Límites y continuidad

Test de 10 preguntas y flashcards de este tema en **farmeandopau.com** ›

Última revisión: 31 de octubre de 2026.

Escanea y haz el test del tema

LA IDEA EN 30 SEGUNDOS

En Mates CCSS las funciones son **modelos**: ventas, usuarios, arena. Un **límite** dice a qué valor se acerca $f(x)$ cuando x se acerca a un punto —por la **izquierda** y por la **derecha**— o cuando el tiempo crece sin fin: la **tendencia a largo plazo**. Con los límites se decide la **continuidad** (los dos laterales y $f(a)$ tienen que coincidir) y se calculan las **asíntotas**. El tema salió en 22 de las 34 convocatorias ordinarias de 2025 y 2026. Lo que más cae: **la continuidad de una función a trozos**, a menudo con un parámetro (13 de 34), seguida de las asíntotas (8) y del límite de un modelo a largo plazo (7).

1 Funciones que modelizan y su dominio

En Mates CCSS las funciones son **modelos**: usuarios de una aplicación, profundidad de arena, ventas de una empresa… El currículo (RD 243/2022) lo dice así: «Aplicación de los conceptos de límite y derivada a la representación y al estudio de situaciones susceptibles de ser modelizadas mediante funciones». Antes de calcular nada, mira **dónde tiene sentido la fórmula**: eso es el **dominio**.

- **A trozos, cada fórmula solo cuenta en su trozo.** En Madrid 2026 (resuelto más abajo), el denominador de $\dfrac{x+2}{(x-2)^2}$ se anula en $x=2$, pero esa fórmula solo se usa si $x<0$: el dominio es todo $\mathbb{R}$. Los criterios dan a esa justificación 0,4 de los 0,5 puntos.
- **El contexto también recorta el dominio.** Si t es el tiempo, $t \geq 0$; si es un precio o una cantidad, no puede ser negativo. Aragón 2025 resta 1 punto (de 10) si, al estudiar la monotonía de su modelo de usuarios, se incluyen tiempos negativos (Tema 6).

Tipo de función	Dónde está definida	Ejemplo de la PAU
Polinómica	En todo $\mathbb{R}$	x^3+ax^2-3x (Cantabria 2026)
Racional $\dfrac{P(x)}{Q(x)}$	Salvo donde $Q(x)=0$	$\dfrac{2x^2+6}{x-1}$: $\mathbb{R}-\{1\}$ (Murcia 2026)
Raíz de índice par	Donde el radicando es ≥ 0	$\sqrt{6-x}$: $x \leq 6$ (Aragón 2025)
Exponencial	En todo $\mathbb{R}$	$500\,000\,(1-e^{-0{,}2t})$ (Andalucía 2025)
Logarítmica $\log g(x)$	Donde $g(x)>0$	$\log(12-x)$: $x<12$ (modelo 2027 de Andalucía)
A trozos	Cada fórmula, solo en su intervalo	$\dfrac{x+2}{(x-2)^2}$ solo si $x<0$ (Madrid 2026)

2 Límites en un punto y límites laterales

$\lim\limits_{x\to a} f(x)=L$ significa que $f(x)$ se acerca tanto como quieras a L cuando x se acerca a a, sin llegar a valer a. Lo que pase **en** $x=a$ no cuenta. Si te acercas solo por la izquierda ($x<a$) se escribe $x \to a^-$; solo por la derecha ($x>a$), $x \to a^+$: son los **límites laterales**.

- **El límite existe si existen los dos laterales y coinciden.** En un punto donde cambia la fórmula, cada lateral se calcula **con la fórmula de su lado**. En Castilla y León 2026, con $4x - 2$ si $x \leq 3$ y $(x-4)^2 - 1$ si $x > 3$: $\lim_{x \to 3^-} f(x) = 10$ y $\lim_{x \to 3^+} f(x) = 0$. No coinciden: el límite en $x = 3$ no existe.
- **Primero, sustituye.** Polinomios, exponenciales, raíces y cocientes con denominador distinto de cero son continuos donde están definidos: el límite es el valor de la función. Si no, mira la tabla.
- $\frac{k}{0}$ **con** $k \neq 0$ **es infinito.** El signo se decide con cada lateral. En Murcia 2026, $f(x) = \dfrac{2x^2+6}{x-1}$ en $x = 1$ da $\frac{8}{0}$: por la derecha, $x - 1 > 0$ y $\lim_{x \to 1^+} f(x) = +\infty$; por la izquierda, $x - 1 < 0$ y $\lim_{x \to 1^-} f(x) = -\infty$.

Si al sustituir sale…	El límite es…	Ejemplo
$\frac{k}{0}$ con $k \neq 0$	$+\infty$ o $-\infty$ (signo con los laterales)	$\lim_{x \to 1^+} \dfrac{2x^2+6}{x-1} = +\infty$
$\dfrac{k}{\pm\infty}$	0	$\lim_{t \to +\infty} \dfrac{1}{1{,}03^t} = 0$
$\infty + \infty$, $k \cdot \infty$ con $k \neq 0$	$\pm\infty$ (regla de los signos)	$\lim_{x \to +\infty} (x^2 + 3x) = +\infty$
$\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $\infty - \infty$	**Indeterminación**: hay que transformar	En la sección siguiente

$0 \cdot \infty$, 1^∞, ∞^0 y 0^0 también lo son, pero no han caído en Mates CCSS en 2025 y 2026.

$\frac{k}{0}$ no es 0 ni es una indeterminación

Con $\frac{k}{0}$ y $k \neq 0$ el límite es infinito y hay que dar el signo de cada lateral. Solo $\frac{0}{0}$ es indeterminación: los dos se anulan y hay que simplificar.

3 Indeterminaciones: 0/0, ∞/∞ e ∞ - ∞

Una indeterminación no es un resultado: es la señal de que hay que **transformar la expresión** antes de volver a sustituir. En Mates CCSS caen tres: $\frac{0}{0}$ (factoriza o, con raíces, multiplica por el conjugado), $\frac{\infty}{\infty}$ (compara grados) e $\infty - \infty$ (común denominador). En Baleares la matriz admite también la **regla de L'Hôpital** («mediante la regla de L'Hôpital», matriz de 9-10-2026, traducido del catalán).

- **Factorizar:**

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \to 1} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \to 1} \frac{x-2}{x+1} = -\frac{1}{2}.$$

  Se puede simplificar $(x - 1)$ porque, mientras te acercas, $x \neq 1$.

- **Conjugado:**

$$\lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4} = \lim_{x \to 4} \frac{x - 4}{(x-4)\left(\sqrt{x} + 2\right)} = \lim_{x \to 4} \frac{1}{\sqrt{x} + 2} = \frac{1}{4}.$$

- $\frac{0}{0}$ **que acaba en infinito:** tras simplificar puede quedar $\frac{k}{0}$. En Extremadura 2026 (en «Ponte a prueba»), $\dfrac{-2x^2 + 6x - 4}{2(x-1)^2}$ da $\frac{0}{0}$ en $x = 1$, pero simplificada queda $\dfrac{2-x}{x-1}$, que da $\frac{1}{0}$: el límite es infinito y hay asíntota vertical.

- $\infty - \infty$:

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x^2}{x+1} - x \right) = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 - x^2 - x}{x+1} = \lim_{x \to +\infty} \frac{-x}{x+1} = -1.$$

- **Exponenciales** (los modelos de crecimiento y de olvido): si $k > 0$, $e^{-kt} \to 0$ cuando $t \to +\infty$, y $e^{kt} \to +\infty$.

$\frac{P(x)}{Q(x)}$ **cuando** $x \to \pm\infty$	**Límite**	**Ejemplo** ($x \to +\infty$)
Grado de P menor que el de Q	0	$\frac{12t}{t^2+4} \to 0$ (Navarra 2025)
Grado de P igual al de Q	Cociente de los coeficientes principales	$\frac{8t^2-t-1}{2t^2} \to \frac{8}{2} = 4$ (Castilla-La Mancha 2026)
Grado de P mayor que el de Q	$\pm\infty$ (signos de los coeficientes y de x)	$\frac{2x^2+6}{x-1} \to +\infty$ (Murcia 2026)

Con $x \to -\infty$, cuidado con el signo cuando el grado de P es mayor: $\frac{x^2+1}{x-1} \to -\infty$.

4 Límites en el infinito: el modelo a largo plazo

«a largo plazo», «en un horizonte infinito de tiempo», «por mucho tiempo que pase», «su tendencia a lo largo del tiempo»: en un problema con contexto, todas estas frases piden $\lim_{t\to+\infty} f(t)$, calculado con **la fórmula que vale para t grande** (en una función a trozos, la del último trozo). Y la respuesta va **en el contexto y con unidades**.

- **Aragón 2025:** $N(t) = 1400\left(\frac{t}{49+t^2} + 100\right)$ usuarios, con t en cientos de días. $N(0) = 1400 \cdot 100 = 140\,000$, así que la campaña tuvo éxito (al menos 100 000). Como $\frac{t}{49+t^2} \to 0$ (grado menor), $N(t) \to 140\,000$: a muy largo plazo, la aplicación vuelve a acercarse a los **140 000 usuarios** del lanzamiento (entre medias sube hasta 140 100 en $t = 7$: Tema 6).
- **Andalucía 2025:** $N(t) = 500\,000\,(1 - e^{-0{,}2t})$ personas han visto una noticia. Como $e^{-0{,}2t} \to 0$, $N(t) \to 500\,000$: se acerca a 500 000 personas.
- **Canarias 2026:** $V(t) = 300\left(1 - \frac{1}{t}\right)$ palabras si $t \geq 10$. $V(t) \to 300$ y $V(t) = 300 - \frac{300}{t} < 300$: **máximo no hay** (ningún t da 300), pero 300 es un **tope** al que se acerca sin alcanzarlo. Los criterios puntúan por separado «Plantea el límite cuando t tiende a infinito» (0,25) y «Resuelve correctamente el límite» (0,25).

Calcula el límite
Con la fórmula del último trozo: grados, exponenciales o común denominador.

→

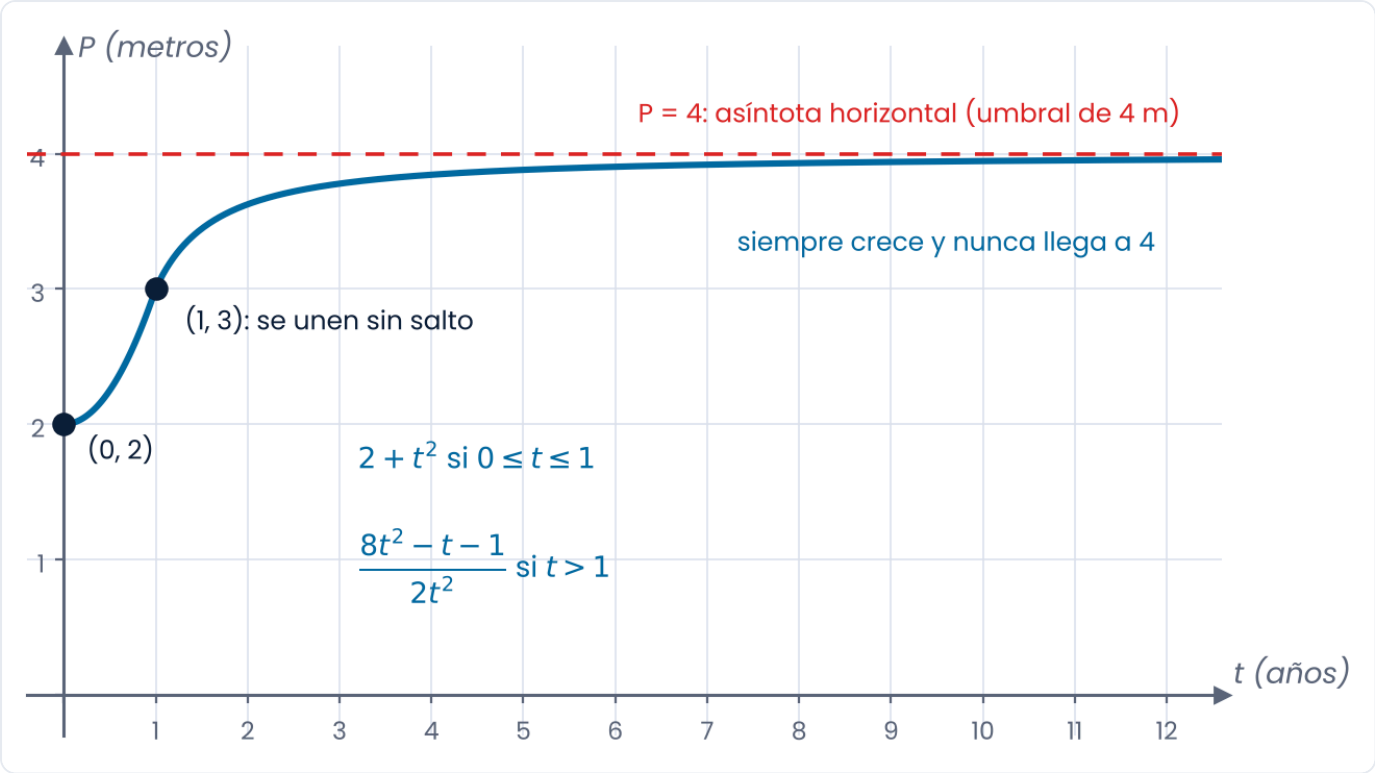
Responde con unidades
«La concentración tiende a 0 mg/L», «se acerca a 140 000 usuarios». Si el límite es un número L, $y = L$ es una **asíntota horizontal** del modelo.

→

¿Lo alcanza o lo supera?
El límite no lo dice. Hace falta la monotonía (Tema 6) o resolver $f(t) = L$: lo ves en el resuelto de Castilla-La Mancha 2026.

Tender a 4 no es llegar a 4

En Castilla-La Mancha 2026 la arena tiende a 4 m y la pregunta es si superará los 4 m. Como $P(t) = 4 - \frac{t+1}{2t^2} < 4$, nunca llega: el límite solo dice hacia dónde va.



La arena de Castilla-La Mancha 2026 (resuelto más abajo). Los dos trozos se unen en $(1, 3)$ sin salto: el modelo es continuo. Siempre crece y se acerca a la asíntota horizontal $P = 4$, que coincide con el umbral de 4 m: no lo llega a superar nunca.

5 Continuidad y tipos de discontinuidad

f es **continua en** $x = a$ si se cumplen tres cosas: existe $f(a)$; existe $\lim_{x \to a} f(x)$ (los dos laterales son finitos e iguales); y los dos valores coinciden:

$$\lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x) = f(a).$$

Gráficamente, la curva pasa por a sin levantar el lápiz. En un modelo, una discontinuidad es un **cambio brusco** (un salto en el precio, en las ventas…).

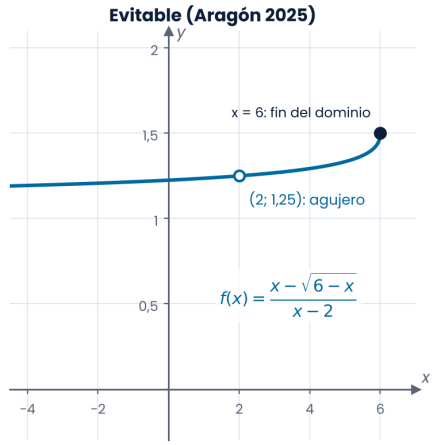
- **Son continuas en su dominio** las polinómicas, racionales, raíces, exponenciales y logarítmicas, y sus sumas, productos, cocientes y composiciones.
- **Dónde mirar:** en los puntos que anulan un denominador y, en las funciones a trozos, en los **puntos de cambio**. En el resto, basta la frase anterior (los criterios la puntúan: Canarias 2026, «indicando la continuidad de las ramas por ser funciones lineales y racionales»).
- **Cómo se clasifica:** con los dos laterales (tabla y figura de abajo). Si los dos son finitos y distintos, el **salto** es su diferencia: en Castilla y León 2026, $10 - 0 = 10$.

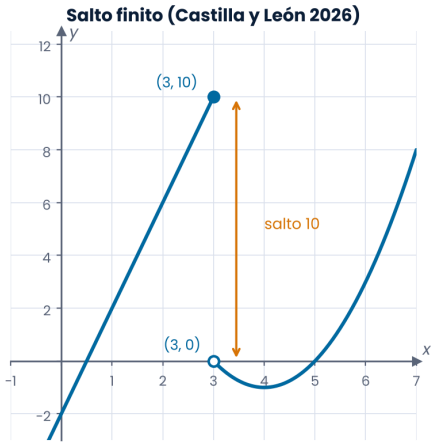
Discontinuidad en $x = a$	**Qué pasa**	**Ejemplo de la PAU**
Evitable	El límite existe y es finito, pero $f(a)$ no existe o vale otra cosa	$\frac{x - \sqrt{6 - x}}{x - 2}$ en $x = 2$: el límite es $\frac{5}{4}$ (Aragón 2025)
De salto finito	Los dos laterales son finitos y distintos	En $x = 3$, laterales 10 y 0 (Castilla y León 2026); en $x = 0$, $\frac{1}{2}$ y 0 (Madrid 2026)
De salto infinito (asintótica)	Algún lateral es $\pm\infty$: hay asíntota vertical	$\frac{-2x^2 + 6x - 4}{2(x - 1)^2}$ en $x = 1$ (Extremadura 2026)

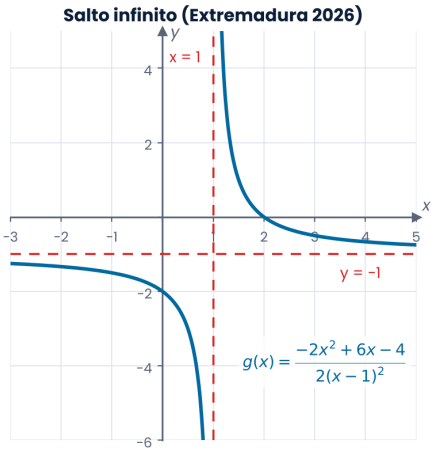
La evitable se «arregla» definiendo $f(a)$ como el límite; las de salto, no (son **inevitables**).

La conclusión también puntúa

«No es continua» es una respuesta válida, y a veces la correcta: Castilla y León 2026, Madrid 2026 y la Comunitat Valenciana 2025 (en $x = 4$) dan funciones con salto. En Madrid 2026, la «Conclusión correcta sobre la no continuidad en x=0» vale 0,3 de los 0,5 puntos del apartado.







Los tres tipos de discontinuidad, con funciones de la PAU. Evitable: la función de Aragón 2025 tiene un agujero en $(2;\ 1{,}25)$. Salto finito: la de Castilla y León 2026 llega a $(3, 10)$ por la izquierda y sale de $(3, 0)$ (punto hueco) por la derecha. Salto infinito: la de Extremadura 2026 se va a $\pm\infty$ junto a la asíntota vertical $x = 1$ y se acerca a la horizontal $y = -1$.

6 Funciones a trozos con parámetros: el ejercicio que más cae

Es el ejercicio del tema que más se repite: **13 de las 34 convocatorias ordinarias** de 2025 y 2026, en 8 comunidades; en 6 de esas 13, con parámetro. Cada trozo suele ser continuo en su intervalo; el peligro está en las **fronteras**.

- **Un parámetro y un punto** (Cantabria 2026, resuelto más abajo): los laterales en $x = 2$ valen $2 + 4a$ y -6, así que $a = -2$.
- **Dos parámetros y dos puntos** (Andalucía 2026): $\frac{x^2}{20}$ si $0 \le x < 20$, $a + bx$ si $20 \le x < 50$ y $36 - \frac{x^2}{100}$ si $50 \le x \le 60$. En $x = 20$: $20 = a + 20b$. En $x = 50$: $a + 50b = 36 - 25 = 11$. Restando, $30b = -9$: $b = -\frac{3}{10}$ y $a = 26$.
- **Un parámetro y dos puntos** (Asturias 2026, 1B): $2t + 5$ si $0 < t < 3$, $-t^2 + 10t + k$ si $3 \le t < 8$ y $-k - 4$ si $8 \le t \le 12$. En $t = 3$: $11 = 21 + k$, $k = -10$. En $t = 8$: $16 + k = -k - 4$, $k = -10$. Las dos condiciones dan lo mismo: con $k = -10$ es continua. Si dieran valores distintos, no habría ningún k.
- **El parámetro en el punto de cambio** (Castilla-La Mancha 2025): $-x^2 - 3x + 10$ si $x \le k$ y $x^2 - 4x + 9$ si $x > k$. Igualando en $x = k$: $-k^2 - 3k + 10 = k^2 - 4k + 9$, es decir, $2k^2 - k - 1 = 0$, con soluciones $k = 1$ y $k = -\frac{1}{2}$. Las dos valen.

1 Cada trozo, en su intervalo
Di por qué cada fórmula es continua donde se usa: polinómica, denominador que no se anula en ese intervalo, radicando positivo…

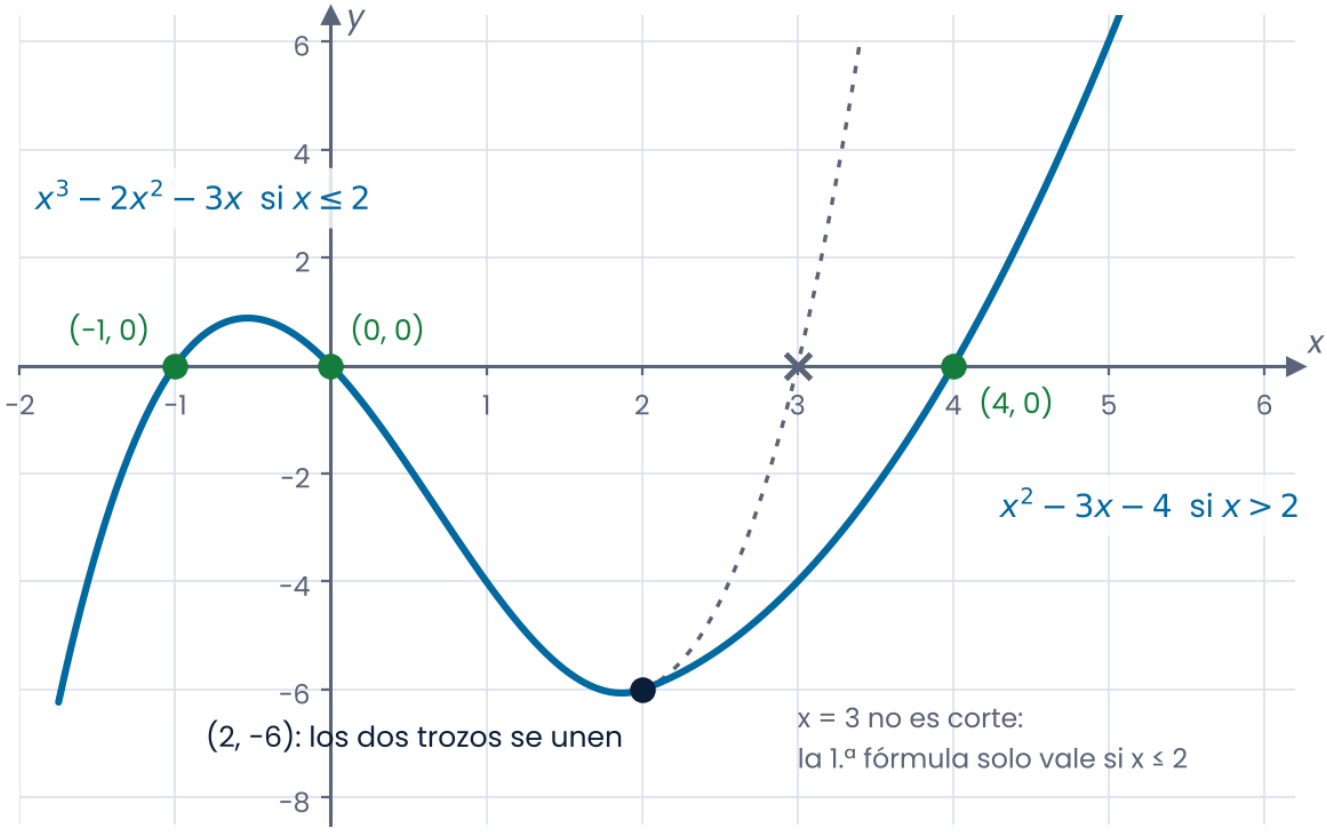
2 Cada punto de cambio $x = a$
Calcula $f(a)$ con la fórmula que incluye $x = a$ (la del «$\le$» o la del «$\ge$») y los dos laterales, cada uno con la fórmula de su lado.

3 Iguala y resuelve
$\lim_{x \to a^-} f(x) = \lim_{x \to a^+} f(x) = f(a)$ da una ecuación por cada punto de cambio. Con dos parámetros y dos puntos, un sistema.

4 Comprueba y concluye
Si una ecuación da dos valores, mira si sirven en todos los puntos. Termina con una frase: «f es continua en todo su dominio si y solo si…».

Cada solución, en su trozo

Cuando buscas cortes con los ejes o resuelves $f(x) = k$ en una función a trozos, cada solución tiene que estar **en el intervalo de la fórmula que has usado**. En Cantabria 2026, $x^3 - 2x^2 - 3x = 0$ da $x = 3$, pero ese trozo solo vale si $x \leq 2$: no es un corte. Los criterios avisan: «Se descontarán 0,1 puntos si no se comprueba que los valores obtenidos pertenecen al intervalo de definición de cada trozo».



La función de Cantabria 2026 con $a = -2$ (resuelto más abajo). Los dos trozos se unen en $(2, -6)$: es continua. Corta al eje OX en $x = -1$, $x = 0$ y $x = 4$. La línea gris de puntos es la primera fórmula prolongada más allá de $x = 2$, donde ya no se usa: por eso su cero $x = 3$ no es un corte de f.

7 Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas

Una **asíntota** es una recta a la que la gráfica se acerca tanto como quieras. Se calculan con límites, y las piden 8 de las 34 convocatorias ordinarias de 2025 y 2026 (en 6 comunidades), casi siempre de una función racional o a trozos. Se dan con su **ecuación**: $x = a$, $y = L$ o $y = mx + n$.

- **Oblicua, con los dos métodos** (Murcia 2026): $f(x) = \dfrac{2x^2 + 6}{x - 1}$. $m = \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{2x^2 + 6}{x^2 - x} = 2$ y $n = \lim\limits_{x \to \infty} \left(\dfrac{2x^2 + 6}{x - 1} - 2x \right) = \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{2x + 6}{x - 1} = 2$: $y = 2x + 2$. Dividiendo: $2x^2 + 6 = (x - 1)(2x + 2) + 8$, así que $f(x) = 2x + 2 + \dfrac{8}{x - 1}$, y el resto tiende a 0. Los criterios: «Si se calculan m y n pero falta la expresión y=mx+n se resta 0.05 puntos».
- **Un cero del denominador no siempre es asíntota.** Si el límite es finito (un $\frac{0}{0}$ que se simplifica del todo), hay un agujero, no una asíntota: es lo que preguntaba Aragón 2025, «¿La función f(x) tiene una asíntota vertical en x = 2? Justifique la respuesta basándose en el cálculo del límite».
- **A trozos, cada lado con su fórmula:** hacia $-\infty$, la del trozo de la izquierda; hacia $+\infty$, la de la derecha. En Madrid 2025 (2.1), $\dfrac{x + a}{x + 1} \to 1$ cuando $x \to +\infty$ (horizontal $y = 1$) y $\dfrac{x^2 + 1}{x - 1}$ tiene la oblicua $y = x + 1$

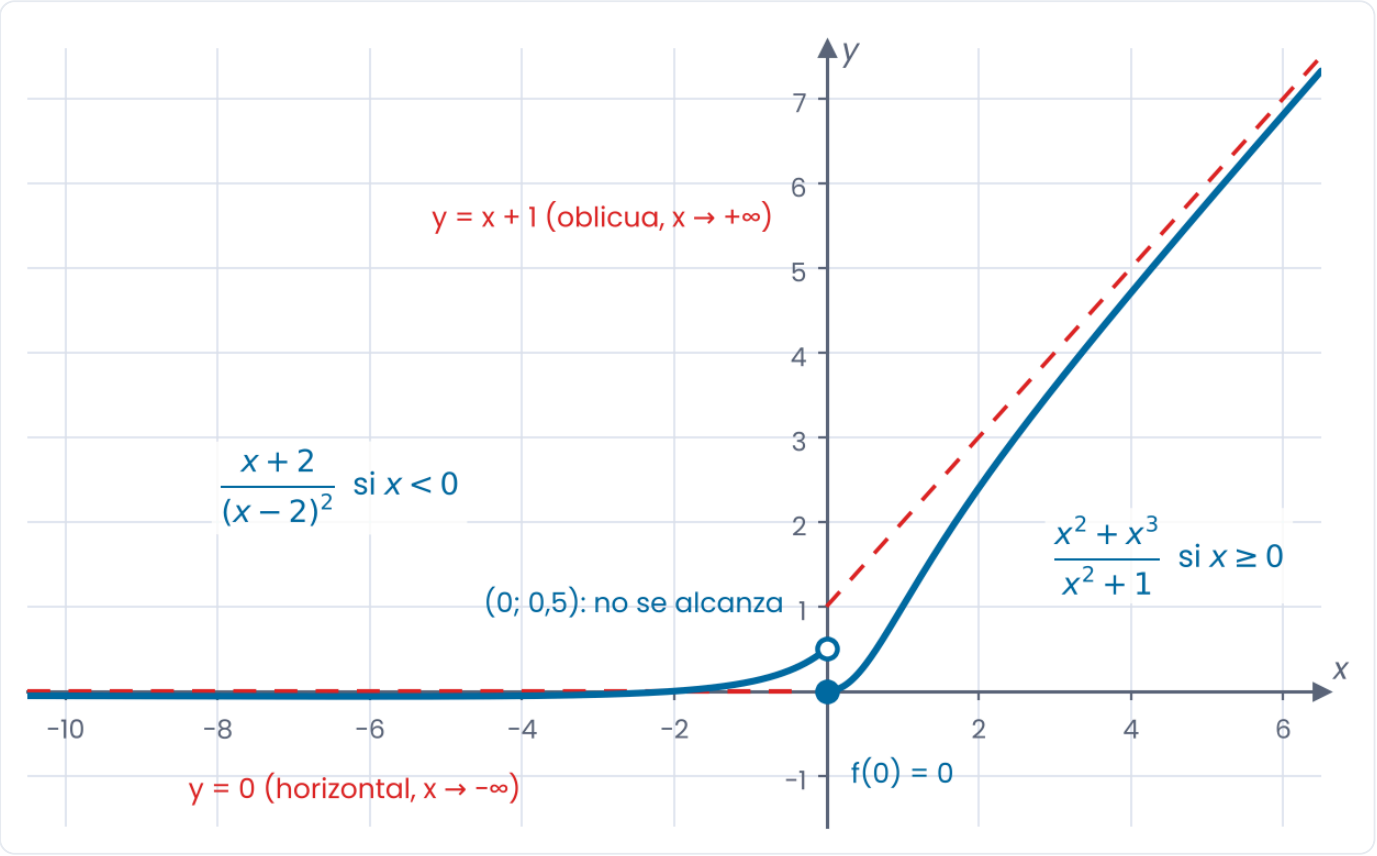
cuando $x \to -\infty$. Verticales no hay: ni $x = 1$ ni $x = -1$ caen en su trozo, y los criterios dan 0,25 puntos a la «Justificación correcta de la no existencia de asíntotas verticales».

Asíntota	Cuándo hay	Cómo se calcula
Vertical $x = a$	Si algún lateral $\lim_{x \to a^{\pm}} f(x)$ es $\pm\infty$	Candidatos: ceros del denominador (y bordes abiertos del dominio). Calcula los dos laterales y da su signo
Horizontal $y = L$	Si $\lim_{x \to +\infty} f(x) = L$ o $\lim_{x \to -\infty} f(x) = L$, con L un número	En una racional: grados iguales, L es el cociente de coeficientes principales; numerador de grado menor, $L = 0$
Oblicua $y = mx + n$	En una racional, si el grado del numerador es uno más que el del denominador	$m = \lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x}$ y $n = \lim_{x \to \infty} \big(f(x) - mx\big)$, o dividiendo

En un mismo lado ($+\infty$ o $-\infty$) hay horizontal **u** oblicua, nunca las dos. En lados distintos, sí puede haber una de cada (Madrid 2025 y 2026).

Escribe la recta, no solo el límite

Madrid 2026 da 0,1 puntos a la «Comunicación correcta del resultado» en cada asíntota, y Murcia resta si falta $y = mx + n$. Termina siempre con la ecuación y el lado: «$y = 0$ es asíntota horizontal cuando $x \to -\infty$».



La función de Madrid 2026 (resuelto más abajo). Hacia la izquierda se pega al eje OX: asíntota horizontal $y = 0$ cuando $x \to -\infty$. Hacia la derecha va por debajo de la oblicua $y = x + 1$. En $x = 0$ salta: por la izquierda se acerca a $\frac{1}{2}$ (punto hueco) y $f(0) = 0$.

8 Qué te piden en tu comunidad

Salió en 22 de las 34 convocatorias ordinarias de 2025 y 2026, casi siempre dentro de un ejercicio de análisis más largo (monotonía, gráfica o área). Mira tu fila.

Comunidad	Qué cae (ordinarias 2025–2026)
Andalucía	2026: a y b para que sea continua una función de tres trozos; 2025: tendencia de un modelo exponencial
Aragón	2025: límite $\frac{0}{0}$ con raíz (conjugado) y asíntota vertical; usuarios de una aplicación a largo plazo

Comunidad	Qué cae (ordinarias 2025–2026)
Asturias	2026: el k que hace continua una función de ventas de tres trozos
Baleares	Límites en el infinito («en un futuro muy lejano», traducido del catalán; valores en los extremos del dominio). La matriz 2027 **no prioriza las asíntotas oblicuas** y la continuidad «podrá incluir un único parámetro» (traducido del catalán)
Canarias	Modelo a trozos: continuidad (y derivabilidad, Tema 5) y techo a largo plazo. Basta dar los **intervalos de continuidad**, sin nombrar el tipo de discontinuidad (acta de coordinación de 29-09-2026)
Cantabria	Función a trozos en el Apartado 2, obligatorio (con parámetro en 2026) y cortes con los ejes
Castilla-La Mancha	Ejercicio 3 a): a trozos con parámetro k (2025) o modelo a trozos y su límite (2026)
Castilla y León	Cuestión de 1,5 puntos: estudiar la continuidad de una función a trozos
Comunitat Valenciana	A trozos de tres tramos (2025 y 2026; en 2026, con tres parámetros) y asíntotas de una racional (2025)
Extremadura	Asíntotas de una racional (1,5 puntos dentro del problema C2)
La Rioja	Asíntotas de una racional con parámetro
Madrid	Los dos años: continuidad en $x = 0$ de una función a trozos y asíntotas a cada lado
Murcia	Dominio y asíntotas (vertical y oblicua) de una racional, dentro de un estudio con derivadas
Navarra	2025: población a largo plazo y si es continua
Cataluña, Galicia y País Vasco	No ha caído en las ordinarias de 2025 y 2026. En Cataluña, las orientaciones solo nombran los límites de funciones racionales y sus asíntotas **horizontales y verticales** (las oblicuas no figuran)

9 Ejercicio resuelto: parámetro para que una función a trozos sea continua y cortes con los ejes (Cantabria 2026)

PAU CANTABRIA 2026 · CONVOCATORIA ORDINARIA · APARTADO 2 (OBLIGATORIO; 4 PUNTOS)

Realice las siguientes tareas a partir de esta función. Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + ax^2 - 3x, & si \;\; x \leq 2 \\ x^2 - 3x - 4, & si \;\; x > 2 \end{cases}$$

2.1A) Calcule el valor del parámetro a para que la función $f(x)$ sea continua en todo su dominio. Para el valor de a obtenido, halle los puntos de corte de la gráfica con los ejes de coordenadas. (1,5 puntos)

2.1B) Considerando el caso $a = -2$, calcule el área de la región delimitada por esta función, el eje de abscisas OX y las rectas verticales $x = 0$, $x = 2$. (1,5 puntos)

2.1C) Considerando el caso $a = 0$, calcule los extremos relativos que tiene esta función en el intervalo $[-3, 2]$, especificando si son máximos o mínimos. (1 punto)

Apartado 2.1A)

1. **Qué te piden:** el a que hace que los trozos «encajen» en $x = 2$. Herramienta: los dos laterales y $f(2)$.
2. **Cada trozo.** Las dos fórmulas son polinómicas, así que f es continua en $(-\infty, 2)$ y en $(2, +\infty)$ para cualquier a. Solo hay que estudiar $x = 2$.

3. **Los tres valores en $x = 2$.** El $x = 2$ va con el primer trozo ($x \leq 2$): $f(2) = 8 + 4a - 6 = 2 + 4a$. Por la izquierda, con la misma fórmula: $\lim_{x \to 2^-} f(x) = 2 + 4a$. Por la derecha, con la segunda: $\lim_{x \to 2^+} \left(x^2 - 3x - 4\right) = 4 - 6 - 4 = -6$.
4. **Iguala:** $2 + 4a = -6 \iff 4a = -8 \iff a = -2$. Con cualquier otro valor habría un salto finito en $x = 2$.
5. **Corte con OY** ($x = 0$, que está en el primer trozo): $f(0) = 0$. El punto es $(0, 0)$.
6. **Cortes con OX, trozo a trozo.** Primer trozo, con $a = -2$: $x^3 - 2x^2 - 3x = x\left(x^2 - 2x - 3\right) = x\,(x + 1)(x - 3) = 0$, que da $x = 0$, $x = -1$ y $x = 3$. Como este trozo solo vale si $x \leq 2$, **$x = 3$ se descarta**. Segundo trozo: $x^2 - 3x - 4 = (x - 4)(x + 1) = 0$, que da $x = 4$ y $x = -1$; este trozo solo vale si $x > 2$, así que solo sirve $x = 4$.

SOLUCIÓN f es continua en todo $\mathbb{R}$ si y solo si $a = -2$. Entonces corta a los ejes en $(0, 0)$, $(-1, 0)$ y $(4, 0)$.

Apartado 2.1B)

1. Es del Tema 8 (áreas); aquí, la idea. En $[0, 2]$ se usa el primer trozo, $x^3 - 2x^2 - 3x = x(x + 1)(x - 3)$, que es **negativo** en $(0, 2)$ ($x > 0$, $x + 1 > 0$ y $x - 3 < 0$). Por eso el área es la integral cambiada de signo.
2. Una primitiva: $F(x) = \dfrac{x^4}{4} - \dfrac{2x^3}{3} - \dfrac{3x^2}{2}$. Barrow: $F(2) - F(0) = 4 - \dfrac{16}{3} - 6 = -\dfrac{22}{3}$.

SOLUCIÓN Área $= \dfrac{22}{3} \approx 7{,}33$ u².

Apartado 2.1C)

1. Es del Tema 6 (extremos); aquí, la idea. Con $a = 0$ y $x \in [-3, 2]$ (todo en el primer trozo), $f(x) = x^3 - 3x$ y $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \iff x = \pm 1$.
2. $f''(x) = 6x$: $f''(-1) = -6 < 0$ (máximo) y $f''(1) = 6 > 0$ (mínimo). Valores: $f(-1) = -1 + 3 = 2$ y $f(1) = 1 - 3 = -2$.

SOLUCIÓN Máximo relativo en $(-1, 2)$ y mínimo relativo en $(1, -2)$.

Lo que puntúa. Criterios oficiales de Cantabria 2026 (Tarea 2.1A, 1,5 puntos): «Estudio de la continuidad dentro de cada segmento: 0,1 puntos», «Planteamiento de la condición de continuidad (igualdad de límites laterales en x = 2): 0,1 puntos», «Cálculo correcto de lím(x→2⁻) f(x) = 2 + 4a: 0,2 puntos», «Cálculo correcto de lím(x→2⁺) f(x) = -6: 0,2 puntos» y «Obtención correcta de a = -2: 0,3 puntos. No se valorará si los cálculos anteriores son incorrectos». Los cortes valen 0,15 cada uno, «verificando que cumplen x ≤ 2» o «x > 2», y «Se descontarán 0,1 puntos si no se comprueba que los valores obtenidos pertenecen al intervalo de definición de cada trozo». Y por acuerdo de coordinación: «No se valorará ningún resultado obtenido exclusivamente con la calculadora sin desarrollo escrito».

Error típico que te quita puntos. Dar $x = 3$ como corte con OX (es un cero de la primera fórmula, que no se usa para $x > 2$) o quedarse con $x = -1$ también en el segundo trozo. Y calcular $f(2)$ con la segunda fórmula.

10 Ejercicio resuelto: dominio, continuidad en un punto y asíntotas de una función a trozos (Madrid 2026)

PAU COMUNIDAD DE MADRID 2026 · CONVOCATORIA ORDINARIA · PREGUNTA 2, OPCIÓN 2.2 (A ELEGIR ENTRE 2.1 Y 2.2; 2,5 PUNTOS)

Sea la función real de variable real definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x+2}{(x-2)^2} & \text{si } x < 0, \\ \dfrac{x^2+x^3}{x^2+1} & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

a) Determine razonadamente el dominio de $f(x)$. (0,5 puntos)

b) Estudie la continuidad de $f(x)$ en $x = 0$. (0,5 puntos)

c) Calcule la asíntota de $f(x)$ cuando $x \to -\infty$. (0,5 puntos)

d) Calcule la asíntota de $f(x)$ cuando $x \to +\infty$. (1 punto)

Apartado a)

1. **Qué te piden:** dónde tiene sentido cada fórmula, **en su trozo**.
2. **Trozo** $x < 0$. $(x-2)^2 = 0$ solo si $x = 2$, que no es menor que 0: en este trozo el denominador nunca se anula.
3. **Trozo** $x \geq 0$. $x^2 + 1 \geq 1 > 0$ siempre.

SOLUCIÓN $\text{Dom}\, f = \mathbb{R}$ y los límites laterales en $x = 0$ son finitos ($\frac{1}{2}$ y 0). Por eso f no tiene asíntotas verticales.

Apartado b)

1. **Qué te piden:** comprobar si $\lim_{x \to 0^-} f(x) = \lim_{x \to 0^+} f(x) = f(0)$.
2. $f(0)$, con la segunda fórmula ($x \geq 0$): $f(0) = \dfrac{0}{1} = 0$.
3. Por la izquierda: $\lim_{x \to 0^-} \dfrac{x+2}{(x-2)^2} = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$. Por la derecha: $\lim_{x \to 0^+} \dfrac{x^2+x^3}{x^2+1} = \dfrac{0}{1} = 0$.
4. Los laterales son finitos y distintos ($\frac{1}{2} \neq 0$): el límite en $x = 0$ no existe.

SOLUCIÓN f **no es continua** en $x = 0$: tiene una discontinuidad de salto finito (el salto es $\frac{1}{2}$). Sí es continua por la derecha, porque $\lim_{x \to 0^+} f(x) = f(0)$.

Apartado c)

1. Cuando $x \to -\infty$ se usa el primer trozo: $\dfrac{x+2}{(x-2)^2} = \dfrac{x+2}{x^2-4x+4}$. El numerador tiene grado 1 y el denominador, grado 2:

$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x+2}{x^2-4x+4} = 0.$$

2. Hay asíntota horizontal, así que por ese lado no hay oblicua.

SOLUCIÓN $y = 0$ es asíntota horizontal cuando $x \to -\infty$.

Apartado d)

1. Cuando $x \to +\infty$ se usa el segundo trozo. El numerador (grado 3) tiene un grado más que el denominador (grado 2): no hay horizontal ($f(x) \to +\infty$) y **sí oblicua** $y = mx + n$.
2. **Pendiente:**

$$m = \lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^3 + x^2}{x^3 + x} = 1.$$

3. **Ordenada en el origen** ($\infty - \infty$, común denominador):

$$n = \lim_{x \to +\infty} \big(f(x) - x\big) = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^3 + x^2 - x^3 - x}{x^2 + 1} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 - x}{x^2 + 1} = 1.$$

4. **Comprobación dividiendo:** $x^3 + x^2 = (x^2 + 1)(x + 1) - (x + 1)$, así que $f(x) = x + 1 - \dfrac{x + 1}{x^2 + 1}$. El último término tiende a 0 y es negativo para $x \geq 0$: la curva va por debajo de la asíntota.

SOLUCIÓN $y = x + 1$ es asíntota oblicua cuando $x \to +\infty$ (coincide con la solución oficial).

Lo que puntúa. Criterios oficiales de Madrid 2026 (opción 2.2): a) «Justificación correcta del dominio en la rama x < 0» 0,4 y «en la rama x ≥ 0» 0,1; b) «Planteamiento de la definición de continuidad» 0,1, «Cálculo correcto de los límites» 0,1 y «Conclusión correcta sobre la no continuidad en x=0» 0,3; c) «Cálculo correcto de la asíntota horizontal» 0,4 y «Comunicación correcta del resultado» 0,1; d) «Identificación de la existencia de una asíntota oblicua» 0,2, «Cálculo correcto de la pendiente» 0,3, «Cálculo correcto de la ordenada en el origen» 0,4 y «Comunicación correcta del resultado» 0,1. La calificación va en múltiplos de 0,1, y las instrucciones avisan: «Todas las respuestas deben ser razonadamente justificadas».

Error típico que te quita puntos. Decir que $x = 2$ no está en el dominio (o que es una asíntota vertical): esa fórmula solo se usa si $x < 0$. En el b), concluir «es continua» porque $f(0)$ existe. Y en el d), quedarse en $m = 1$ y $n = 1$ sin escribir la recta $y = x + 1$.

11 Ejercicio resuelto: continuidad de un modelo y su tendencia a largo plazo (Castilla-La Mancha 2026)

PAU CASTILLA-LA MANCHA 2026 · CONVOCATORIA ORDINARIA · EJERCICIO 3, APARTADO A) (A ELEGIR ENTRE LOS APARTADOS A Y B; 2,5 PUNTOS)

La profundidad de la capa de arena en una playa se verá afectada por la construcción de un dique. La profundidad (P) en función del tiempo, en años desde el inicio de la construcción (t) vendrá dada por la función

$$P(t) = \begin{cases} 2 + t^2 & si \;\; 0 \leq t \leq 1 \\ \dfrac{8t^2 - t - 1}{2t^2} & si \;\; t > 1 \end{cases}.$$

Si la profundidad llegara a superar los 4 metros, se debería elevar la altura del paseo marítimo.

a.1) ¿Es la profundidad una función continua del tiempo? (1 punto)

a.2) ¿Disminuirá alguna vez la profundidad? (1 punto)

a.3) Por mucho tiempo que pase ¿será necesario elevar la altura del paseo por causa de la profundidad de la capa de arena? (0,5 puntos)

Apartado a.1)

1. **Qué te piden:** si hay algún salto en la profundidad. Herramienta: continuidad de cada trozo y los tres valores en el punto de cambio, $t = 1$.
2. **Cada trozo.** $2 + t^2$ es polinómica: continua en $[0, 1]$. $\dfrac{8t^2 - t - 1}{2t^2}$ es racional y su denominador solo se anula en $t = 0$, que no está en $t > 1$: continua en $(1, +\infty)$.
3. **En $t = 1$.** $P(1) = 2 + 1 = 3$ (el $t = 1$ va con el primer trozo). Por la izquierda, $\lim\limits_{t \to 1^-} (2 + t^2) = 3$. Por la derecha, $\lim\limits_{t \to 1^+} \dfrac{8t^2 - t - 1}{2t^2} = \dfrac{8 - 1 - 1}{2} = 3$.

SOLUCIÓN Sí: $\lim\limits_{t \to 1} P(t) = 3 = P(1)$, así que la profundidad es continua en todo $[0, +\infty)$. No hay cambios bruscos.

Apartado a.2)

1. Es del Tema 6 (monotonía); aquí, la idea. En $(0, 1)$, $P'(t) = 2t > 0$.
2. Para $t > 1$, separando la fracción, $P(t) = 4 - \dfrac{1}{2t} - \dfrac{1}{2t^2}$ y $P'(t) = \dfrac{t + 2}{2t^3} > 0$ (la solución oficial lo escribe $\dfrac{t^2 + 2t}{2t^4}$).
3. P crece a los dos lados de $t = 1$ y es continua en $t = 1$ (apartado anterior): crece en todo $[0, +\infty)$.

SOLUCIÓN No: la profundidad no disminuye nunca; siempre aumenta.

Apartado a.3)

1. **Qué te piden:** si en algún momento $P(t) > 4$. «Por mucho tiempo que pase» invita a calcular el límite, pero el límite solo dice a qué valor se acerca.
2. **Límite** (grados iguales):

$$\lim_{t \to +\infty} \frac{8t^2 - t - 1}{2t^2} = \frac{8}{2} = 4.$$

   $P = 4$ es una asíntota horizontal.
3. **¿Lo supera?** Para $t > 1$, $P(t) = 4 - \dfrac{t + 1}{2t^2}$ y $\dfrac{t + 1}{2t^2} > 0$, así que $P(t) < 4$. En $[0, 1]$, $P(t) \leq P(1) = 3$. Otra forma, la de la solución oficial: $\dfrac{8t^2 - t - 1}{2t^2} = 4 \iff 8t^2 - t - 1 = 8t^2 \iff t = -1$, que no está en $t > 1$: nunca vale 4.
4. Junto con el a.2: la profundidad crece siempre, se acerca a 4 m y no llega nunca.

SOLUCIÓN No será necesario elevar el paseo: la profundidad tiende a 4 metros, pero siempre se queda por debajo.

Lo que puntúa. Castilla-La Mancha no desglosa más: a.1, 1 punto; a.2, 1 punto; a.3, 0,5 puntos. Las instrucciones exigen que «Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas». La solución oficial resuelve el a.1 con los dos laterales en $t = 1$; el a.2, con el signo de P'; y el a.3, con la ecuación $P(t) = 4$ o con

el límite. **Una errata de la solución oficial:** en el a.3 escribe «$\max_{0\le t\le 1} P(t) = P(1) = 2$ metros», pero $P(1) = 2 + 1^2 = 3$ m (el valor que la propia solución usa en el a.1). La conclusión no cambia.

Error típico que te quita puntos. En el a.3, contestar «tiende a 4, luego llegará a 4»: tender no es llegar. Responder solo con el límite tampoco prueba que no se supere; la solución oficial lo da como alternativa, pero lo seguro es añadir que $P(t) < 4$ (o que $P(t) = 4$ no tiene solución). En el a.1, estudiar los trozos y olvidar $t = 1$.

Conceptos clave

Dominio

Valores de x en los que la función está definida (y, en un modelo, que tienen sentido: $t \geq 0$).

Límite de una función en un punto

El valor L al que se acerca $f(x)$ cuando x se acerca a a (sin valer a): $\lim_{x\to a} f(x) = L$. Existe si los dos laterales existen y coinciden.

Límite lateral

El valor al que se acerca $f(x)$ cuando $x \to a$ solo por la izquierda (a^-) o solo por la derecha (a^+).

Límite en el infinito

El valor al que se acerca $f(x)$ cuando $x \to +\infty$ o $x \to -\infty$. En un modelo, la tendencia a largo plazo.

Indeterminación

Resultado como $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$ o $\infty - \infty$, que no dice cuánto vale el límite: hay que transformar la expresión.

Función continua en un punto

f es continua en a si existe $f(a)$, existe $\lim_{x\to a} f(x)$ y los dos coinciden.

Discontinuidad evitable

El límite en a existe y es finito, pero $f(a)$ no existe o es distinto. Se arregla definiendo $f(a)$ como el límite.

Discontinuidad de salto finito

Los dos límites laterales son finitos y distintos; el salto es su diferencia.

Discontinuidad de salto infinito

Algún límite lateral es $+\infty$ o $-\infty$. También se llama asintótica: hay una asíntota vertical.

Función a trozos

Función definida con fórmulas distintas en intervalos distintos; cada fórmula solo vale en su intervalo.

Asíntota vertical

Recta $x = a$ tal que algún límite lateral de f en a es $\pm\infty$.

Asíntota horizontal

Recta $y = L$ tal que $\lim_{x\to+\infty} f(x) = L$ o $\lim_{x\to-\infty} f(x) = L$. En un modelo, el nivel al que tiende a largo plazo.

Asíntota oblicua

Recta $y = mx + n$ ($m \neq 0$) a la que se acerca la gráfica cuando $x \to \pm\infty$: $m = \lim \dfrac{f(x)}{x}$ y $n = \lim \big(f(x) - mx\big)$.

MODO PAU

Siete reglas que valen puntos

Dominio

Denominadores, raíces y logaritmos, **cada uno en su trozo**. Con contexto, $t \geq 0$.

Sustituye primero

Si sale un número, ya está. $\frac{k}{0}$ es infinito (signo con los laterales); $\frac{0}{0}$, simplifica.

Continuidad

En cada punto de cambio, los tres valores: los dos laterales y $f(a)$. Y una frase de conclusión.

Parámetros

Una ecuación por punto de cambio; si sale más de un valor, comprueba cuál sirve en todos los puntos.

En su trozo

Cada corte o solución, dentro del intervalo de la fórmula que has usado.

Asíntotas

Por cada lado. Termina con la recta: $x = a$, $y = L$ o $y = mx + n$.

Largo plazo

Límite cuando $t \to +\infty$ con unidades. ¿Lo supera? Eso lo dicen la monotonía o una ecuación, no el límite.

Cómo te lo pueden preguntar

- Estudia la continuidad de una función a trozos o halla el parámetro (o los parámetros) que la hacen continua: salió en 13 de las 34 convocatorias ordinarias de 2025 y 2026, en 8 comunidades; en 6 de esas 13, con parámetro.
- Calcula las asíntotas (vertical, horizontal u oblicua) de una función racional o a trozos: salió en 8 de las 34 convocatorias ordinarias de 2025 y 2026, en 6 comunidades.
- Calcula el límite de un modelo cuando $t \to +\infty$ e interprétalo: a qué valor tiende a largo plazo o si llega a superar un umbral: salió en 7 de las 34 convocatorias ordinarias de 2025 y 2026, en 6 comunidades.
- Determina razonadamente el dominio de la función, como primer apartado de un estudio: Madrid 2026, Murcia 2025 y 2026, Comunitat Valenciana 2025 y La Rioja 2026.
- Calcula un límite con una indeterminación $\frac{0}{0}$ y decide si hay asíntota vertical: Aragón 2025, con una raíz (conjugado).
- En total, el tema salió en 22 de las 34 convocatorias ordinarias de 2025 y 2026, en 14 comunidades. No ha caído en Cataluña, Galicia ni el País Vasco.

No lo confundas

- $\frac{k}{0}$ con $k \neq 0$ (el límite es infinito: calcula los laterales) con $\frac{0}{0}$ (indeterminación: simplifica).
- «No existe $f(a)$» con «no existe el límite en a»: en Aragón 2025, $f(2)$ no existe, pero el límite en $x = 2$ sí, y vale $\frac{5}{4}$.
- Cero del denominador con asíntota vertical: solo hay asíntota si el límite es infinito; si es finito, es un agujero (discontinuidad evitable).
- Asíntota horizontal con oblicua: por un mismo lado hay una u otra, nunca las dos; por lados distintos, puede haber una de cada (Madrid 2026).
- Tender a un valor con alcanzarlo: Canarias 2026 tiende a 300 palabras y Castilla-La Mancha 2026 a 4 m, y ninguno llega.

Ponte a prueba

PAU Castilla y León 2026, Apartado 2 (Bloque B) (3 puntos: se responden dos de las tres cuestiones, de 1,5 puntos cada una). 2. Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} 4x - 2 & \text{si } x \leq 3 \\ (x-4)^2 - 1 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Responder a dos de las siguientes cuestiones (2.1, 2.2, 2.3): 2.1 [1.5 puntos] Calcular el área limitada por la función $f(x)$ y el eje de abscisas en el intervalo $[4, 6]$, dibujando el recinto correspondiente. 2.2 [1.5 puntos] Estudiar la continuidad de la función $f(x)$ en todo su dominio de definición. 2.3 [1.5 puntos] Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función en el intervalo $(3, \infty)$.

Solución: 2.2 (la de este tema). Los dos trozos son polinómicos: f es continua en $(-\infty, 3)$ y en $(3, +\infty)$. En $x = 3$: $f(3) = 4 \cdot 3 - 2 = 10$, $\lim_{x \to 3^-} f(x) = 10$ y $\lim_{x \to 3^+} \left((x-4)^2 - 1\right) = 1 - 1 = 0$. Los laterales son finitos y distintos: f **es continua en** $\mathbb{R} - \{3\}$ y en $x = 3$ tiene una discontinuidad de salto finito (el salto es 10). 2.1 (Tema 8). En $[4, 6]$, $f(x) = (x-3)(x-5)$ cambia de signo en $x = 5$: área $= \frac{2}{3} + \frac{4}{3} = 2$ u². 2.3 (Tema 6). Para $x > 3$, $f'(x) = 2(x-4)$: decrece en $(3, 4)$ y crece en $(4, +\infty)$.

PAU Aragón 2025, Pregunta 4, Opción II, Q2 (5 puntos de los 10 de la Pregunta 4, que pesa 2,5 en la nota final; a elegir entre Opción I y Opción II). Dada $f(x) = \dfrac{x - \sqrt{6-x}}{x-2}$. Calcule $\lim_{x \to 2} f(x)$. ¿La función $f(x)$ tiene una asíntota vertical en $x = 2$? Justifique la respuesta basándose en el cálculo del límite.

Solución: Al sustituir, $\dfrac{2 - \sqrt{4}}{0} = \dfrac{0}{0}$: indeterminación. Multiplicando por el conjugado $x + \sqrt{6-x}$:

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - (6-x)}{(x-2)\left(x + \sqrt{6-x}\right)} = \lim_{x \to 2} \frac{(x+3)(x-2)}{(x-2)\left(x + \sqrt{6-x}\right)} = \lim_{x \to 2} \frac{x+3}{x + \sqrt{6-x}} = \frac{5}{4}.$$

Como el límite es **finito**, **no hay asíntota vertical** en $x = 2$: hay una discontinuidad evitable (un agujero en $(2;\ 1{,}25)$). Criterios de Aragón: «Identificar indeterminación (0/0) (0,5 ptos), multiplicar por el conjugado (1 pto), operar el numerador (1 pto). Factorizar numerador y simplificar (1 pto). Calcular el límite de la expresión resultante (0,5 ptos). Responder a la pregunta de la asíntota vertical (1 pto)».

PAU Extremadura 2026, Apartado C, problema C2 (3 puntos; a elegir entre C1 y C2). C2. Calcular: a) El valor de m (con $m > 0$) para que el área encerrada por la función $f(x) = 2x + 1$ y el eje OX entre $x = 0$ y $x = m$ valga 20 unidades de superficie. (de 0 a 1.5 puntos) b) Las asíntotas de la función:

$$g(x) = \frac{-2x^2 + 6x - 4}{2(x-1)^2}$$

(de 0 a 1.5 puntos)

Solución: b) (la de este tema). Dominio: $\mathbb{R} - \{1\}$. En $x = 1$ el numerador también se anula ($-2 + 6 - 4 = 0$): es $\frac{0}{0}$. Factorizando, $-2x^2 + 6x - 4 = -2(x-1)(x-2)$ y, para $x \neq 1$, $g(x) = \frac{-(x-2)}{x-1} = \frac{2-x}{x-1}$, que en $x = 1$ da $\frac{1}{0}$: $\lim_{x \to 1^-} g(x) = -\infty$ y $\lim_{x \to 1^+} g(x) = +\infty$. **Asíntota vertical** $x = 1$. Grados iguales: $\lim_{x \to \pm\infty} g(x) = \frac{-2}{2} = -1$, **asíntota horizontal** $y = -1$ por los dos lados, y por tanto ninguna oblicua. a) (Tema 8). $\int_0^m (2x+1)\,dx = m^2 + m = 20$ da $m = 4$ o $m = -5$: como $m > 0$, $m = 4$. Criterios de Extremadura para el b): «Determinación de posible asíntota vertical: de 0 a 0.75 puntos. Determinación de posible asíntota horizontal: de 0 a 0.5 puntos. Cálculo de los límites para la verificación y expresión de la solución: de 0 a 0.25».

Fuentes

1. Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato (Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II)
2. Examen PAU Matemáticas CCSS II Cantabria 2026 (ordinaria)
3. Criterios de corrección Cantabria 2026 (ordinaria)
4. Examen PAU Matemáticas CCSS II Madrid 2026 (ordinaria), con solución y criterios
5. Examen PAU Matemáticas CCSS II Castilla-La Mancha 2026 (ordinaria)
6. Soluciones y criterios Castilla-La Mancha 2026 (ordinaria)
7. Examen PAU Matemáticas CCSS II Castilla y León 2026 (ordinaria)
8. Criterios de corrección Castilla y León 2026 (ordinaria)
9. Examen PAU Matemáticas CCSS II Aragón 2025 (ordinaria), con criterios
10. Examen PAU Matemáticas CCSS II Extremadura 2026 (ordinaria)
11. Criterios de corrección Extremadura 2026 (ordinaria)
12. Examen PAU Matemáticas CCSS II Murcia 2026 (ordinaria), con criterios
13. Exámenes de los demás ejemplos (Andalucía, Asturias, Baleares, Canarias, Castilla-La Mancha 2025, Comunitat Valenciana, Madrid 2025 y Navarra)

Imágenes: Modelo de Castilla-La Mancha 2026: Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con la función exacta del examen. · Tipos de discontinuidad: Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con la función exacta del examen. · Función de Cantabria 2026: Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con la función exacta del examen. · Función de Madrid 2026: Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con la función exacta del examen.

Apuntes de Farmeando PAU · farmeandopau.com · Revisados frente a fuentes. Última revisión: 31 de octubre de 2026. Licencia CC BY-NC-ND 4.0: puedes copiarlo y compartirlo citándonos, sin uso comercial ni cambios (las imágenes, con su propia licencia). ¿Un error? Avísanos desde la página del tema. Cómo los hacemos: farmeandopau.com/metodologia.