizar al menos 6 actuaciones en

total (internacionales y locales). La recaudación estimada es de ocho mil euros por cada grupo internacional y de tres mil euros por cada grupo local.

a) Determine la combinación óptima de grupos internacionales y locales que maximiza la recaudación cumpliendo todas las restricciones del enunciado. ¿Cuál es la recaudación máxima? (8 puntos)

b) Si la recaudación por cada grupo local fuese de 4.000 euros, determine todas las soluciones óptimas enteras en la nueva situación. ¿Sería razonable programar solo grupos locales? Justifique la respuesta. (2 puntos)

Apartado a)

1. Idea: maximizar la recaudación con dos recursos (horas de escenario y de sonido) y un mínimo de actuaciones. Variables: x = número de grupos internacionales, y = número de grupos locales (enteros y $x, y \geq 0$).
2. Datos:

	Escenario (h)	Sonido (h)	Recaudación (euros)
Internacional (x)	4	2	8000
Local (y)	1	1	3000
Disponible	24	18	

   Restricciones: $4x + y \leq 24$, $2x + y \leq 18$, $x + y \geq 6$, $x \geq 0$, $y \geq 0$. Objetivo: maximizar $R(x, y) = 8000x + 3000y$.
3. Región: el $(0, 0)$ cumple las dos primeras (región del lado del origen) pero no $x + y \geq 6$ (región al otro lado). Queda un cuadrilátero.
4. Vértices: $x = 0$ con $x + y = 6$: $(0, 6)$. $x = 0$ con $2x + y = 18$: $(0, 18)$, que cumple $18 \leq 24$. $4x + y = 24$ con $2x + y = 18$: restando, $2x = 6$, $x = 3$, $y = 12$: $(3, 12)$, con $15 \geq 6$. $4x + y = 24$ con $y = 0$: $(6, 0)$, que también está en $x + y = 6$ (tres rectas por el mismo punto) y cumple $12 \leq 18$.
5. Evaluamos: $R(0, 6) = 18\,000$, $R(0, 18) = 54\,000$, $R(3, 12) = 24\,000 + 36\,000 = 60\,000$ y $R(6, 0) = 48\,000$.
6. Con rectas de nivel: $8000x + 3000y = k$ tiene pendiente $-\frac{8}{3}$, entre la del sonido (-2) y la del escenario (-4). Al alejarla del origen, el último punto que toca es la esquina entre esas dos rectas, $(3, 12)$.

SOLUCIÓN Hay que programar **3 grupos internacionales y 12 locales**; la recaudación máxima es de **60 000 €**.

Apartado b)

1. Nueva función: $R'(x, y) = 8000x + 4000y = 4000(2x + y)$. Es proporcional al primer miembro de la restricción del sonido, $2x + y \leq 18$: sus rectas de nivel son **paralelas** a ese lado.
2. Evaluamos en los vértices: $R'(0, 6) = 24\,000$, $R'(0, 18) = 72\,000$, $R'(3, 12) = 24\,000 + 48\,000 = 72\,000$ y $R'(6, 0) = 48\,000$. Empatan $(0, 18)$ y $(3, 12)$: el máximo, 72 000 €, se alcanza en **todo el segmento** que los une (solución óptima de tipo segmento).
3. En ese segmento, $2x + y = 18$, es decir, $y = 18 - 2x$ con $0 \leq x \leq 3$. Los grupos son enteros: $x = 0, 1, 2, 3$ dan $y = 18, 16, 14, 12$. Los cuatro cumplen el escenario ($4x + y$ vale 18, 20, 22 y 24) y el mínimo de 6 actuaciones.

4. ¿Solo grupos locales? Es el punto $(0, 18)$, que está entre las soluciones óptimas: da la misma recaudación máxima que las otras tres.

SOLUCIÓN Las soluciones óptimas enteras son $(0, 18)$, $(1, 16)$, $(2, 14)$ y $(3, 12)$, todas con 72 000 €. Sí sería razonable, desde el punto de vista de la recaudación: 18 grupos locales y ningún internacional es una de las soluciones óptimas.

Lo que puntúa. Criterios oficiales de Aragón (sobre 10). a) «Definir las variables de decisión (0,25 puntos) y la condición de no negatividad (0,25 puntos). Definir la función objetivo (0,5 puntos) y definir las tres restricciones del enunciado (1,5 puntos = 0,5*3)». Región factible, 3 puntos: «Representación de las rectas correspondientes a las restricciones y justificación de que la región cumple cada inecuación (2 puntos). Identificación y señalización correcta de la intersección de todas ellas (1 punto)». Óptimo, 2,5 puntos, por vértices (1,6 por las coordenadas, 0,4 por evaluar y 0,5 por el máximo) o con rectas de nivel («Representar dos rectas de nivel (1 punto), la dirección de mejora (0,5 puntos)»...). b) «Evaluar la función objetivo en los vértices e identificar que se trata de una solución óptima de tipo segmento rectilíneo (0,5 puntos). Determinar las soluciones óptimas enteras (1 punto). Responder a la cuestión planteada (0,5 puntos)».

Error típico que te quita puntos. En el b), dar solo un vértice, o solo los dos extremos del segmento: piden **todas** las soluciones óptimas enteras, y son cuatro. En el a), justificar la región solo con el dibujo: los criterios piden la «justificación de que la región cumple cada inecuación», un punto de prueba por recta.

Conceptos clave

Variables de decisión

Las incógnitas del problema (x, y): lo que se decide (cuántas unidades de cada producto, cuántos días, cuántas horas). Se definen con palabras y unidades.

Restricción

Cada condición del enunciado escrita como inecuación lineal, $ax + by \leq c$ o $ax + by \geq c$: recursos disponibles, mínimos exigidos, proporciones.

Condiciones de no negatividad

$x \geq 0$, $y \geq 0$: las cantidades no pueden ser negativas. En un problema con contexto se escriben siempre.

Semiplano

Cada una de las dos partes en que una recta divide el plano. Es el conjunto de soluciones de una inecuación lineal; el lado bueno se elige con un punto de prueba.

Región factible

Conjunto de puntos que cumplen todas las restricciones a la vez: la intersección de los semiplanos. Puede ser acotada (un polígono) o no acotada.

Vértice

Esquina de la región factible: punto en el que se cortan dos rectas frontera y que cumple todas las restricciones. El óptimo, si existe, está en un vértice.

Función objetivo

La función lineal $f(x, y) = ax + by$ que hay que maximizar (beneficio, ingresos) o minimizar (coste, tiempo).

Recta de nivel

Recta $ax + by = k$ formada por los puntos en los que la función objetivo vale k. Todas son paralelas, y k aumenta al desplazarlas en el sentido del vector (a, b).

Solución múltiple

Cuando el óptimo se alcanza en dos vértices consecutivos, porque la función objetivo es paralela al lado que los une: todos los puntos de ese lado son óptimos.

Restricción redundante

La que no limita la región: si se quita, la región no cambia. No forma ningún lado ni ningún vértice.

Holgura

Lo que sobra de un recurso en la solución óptima: lo disponible menos lo usado. Es cero en los recursos cuyas rectas pasan por el óptimo.

MODO PAU

Ocho reglas que valen puntos

Variables con palabras

«x = número de…», con unidades. Sin definirlas se pierde nota (Baleares 2025 resta 0,25).

Una restricción por dato

Recursos con $\leq$, mínimos con $\geq$, proporciones comprobadas con un número, y $x, y \geq 0$.

Mismas unidades

Gramos con gramos y minutos con minutos, antes de escribir la inecuación.

Vértices calculados

Cada uno como corte de dos rectas, resolviendo el sistema, y comprobado en todas las restricciones; nunca leído del dibujo.

Evalúa en todos

Una línea por vértice: el mayor valor es el máximo y el menor, el mínimo.

Región no acotada

Puede haber mínimo y no máximo (o al revés): razónalo con la recta de nivel.

Empate = todo un lado

Dos vértices con el mismo valor óptimo: es óptimo todo el segmento. Si las variables cuentan cosas, da sus puntos enteros.

Respuesta en contexto

Una frase con cuántas unidades de cada tipo y el valor óptimo con sus unidades.

Cómo te lo pueden preguntar

- En total, la programación lineal salió en 26 de las 34 convocatorias ordinarias de 2025 y 2026, en 15 comunidades (todas menos Cataluña y Castilla y León).
- Plantea y resuelve un problema de programación lineal con contexto (variables, restricciones, función objetivo, región, vértices y óptimo): salió en 22 de las 34 convocatorias ordinarias de 2025 y 2026, en 12 comunidades.
- Minimiza un coste, un tiempo o un consumo en lugar de maximizar: 7 de las 34, en 6 comunidades.
- Programación lineal sin contexto: representa la región de un sistema de inecuaciones, calcula sus vértices y halla el máximo y el mínimo de una función: 5 de las 34, en 4 comunidades (Galicia, Madrid, Murcia y Navarra).
- Minimiza en una región no acotada (y razona que no hay máximo): 4 de las 34, en 3 comunidades (Comunitat Valenciana, Murcia y Navarra); en 2025–2026, la región no acotada siempre fue para minimizar.
- Identifica la región factible o sus vértices en una figura dada, o elige la gráfica correcta: 3 de las 34, en 2 comunidades (Asturias y Navarra); también en el modelo 2027 de Madrid.
- Decide si un punto cumple las restricciones o si es óptimo: ordinarias de Aragón 2026, Asturias 2025 y 2026, Galicia 2025 y Murcia 2026.
- Halla todas las soluciones óptimas cuando la función objetivo es paralela a un lado, y sus puntos enteros: en una sola ordinaria (Galicia 2025), pero en cinco extraordinarias (Aragón 2025 y 2026, Asturias 2026, Castilla-La Mancha 2025 y Galicia 2025) y en los modelos 2027 de Andalucía y Galicia.

- Calcula lo que sobra de cada recurso, detecta una restricción redundante o aplica cambios porcentuales a la solución (País Vasco 2025, Asturias 2026, Canarias 2026).

No lo confundas

- Un vértice con cualquier punto de corte: dos rectas frontera pueden cortarse fuera de la región, como el punto D de Asturias 2026 (el peso con $y = 2x$). Solo es vértice si cumple todas las restricciones.
- Región no acotada con problema sin solución: en una región no acotada el mínimo (o el máximo) puede existir; lo que no existe es el óptimo hacia donde se abre la región.
- «Al menos» ($\geq$) con «como máximo» ($\leq$): «no puede superar», «dispone de» y «a lo sumo» son siempre $\leq$.
- «A no puede exceder el doble de B» ($A \leq 2B$) con «el doble de A no puede exceder B» ($2A \leq B$).
- La solución óptima (el punto: cuántas unidades de cada tipo) con el valor óptimo (lo que vale la función: cuánto se gana o se gasta). Los criterios los puntúan por separado.
- Redondear el vértice con hallar el óptimo entero: el redondeo puede salirse de la región (Castilla y León 2026).

Ponte a prueba

PAU Galicia 2025, Pregunta 2, apartado 2.2 (a elegir entre 2.1 y 2.2; 2,5 puntos: 1,5 + 0,5 + 0,5 según los criterios). 2.2. Se considera el sistema de inecuaciones dado por:

$$x \geq y - 4 \qquad x + y \leq 8 \qquad 3x + 2y \geq -2 \qquad x - 2 \leq 2y$$

2.2.1. Represente gráficamente la región factible determinada por el sistema de inecuaciones anterior y calcule sus vértices. 2.2.2. Justifique si los puntos $P(-1, 1)$ y $Q(5, 1)$ pertenecen o no a la región anterior. 2.2.3. Determine, si existen, los máximos y los mínimos de la función $f(x, y) = 2x - 4y$ sujeta a las restricciones definidas por el sistema de inecuaciones anterior.

Solución: 2.2.1. Rectas frontera: $x - y = -4$, $x + y = 8$, $3x + 2y = -2$ y $x - 2y = 2$. El $(0, 0)$ cumple las cuatro inecuaciones, así que la región es el cuadrilátero que contiene al origen. Vértices: $x - y = -4$ con $x + y = 8$ da $(2, 6)$; $x + y = 8$ con $x - 2y = 2$, $(6, 2)$; $x - 2y = 2$ con $3x + 2y = -2$ (sumando, $4x = 0$), $(0, -1)$; $3x + 2y = -2$ con $x - y = -4$, $(-2, 2)$. 2.2.2. $P(-1, 1)$: $-1 \geq -3$, $0 \leq 8$, $-1 \geq -2$ y $-3 \leq 2$: **sí** pertenece. $Q(5, 1)$: $5 - 2 = 3 \leq 2$ es falso: **no** pertenece. 2.2.3. $f(2, 6) = -20$, $f(6, 2) = 4$, $f(0, -1) = 4$ y $f(-2, 2) = -12$. La región es acotada, así que los dos existen. **Mínimo** -20 **en** $(2, 6)$**. Máximo** 4, en $(6, 2)$ y en $(0, -1)$ y, por tanto, en **todo el segmento** que los une: $f = 2(x - 2y)$ es paralela a la recta $x - 2y = 2$ (solución múltiple).

PAU Región de Murcia 2026, Pregunta 3, opción B (a elegir entre las opciones A y B; 2 puntos). Resuelva el siguiente problema de programación lineal:

$$\text{Minimizar } f(x,y) = x + y \text{ sujeta a: } \begin{cases} 3x + 2y \geq 12 \\ x + 2y \geq 8 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

a) Represente la región factible. [0,75 puntos] b) Encuentre los vértices de esta región. [0,25 puntos] c) Dibuje la línea de nivel 0 y las líneas de nivel que pasan por los vértices de la región factible. [0,5 puntos] d) Identifique el punto de la región factible donde la función objetivo alcanza el mínimo y el valor mínimo de dicha función. [0,5 puntos]

Solución: a) El $(0,0)$ no cumple ninguna de las dos restricciones: la región está por encima de las dos rectas, en el primer cuadrante, y es **no acotada**. b) $3x + 2y = 12$ con $x = 0$: $(0,6)$, que cumple $12 \geq 8$. Las dos rectas: restando, $2x = 4$, $x = 2$, $y = 3$: $(2,3)$. $x + 2y = 8$ con $y = 0$: $(8,0)$, que cumple $24 \geq 12$. c) Las líneas de nivel $x + y = k$ son paralelas de pendiente -1: $x + y = 0$ por el origen, $x + y = 6$ por $(0,6)$, $x + y = 5$ por $(2,3)$ y $x + y = 8$ por $(8,0)$. d) Al bajar k hacia 0, la última línea que toca la región es $x + y = 5$: **mínimo 5 en $(2,3)$**. Máximo no hay: la región no está acotada y f crece sin límite.

PAU País Vasco 2025, Problema 1 (obligatorio; 2,5 puntos). La elaboración de tapices es un arte que se transmite de generación en generación, por lo que la mayoría de los maestros tejedores tienen experiencia en tapicería tradicional y están capacitados para aprender las técnicas y procesos. Con el fin de planificar la producción de estas pequeñas obras de arte, un fabricante egipcio organiza las necesidades de materia prima por meses y las unidades producidas por metro lineal. En un determinado mes dispone de 50 kg de hilo de seda, 40 kg de hilo de plata y 22,5 kg de hilo de oro. Para crear algunos tapices se suelen necesitar días y emplear materiales más económicos (tipo A); otros, en cambio, se suelen tardar semanas y requerir de materiales de mayor calidad y coste para su creación (tipo B); pero todos ellos necesitan la paciencia y la atención de los expertos en los detalles para convertirse en una pieza de artesanía. Para fabricar un metro lineal de tapiz del tipo A se necesitan 100 g de hilo de seda y 200 g de hilo de plata; y para cada metro lineal del tipo B, 200 g de hilo de seda, 100 g de hilo de plata y 100 g de hilo de oro. El metro lineal de tapiz del tipo A se vende a 2.000 €, y en el caso del tipo B a 3.000 €. Si se vende todo lo que se fabrica: a) ⟦1,6 puntos⟧ ¿Cuántos metros lineales de cada tipo de tapiz deben elaborarse ese mes para maximizar los ingresos? b) ⟦0,3 puntos⟧ ¿A cuánto asciende dicho ingreso máximo? c) ⟦0,6 puntos⟧ ¿Qué cantidades de hilo de seda, plata y oro quedarán cuando se fabriquen los metros lineales de cada tipo de tapiz que generan el ingreso máximo?

Solución: Variables: x = metros lineales de tapiz A, y = metros de tapiz B. Con los gramos pasados a kilos: seda $0{,}1x + 0{,}2y \leq 50$, es decir, $x + 2y \leq 500$; plata $0{,}2x + 0{,}1y \leq 40$, $2x + y \leq 400$; oro $0{,}1y \leq 22{,}5$, $y \leq 225$; y $x, y \geq 0$. Maximizar $f(x,y) = 2000x + 3000y$. a) Vértices: $(0,0)$, $(0,225)$, $(50,225)$ (seda con oro), $(100,200)$ (seda con plata: de $x + 2y = 500$ y $2x + y = 400$) y $(200,0)$. Valores: 0; $675\,000$; $775\,000$; $800\,000$ y $400\,000$. Hay que fabricar **100 m de tapiz A y 200 m de tapiz B**. b) **800 000 €**. c) Seda: $50 - (10 + 40) = 0$ kg; plata: $40 - (20 + 20) = 0$ kg; oro: $22{,}5 - 20 = 2{,}5$ kg. Sobran **2,5 kg de hilo de oro** y nada de seda ni de plata, las dos restricciones que pasan por el óptimo. Coincide con la solución oficial.

Fuentes

1. Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato (Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II)
2. Examen PAU Matemáticas CCSS II Cantabria 2026 (ordinaria)
3. Criterios de corrección PAU Matemáticas CCSS II Cantabria 2026 (ordinaria)
4. Examen PAU Matemáticas CCSS II Comunitat Valenciana 2025 (ordinaria)
5. Criterios de corrección PAU Matemáticas CCSS II Comunitat Valenciana 2025 (ordinaria)
6. Examen y criterios PAU Matemáticas CCSS II Aragón 2026 (extraordinaria)
7. Examen y criterios PAU Matemáticas CCSS II Aragón 2026 (ordinaria)
8. Examen y criterios PAU Matemáticas CCSS II Región de Murcia 2026 (ordinaria)
9. Examen PAU Matemáticas CCSS II Galicia 2025 (ordinaria)
10. Criterios de corrección PAU Matemáticas CCSS II Galicia 2025 (ordinaria, en gallego)
11. Examen PAU Matemáticas CCSS II País Vasco 2025 (ordinaria)
12. Criterios de corrección PAU Matemáticas CCSS II País Vasco 2025 (ordinaria)
13. Examen PAU Matemáticas CCSS II Castilla y León 2026 (extraordinaria)
14. Criterios de corrección PAU Matemáticas CCSS II Castilla y León 2026 (extraordinaria)
15. Examen y criterios PAU Matemáticas CCSS II Asturias 2026 (ordinaria)
16. Criterios de corrección PAU Matemáticas CCSS II Castilla-La Mancha 2025 (extraordinaria)
17. Examen PAU Matemáticas CCSS II Navarra 2026 (ordinaria)
18. Criterios de corrección PAU Matemáticas CCSS II Comunitat Valenciana 2026 (extraordinaria)
19. Criterios de corrección PAU Matemáticas CCSS II Canarias 2026 (ordinaria)
20. Criterios de corrección PAU Matemáticas CCSS II Illes Balears 2025 (ordinaria, en catalán)
21. Criterios de corrección PAU Matemáticas CCSS II Extremadura 2026 (ordinaria)
22. Examen y criterios PAU Matemáticas CCSS II La Rioja 2025 (ordinaria)
23. Modelo de examen y criterios PAU Matemáticas CCSS II Comunidad de Madrid 2027

Imágenes: Región factible de Cantabria 2026: Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con los datos exactos. · Región factible, vértices y rectas de nivel: Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con los datos exactos. · Región no acotada de la Comunitat Valenciana 2025: Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con los datos exactos. · Óptimo único y óptimo en un lado (Aragón 2026): Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con los datos exactos. · Soluciones enteras (Castilla y León 2026): Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con los datos exactos. · Elegir la región (Asturias 2026): Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con los datos exactos.

Apuntes de Farmeando PAU · farmeandopau.com · Revisados frente a fuentes. Última revisión: 31 de octubre de 2026. Licencia CC BY-NC-ND 4.0: puedes copiarlo y compartirlo citándonos, sin uso comercial ni cambios (las imágenes, con su propia licencia). ¿Un error? Avísanos desde la página del tema. Cómo los hacemos: farmeandopau.com/metodologia.