Derivadas

Test de 10 preguntas y flashcards de este tema en **farmeandopau.com** ›

Última revisión: 31 de octubre de 2026.

Escanea y haz el test del tema

LA IDEA EN 30 SEGUNDOS

La **derivada** $f'(a)$ es el **ritmo de cambio instantáneo** de una magnitud —cuánto cambia f por cada unidad de x en ese instante, **con sus unidades**— y la **pendiente de la recta tangente**. En la PAU de Mates CCSS el tema aparece en 13 de las 34 convocatorias ordinarias de 2025 y 2026, en 9 comunidades, casi siempre dentro de un ejercicio de funciones. Lo que más cae es la **recta tangente** (6 de 34); después, **interpretar la derivada** en el contexto (3 de 34) y la **derivabilidad de una función a trozos** (2 de 34). Se deriva con las **reglas**, no con la definición.

1 De la tasa de variación media a la derivada

La **tasa de variación media** (TVM) de f en $[a, b]$ es lo que cambia f, de media, por cada unidad de x:

$$\text{TVM}[a,b] = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}.$$

En la gráfica es la **pendiente de la recta secante** que une los puntos de abscisas a y b. El Real Decreto 243/2022 lo plantea así: «La derivada como razón de cambio en resolución de problemas de optimización en contextos diversos».

- **Ejemplo con unidades (Baleares 2026, extraordinaria; tercer ejercicio resuelto).** Si la altura media pasó de 157 cm hace 200 años a 169 cm hoy, $\text{TVM}[-200, 0] = \frac{169 - 157}{0 - (-200)} = \frac{12}{200} = 0{,}06$ cm por año. En su modelo **lineal**, $f(t) = 169 + t \cdot m$, la TVM es la misma en cualquier intervalo, coincide con la derivada y es justo $m = 0{,}06$.
- **La tasa de variación instantánea** es la TVM en un intervalo cada vez más pequeño. Ese límite es la **derivada** de f en a:

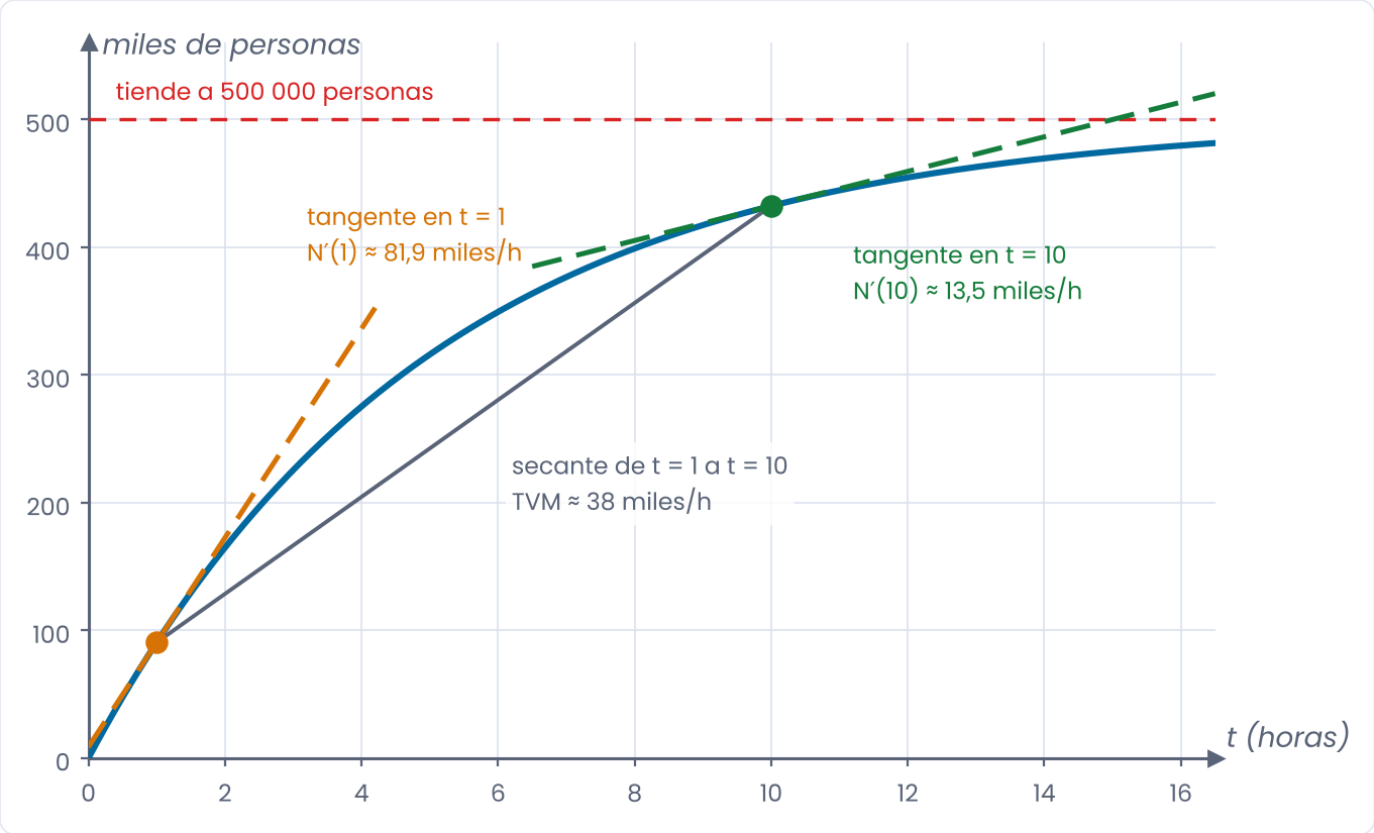
  $$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}.$$

  Si existe y es finito, f es **derivable** en a, y $f'(a)$ es la pendiente de la **recta tangente** en $\big(a, f(a)\big)$: la secante se convierte en la tangente cuando $h \to 0$.
- **Por la definición** (es la función de Baleares 2025, ordinaria, que pedía la pendiente de la tangente en $x = 1$): con $f(x) = x^3 - 3x^2$, $f(1) = -2$ y $f(1+h) = -2 - 3h + h^3$, así que

  $$\frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \frac{-3h + h^3}{h} = -3 + h^2 \xrightarrow[h \to 0]{} -3.$$

  Luego $f'(1) = -3$. Con la regla de la sección 3 sale lo mismo en una línea: $f'(x) = 3x^2 - 6x$, $f'(1) = -3$.

- **La media esconde lo que pasa dentro.** En Andalucía 2025 (ordinaria), las personas que han visto una noticia t horas después de publicarse son $N(t) = 500\,000\,(1 - e^{-0{,}2t})$. La TVM entre $t = 1$ y $t = 10$ es de unas 37 966 personas por hora, pero el ritmo real pasa de unas 81 873 a unas 13 534 (figura).
- **La función derivada** $f'(x)$ da la tasa instantánea en cada punto. En la PAU no se calcula con el límite, sino con las reglas (sección 3).



Media e instantánea (Andalucía 2025, ordinaria). $N(t) = 500\,000\,(1 - e^{-0{,}2t})$, en miles de personas. La secante de $t = 1$ a $t = 10$ tiene pendiente ≈ 38 miles por hora (la TVM); las tangentes, $N'(1) \approx 81{,}9$ y $N'(10) \approx 13{,}5$ miles por hora. Se sigue difundiendo, cada vez más despacio.

2 Interpretar la derivada: un ritmo de cambio con unidades

En CCSS casi nunca basta con calcular $f'(a)$: piden «evalúa e interpreta», «qué representa» o «qué conclusión se obtiene». Salió en 3 de las 34 convocatorias ordinarias de 2025 y 2026 (Andalucía 2025, Madrid 2026 y Murcia 2025) y en las extraordinarias de Murcia 2025 («Evalúa e interpreta la primera derivada de B(x) en x = 750») y Baleares 2026 (tercer ejercicio resuelto). La respuesta tiene cuatro piezas: **el instante, el signo, el número y las unidades**.

- **Murcia 2025 (ordinaria), un concierto.** Con $N(t) = \dfrac{20t}{(t+1)^2}$ miles de asistentes t horas después del comienzo, $N'(2) = -\dfrac{20}{27} \approx -0{,}74$: **a las dos horas, la asistencia disminuye a un ritmo de unas 740 personas por hora**. El cambio exacto en la hora siguiente es $N(3) - N(2) = -\frac{25}{36} \approx -0{,}69$ (figura; el ejercicio entero está resuelto en el Tema 6).
- **Andalucía 2025 (ordinaria), comparar dos instantes.** El apartado d) define la «velocidad de difusión de la noticia (número de personas por hora que han visto la publicación)» como $N'(t)$. Con $N'(t) = 100\,000\,e^{-0{,}2t}$: $N'(1) \approx 81\,873$ y $N'(10) \approx 13\,534$ personas por hora. Conclusión: las dos son positivas (la noticia la sigue viendo gente nueva), pero la difusión es unas seis veces más lenta a las 10 horas.

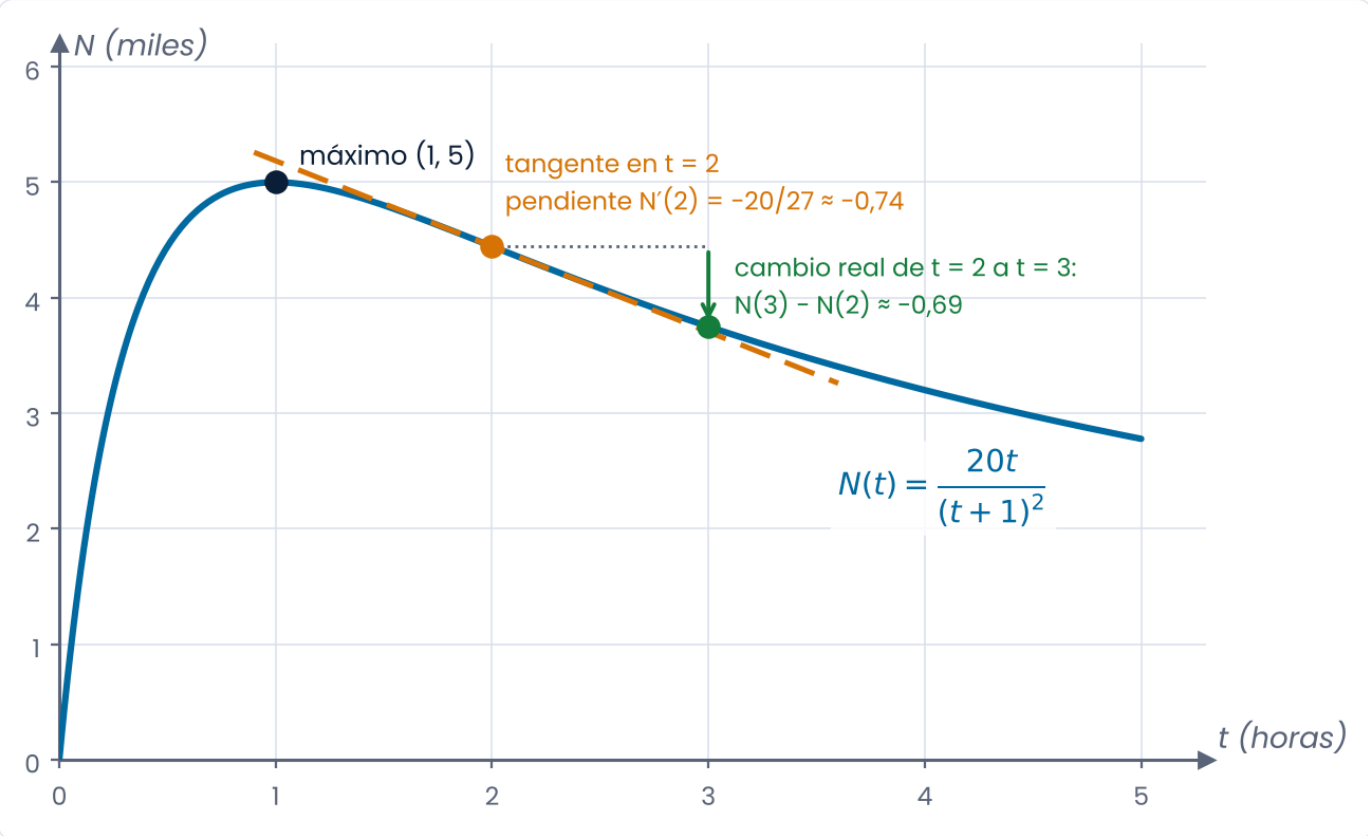
- **Elasticidad (Cataluña 2026, extraordinaria).** Con $d(p) = 500 - 10p - p^2$ y la fórmula del enunciado, $E(p) = \dfrac{p}{d(p)}\, d'(p)$: $E(p) = \dfrac{p(-10-2p)}{500-10p-p^2}$, $E(5) = -\frac{4}{17} \approx -0{,}24$ y $E(10) = -1$: a 10 €, subir el precio un 1 % baja la demanda alrededor de un 1 %. Y 10 € era el precio de ingreso máximo del apartado anterior: $I'(p) = d(p)\big(1 + E(p)\big)$ se anula si $E(p) = -1$.

Lo que miras	Qué te dice
El **signo** de $f'(a)$	$f'(a) > 0$: en ese instante f aumenta; $f'(a) < 0$: disminuye; $f'(a) = 0$: ni sube ni baja (tangente horizontal)
Las **unidades**	Unidades de f **por** unidad de x: personas por hora, centímetros por año, euros por unidad
$f(a+1) - f(a) \approx f'(a)$	Lo que cambiará, más o menos, en la unidad siguiente. En economía se llama valor **marginal** (coste marginal, ingreso marginal)

Es una aproximación, no una igualdad.

La frase que puntúa

Instante + signo + número + unidades: «**en $t = 2$ h, la asistencia disminuye a razón de unas 740 personas por hora**». No vale «$N'(2) = -0{,}74$ personas» (N va en **miles** y N' es un ritmo, **por hora**), ni «hay $-0{,}74$ asistentes»: $N'(2)$ no dice cuántos hay, sino lo deprisa que cambian.



La derivada como ritmo (Murcia 2025, ordinaria). La tangente en $t = 2$ tiene pendiente $N'(2) = -\frac{20}{27} \approx -0{,}74$ miles de personas por hora. El cambio real hasta $t = 3$ es $-\frac{25}{36} \approx -0{,}69$ miles: la tangente aproxima, no da el valor exacto.

3 Reglas de derivación y regla de la cadena

Con la tabla y cuatro reglas se deriva todo lo que cae. La que más se olvida es la **regla de la cadena**: si dentro hay otra función $u(x)$, se deriva de fuera hacia dentro y se multiplica por $u'(x)$:

$$\big(f(u(x))\big)' = f'\big(u(x)\big) \cdot u'(x).$$

- **Cociente (Navarra 2025, extraordinaria):** «Calcule y simplifique la derivada de la función $f(x) = \dfrac{e^{3x}}{2x-5}$».

$$f'(x) = \frac{3e^{3x}(2x-5) - 2e^{3x}}{(2x-5)^2} = \frac{e^{3x}(6x-17)}{(2x-5)^2}.$$

  Simplificar es sacar factor común e^{3x} en el numerador.

- **Producto y cadena (Navarra 2026, extraordinaria):** $f(x) = 4 + 7x^3 \cdot \cos(5x) + \ln(2x-5)$. El 4 da 0; el producto, $21x^2\cos(5x) + 7x^3 \cdot \big(-5\,\mathrm{sen}(5x)\big)$; el logaritmo, $\dfrac{2}{2x-5}$. En total,

$$f'(x) = 21x^2\cos(5x) - 35x^3\,\mathrm{sen}(5x) + \frac{2}{2x-5}.$$

- **Logaritmo de un cociente (Andalucía, modelo 2027):** $g(x) = \ln\left(\dfrac{x^2-1}{x^2+1}\right)$. Lo más cómodo es separar antes de derivar, $g(x) = \ln(x^2-1) - \ln(x^2+1)$ (en su dominio, $|x| > 1$):

$$g'(x) = \frac{2x}{x^2-1} - \frac{2x}{x^2+1} = \frac{4x}{x^4-1}.$$

Función	Derivada	Con la cadena ($u = u(x)$)
k (constante)	0	—
x^n	$n\,x^{n-1}$	$(u^n)' = n\,u^{n-1}\,u'$
$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$(\sqrt{u})' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$	$\left(\dfrac{1}{u}\right)' = -\dfrac{u'}{u^2}$
e^x	e^x	$(e^u)' = e^u\,u'$
a^x	$a^x \ln a$	$(a^u)' = a^u \ln a \cdot u'$
$\ln x$	$\dfrac{1}{x}$	$(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$
$\log_a x$	$\dfrac{1}{x \ln a}$	$(\log_a u)' = \dfrac{u'}{u \ln a}$
$\mathrm{sen}\,x$	$\cos x$	$(\mathrm{sen}\,u)' = \cos u \cdot u'$
$\cos x$	$-\mathrm{sen}\,x$	$(\cos u)' = -\mathrm{sen}\,u \cdot u'$

Operaciones: $(f \pm g)' = f' \pm g'$; $(k\,f)' = k\,f'$; $(f \cdot g)' = f'g + fg'$; $\left(\dfrac{f}{g}\right)' = \dfrac{f'g - fg'}{g^2}$. Ojo con la notación: en Andalucía (modelo 2027), $\log(x)$ es el logaritmo **decimal** y $\ln(x)$ el neperiano.

La calculadora no deriva por ti

En Navarra se permiten calculadoras «siempre que no sean programables, ni dispongan de pantalla gráfica ni permitan la resolución de ecuaciones u operaciones con matrices, cálculo de determinantes, cálculo de derivadas o integrales», y en el País Vasco se prohíben las que hagan «derivadas e integrales» (2025). Andalucía avisa: «Si se obtienen resultados directamente con la calculadora, explique con todo detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma» (orientaciones 2026-27). Y un error en la derivada sale caro: en Baleares 2026 (extraordinaria) se penaliza «con toda la puntuación» del apartado (traducido del catalán). Y en Baleares, en 2027, las derivadas, las integrales y los límites no se pueden hacer con la calculadora: «si no aparece descrito el procedimiento, se puntuará con 0» (especificaciones de 29-9-2026, traducido del catalán).

4 La recta tangente

La recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa $x = a$ pasa por $\big(a, f(a)\big)$ y tiene pendiente $f'(a)$:

$$y - f(a) = f'(a)\,(x - a).$$

Es lo que más se repite del tema: salió en 6 de las 34 convocatorias ordinarias de 2025 y 2026, en 4 comunidades (Baleares, Murcia, Navarra y País Vasco), y además en extraordinarias de Baleares, Madrid, Murcia, La Rioja y el País Vasco y en el modelo 2027 de Madrid.

- **Murcia 2026:** $f(x) = \dfrac{2x^2+6}{x-1}$ en $x = 0$. $f(0) = -6$; $f'(x) = \dfrac{4x(x-1) - (2x^2+6)}{(x-1)^2} = \dfrac{2x^2 - 4x - 6}{(x-1)^2}$, $f'(0) = -6$. Tangente: $y + 6 = -6x$, es decir, $y = -6x - 6$. El criterio: «Cálculo de la pendiente de la recta tangente (0,2 puntos). Cálculo de f(0) (0,2 puntos). Expresión correcta de la recta tangente (0,1 puntos)».
- **Baleares 2026 (ordinaria):** $f(x) = 1 + \sqrt{x-1}$ en $x = 10$. $f(10) = 1 + 3 = 4$ y $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x-1}}$, $f'(10) = \frac{1}{6}$: $y - 4 = \frac{1}{6}(x - 10)$. Piden la pendiente y **trazar** la recta: 0,5 puntos cada cosa.
- **Paralela a una recta (País Vasco 2026, ordinaria, 3B d):** la tangente a $f(t) = t^3 - 2t^2 + t$, $t > 0$, paralela a $y - \frac{7}{4}t = 5$. Esa recta es $y = \frac{7}{4}t + 5$: pendiente $\frac{7}{4}$. $3t^2 - 4t + 1 = \frac{7}{4}$ da $12t^2 - 16t - 3 = 0$, con soluciones $t = \frac{3}{2}$ y $t = -\frac{1}{6}$; la segunda **no está en el dominio**. $f(\frac{3}{2}) = \frac{3}{8}$, y la tangente es $y - \frac{3}{8} = \frac{7}{4}\big(t - \frac{3}{2}\big)$, o $y = \frac{7}{4}t - \frac{9}{4}$ (figura).
- **Horizontal (Madrid 2026, extraordinaria):** para que la tangente a $f(x) = x^3 + 3x^2 + ax + b$ en $(1, 2)$ sea horizontal: $f'(1) = 3 + 6 + a = 0$, así que $a = -9$; y $f(1) = 4 + a + b = 2$, así que $b = 7$.

El punto: $f(a)$
Sustituye a en la función **sin derivar**.

→

La pendiente: $f'(a)$
Deriva primero y sustituye a después en $f'(x)$.

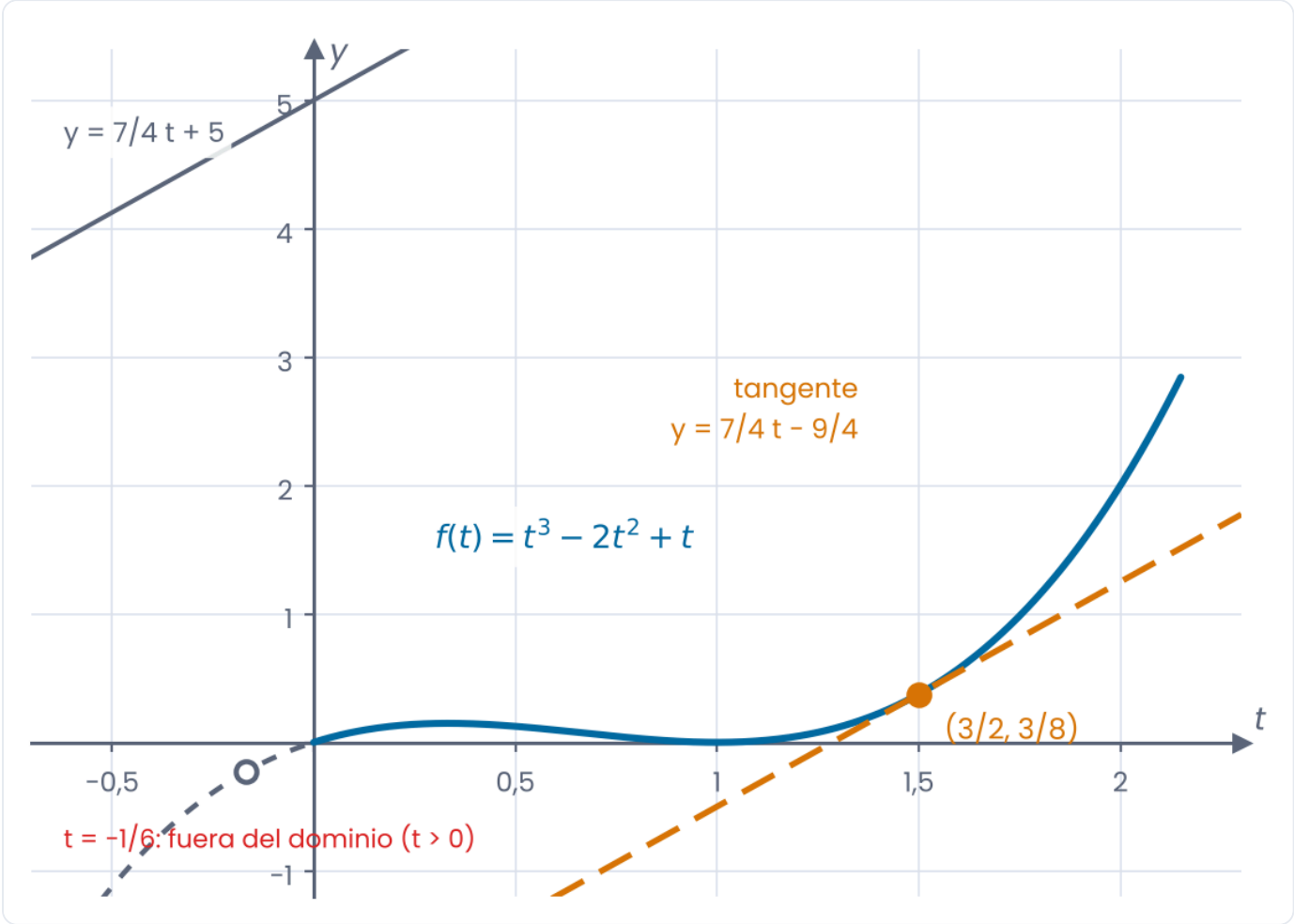
→

La recta
Sustituye en $y - f(a) = f'(a)(x - a)$; los criterios del modelo 2027 de Madrid la aceptan «en cualquiera de sus formas».

Te dan…	Cómo se plantea	Ejemplo PAU
La abscisa a	Calcula $f(a)$ y $f'(a)$ y sustituye	Murcia 2026, Baleares 2026, Navarra 2026, modelo 2027 de Madrid
La pendiente m: paralela a una recta (misma pendiente) o tangente horizontal ($m = 0$)	Resuelve $f'(a) = m$ y quédate con las soluciones del dominio	País Vasco 2026 (paralela), Madrid 2026 extr. (horizontal)
La tangente ya hecha, con parámetros en f	Dos ecuaciones: $f(a) =$ ordenada del punto y $f'(a) =$ pendiente de la recta	País Vasco 2025 (resuelto abajo)

Error típico: la pendiente con f en vez de con f'

El punto sale de f y la pendiente de f'. Y cuando te dan la recta, lee bien qué es cada número: «la recta $y = -2$ es la recta tangente a la función $f(x)$ en el punto $x = 1$» (País Vasco 2025) dice que $f(1) = -2$ y que la pendiente es $f'(1) = 0$, **no** -2.



Tangente paralela a una recta (País Vasco 2026, ordinaria). De las soluciones de $f'(t) = \frac{7}{4}$ solo vale $t = \frac{3}{2}$: $t = -\frac{1}{6}$ cae fuera del dominio $t > 0$ (parte punteada).

5 Derivabilidad: continua no basta

Las **derivadas laterales** son los límites del cociente de la definición por cada lado:

$$f'(a^-) = \lim_{h \to 0^-} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}, \qquad f'(a^+) = \lim_{h \to 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}.$$

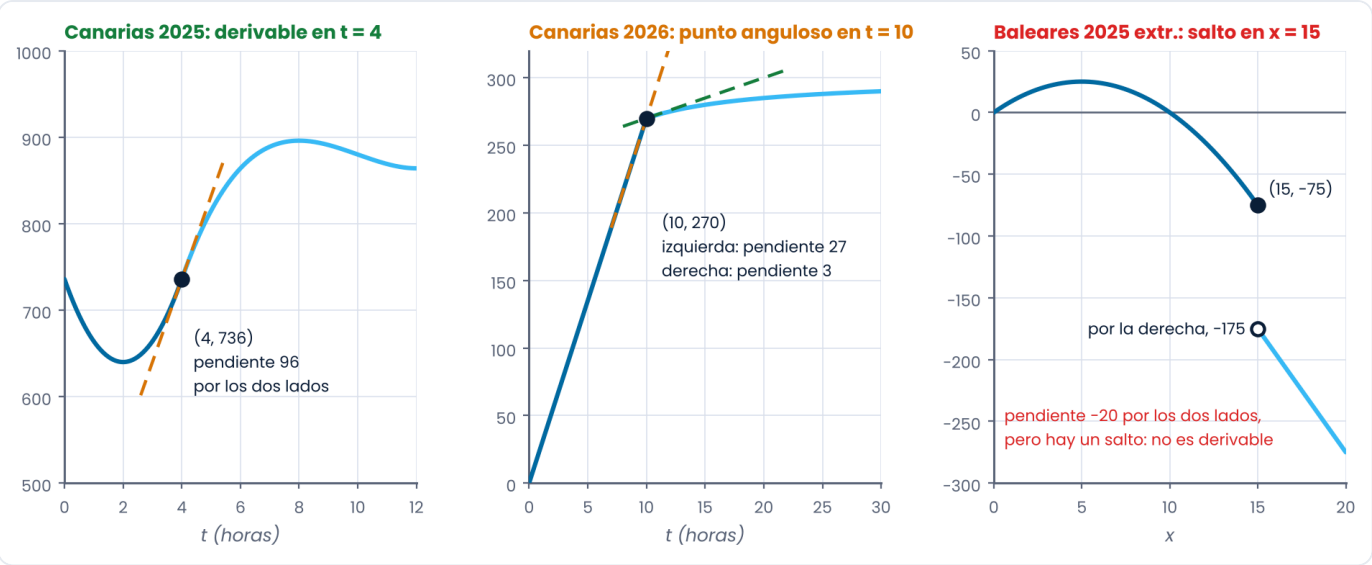
f es **derivable** en a si las dos existen, son **finitas** y **coinciden**. En CCSS se pregunta en las funciones a trozos con contexto: Canarias en sus dos ordinarias (2 de 34) y, en extraordinarias, Andalucía 2025, Baleares 2025 y Canarias 2025.

- **Derivable implica continua.** Si f es derivable en a, es continua en a. Por eso, si **no** es continua, **no** es derivable: estudia siempre primero la continuidad (Tema 4).
- **El recíproco es falso.** Una función puede ser continua y no derivable: $f(x) = |x|$ en $x = 0$ tiene $f'(0^-) = -1$ y $f'(0^+) = 1$. La gráfica hace un pico, un **punto anguloso**, y allí no hay recta tangente.
- **El atajo de las funciones a trozos.** Si f es continua en el punto de unión a y cada trozo es derivable, las derivadas laterales son los límites de la derivada de cada trozo (cuando esos límites existen): $f'(a^-) = \lim_{x \to a^-} f'(x)$ y $f'(a^+) = \lim_{x \to a^+} f'(x)$. Es lo que piden los criterios de Canarias 2026: «Cálculo correcto de las derivadas de cada una de las ramas y su valor límite en t=10».
- **Derivable (Canarias 2025, ordinaria, 3A):** la actividad cerebral de un ratón es $24t^2 - 96t + 736$ si $0 \leq t < 4$ y $t^3 - 30t^2 + 288t$ si $4 \leq t \leq 12$. En $t = 4$ los dos trozos valen 736: es continua. Las derivadas son $48t - 96$ y $3t^2 - 60t + 288$, y en $t = 4$ valen 96 y 96: **es derivable**, la unión es «suave».
- **Punto anguloso (Canarias 2026, primer ejercicio resuelto):** en $t = 10$ los dos trozos valen 270, pero sus derivadas valen 27 y 3: continua y **no derivable**. Igual en Andalucía 2025 (extraordinaria): el capital $5000(1 + 0{,}05t)$ y $5000 \cdot 1{,}05^t$ se unen en $t = 1$ con pendientes 250 y $5250 \ln 1{,}05 \approx 256{,}15$ («Ponte a prueba»).

En el punto de unión $x = a$…	¿Continua?	¿Derivable?
Los trozos llegan a valores distintos (salto)	No	No, aunque las derivadas coincidan
Llegan al mismo valor, pero $f'(a^-) \neq f'(a^+)$ (pico)	Sí	No: punto anguloso
Llegan al mismo valor y una derivada lateral es infinita	Sí	No: tangente vertical
Llegan al mismo valor y $f'(a^-) = f'(a^+)$, finitas	Sí	Sí

Error típico: mirar solo las derivadas

En Baleares 2025 (extraordinaria), $x(10 - x)$ y $125 - 20x$ se unen en $x = 15$ con la **misma** derivada, -20, pero con valores -75 y -175: hay un salto. La solución oficial lo resuelve en una frase: «No es derivable porque no es continua en el punto $x = 15$» (traducido del catalán). Igualar derivadas sin haber comprobado antes la continuidad lleva a decir «derivable» donde no lo es.



Tres uniones, tres respuestas. Canarias 2025: los dos trozos llegan a $(4, 736)$ con pendiente 96, derivable. Canarias 2026: llegan a $(10, 270)$ con pendientes 27 y 3, punto anguloso. Baleares 2025 (extraordinaria): pendiente -20 por los dos lados, pero un salto de -75 a -175, ni continua ni derivable.

6 Hallar parámetros con la tangente o con el valor de la derivada

Cada dato del enunciado es **una ecuación**, y necesitas tantas como parámetros. «Pasa por el punto (a, b)»: $f(a) = b$. «La pendiente de la tangente en a es m» (o «la derivada en a vale m»): $f'(a) = m$. «La recta $y = mx + n$ es tangente en $x = a$»: las dos a la vez, $f(a) = ma + n$ y $f'(a) = m$. «Derivable en a» (función a trozos): continua y con las derivadas laterales iguales. Si la condición es un **extremo relativo** (Navarra 2026, Aragón 2026 extraordinaria), es del Tema 6: allí está el método completo.

- **Tres parámetros (Comunitat Valenciana 2026, ordinaria, 2.A):** el valor de una empresa es $t^2 + 2$ si $0 \leq t \leq 1$; $\dfrac{a}{t} + 2$ si $1 < t \leq 2$; $ct + \dfrac{b}{t^2}$ si $2 < t \leq 4$, y tiene que ser continua con $g'(3) = \frac{23}{27}$. Continuidad en 1: $3 = a + 2$, $a = 1$. Continuidad en 2: $\frac{1}{2} + 2 = 2c + \frac{b}{4}$. Y $g'(t) = c - \dfrac{2b}{t^3}$ en el tercer trozo, así que $c - \frac{2b}{27} = \frac{23}{27}$. Resolviendo: $b = 2$ y $c = 1$, como en los criterios.
- **Valor y derivada (Extremadura 2025, ordinaria, C2):** $p(x) = Ax^2 + Bx - 30$ con $p(1) = -32$ y $p'(2) = 4$: $A + B = -2$ y $4A + B = 4$, así que $A = 2$ y $B = -4$.
- **Mira las condiciones del enunciado (Madrid 2025, extraordinaria, 3.1 c):** con $f(x) = x(x^2 + a)$, «donde $a > 0$ es un parámetro real», piden que la pendiente de la tangente en $x = 1$ sea 1: $f'(x) = 3x^2 + a$ y $3 + a = 1$ dan $a = -2$. La solución oficial da $a = -2$ sin comentar nada, pero ese valor no cumple $a > 0$. Lo más completo es dar $a = -2$ y añadir que no cumple la condición del enunciado, así que con $a > 0$ no hay ningún valor.
- **Un dato de más sirve para comprobar (La Rioja 2025, extraordinaria, 3.1 a):** $f(x) = x^3 + ax^2 + 36x + 5$ con tangente $y = 37$ en $\big(2, f(2)\big)$. La tangente es horizontal: $f'(2) = 12 + 4a + 36 = 0$, $a = -12$; y $f(2) = 85 + 4a = 37$ da también $a = -12$. Un parámetro y dos ecuaciones que dicen lo mismo: los criterios aceptan «Saber que f ' (2) = 0 o que f (2) = 37».
- **Tangente dada (País Vasco 2025, segundo ejercicio resuelto):** $f(x) = \dfrac{ax^2 + b}{x}$ con tangente $y = -2$ en $x = 1$: $f(1) = a + b = -2$ y $f'(1) = a - b = 0$, de donde $a = b = -1$ (figura).

1 Escribe cada condición

Plantear las condiciones ya puntúa: «de 0 a 0,25 puntos por el planteamiento correcto de las condiciones para a,b,c» (Comunitat Valenciana 2026).

2 Deriva con los parámetros dentro

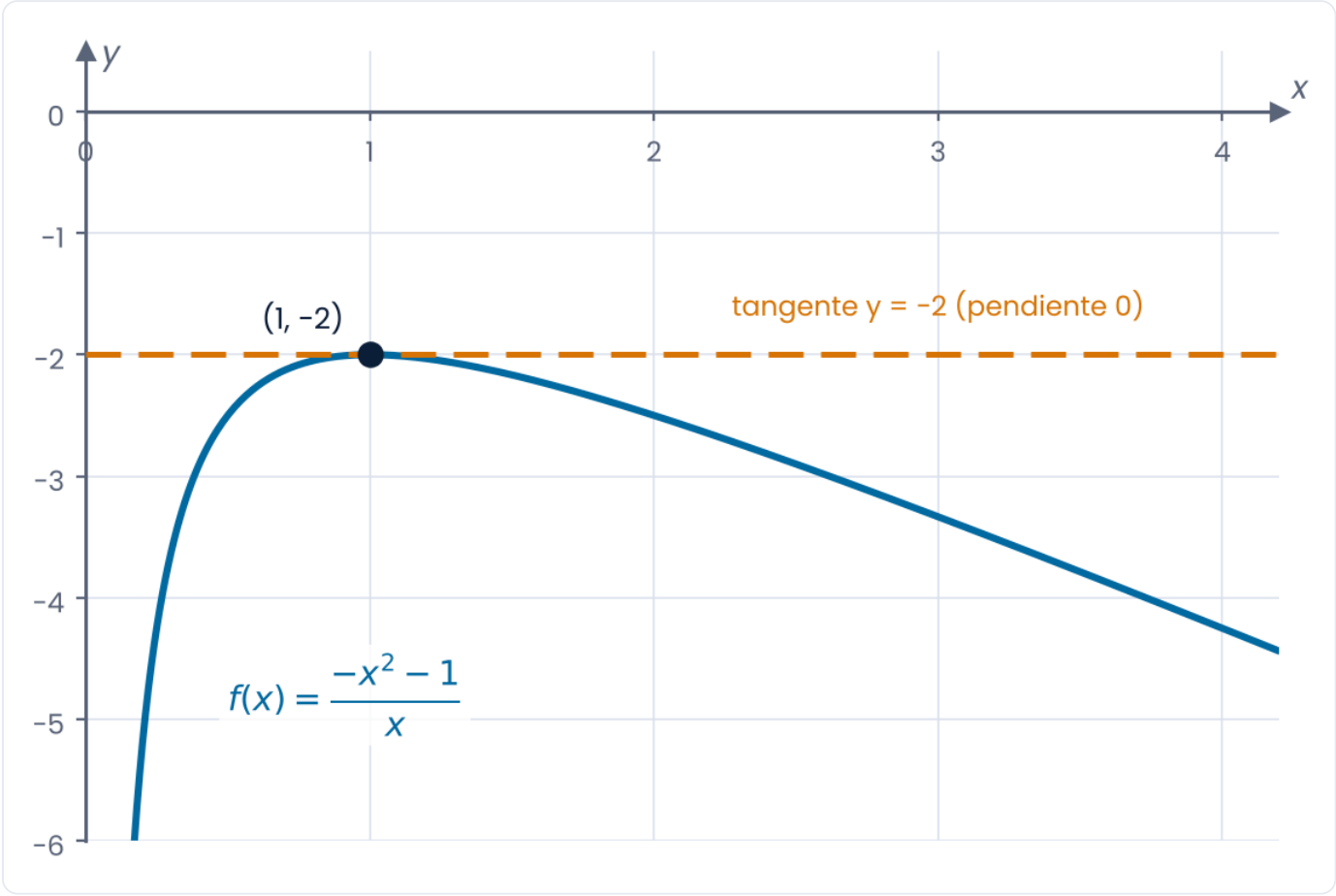
Son números: $(ax^2)' = 2ax$. En una función a trozos, cada trozo por separado.

3 Resuelve el sistema
Casi siempre es lineal (Tema 2).

4 Comprueba
Que se cumplan todas las condiciones, también las del enunciado ($a > 0$, el dominio…).

Cuenta las condiciones

Dos parámetros, dos ecuaciones; tres, tres. Si te sobra un dato, es para comprobar (La Rioja 2025); si te falta, relee el enunciado: «la recta tangente es $y = mx + n$» cuenta **dos** veces, punto y pendiente.



La tangente $y = -2$ en $x = 1$ (País Vasco 2025, ordinaria). Con $a = b = -1$, $f(x) = \frac{-x^2 - 1}{x}$ pasa por $(1, -2)$ con pendiente 0: es un máximo relativo y la tangente es horizontal.

7 Qué te piden en tu comunidad

La derivada está en todos los exámenes, porque sin ella no hay monotonía ni extremos (Temas 6 y 7). Como tema propio, esto es lo que ha caído en 2025-2026:

Comunidad	Qué ha caído	Lo que hay que saber
Andalucía	2025: comparar $N'(1)$ y $N'(10)$; 2025 extr.: derivabilidad de un capital a trozos; modelo 2027: derivar un logaritmo	Si usas la calculadora, explica los pasos
Illes Balears	Parte C: pendiente de la tangente y trazarla (2025, 2026 y 2026 extr.), derivabilidad (2025 extr.), interpretar $f'(0)$ (2026 extr.)	Un error en la derivada anula el apartado (2026 extr.). La matriz 2027 **no prioriza** las tangentes con una pendiente dada ni las funciones trigonométricas

Comunidad	Qué ha caído	Lo que hay que saber
Canarias	Función a trozos con contexto: continuidad y derivabilidad en la unión (2025, 2026 y 2025 extr.)	Derivada de cada rama y su límite en el punto. Nivel de las derivadas: «polinómica, racional o exponencial sencilla» (orientaciones 2026-27); el acta de 29-09-2026 añade que no se entendería dejar fuera la raíz cuadrada
Cataluña	2026 extr.: elasticidad con $d'(p)$	La fórmula viene en el enunciado. Las orientaciones recogen derivadas y derivabilidad, pero **no nombran la recta tangente** (no ha caído)
Comunitat Valenciana	2026: tres parámetros con la continuidad y $g'(3)$	0,5 de 1 punto por calcular g'
Extremadura	2025: parámetros con $p(1)$ y $p'(2)$	—
La Rioja	Extraordinarias: 2025, tangente con pendiente 9 y parámetro con la tangente $y = 37$; 2026, parámetros con un punto y una tangente paralela	Vale cualquiera de las dos condiciones si dicen lo mismo (2025 extr.)
Madrid	2026: signo de $f'(0)$; extraordinarias y modelo 2027: tangente	Recta «en cualquiera de sus formas» (modelo 2027)
Región de Murcia	2025: interpretar $N'(2)$ y, en la extraordinaria, tangente en $x = 3$; 2026: tangente en $x = 0$. Ojo: el esquema de contenidos PAU2027 (30-09-2026) **ya no nombra la tangente**, aunque no la excluye expresamente	Pendiente 0,2, $f(0)$ 0,2, recta 0,1 (2026)
Navarra	2026: tangente; extraordinarias de 2025 y 2026: derivar y simplificar	Calculadora que no derive
País Vasco	2025: tangente con parámetros; 2026: tangente paralela	Solucionario con puntos por paso

En Aragón, Asturias, Cantabria, Castilla-La Mancha, Castilla y León y Galicia la derivada solo aparece como herramienta de los Temas 6 y 7 en los exámenes de 2025 y 2026 (las orientaciones de Galicia sí incluyen la derivabilidad y la recta tangente). En Cantabria y Castilla y León, además, la matriz no recoge la recta tangente ni la derivabilidad.

8 Ejercicio resuelto: continuidad, derivabilidad y lectura de un modelo a trozos (Canarias 2026)

PAU CANARIAS 2026 · CONVOCATORIA ORDINARIA · PREGUNTA 2 (OBLIGATORIA; 3 PUNTOS)

Se ha medido el aprendizaje de vocabulario de una lengua extranjera que se obtiene con un nuevo método de enseñanza. El número de palabras aprendidas viene dado por la función $V(t)$, donde t son las horas de ejercitación, y tiene la siguiente expresión:

$$V(t) = \begin{cases} 27t, & \text{si } 0 \leq t < 10 \\ 300\left(1 - \dfrac{1}{t}\right), & \text{si } t \geq 10 \end{cases}$$

a) ¿Es continua esta función? ¿Y derivable? Determina sus intervalos de crecimiento y decrecimiento. (1,25 puntos)

b) Dibuja la función. (0,5 puntos)

c) Si un estudiante se ejercita cinco horas semanales, ¿cuántas palabras nuevas aprende durante la cuarta semana? ¿Existe un máximo de palabras a retener con este nuevo método? (0,75 puntos)

d) ¿En qué momento supera las 280 palabras? (0,5 puntos)

Apartado a)

1. La idea: una función a trozos solo puede fallar en el **punto de unión**. $27t$ es lineal y $300\left(1-\frac{1}{t}\right)$, racional con el denominador no nulo en $t \geq 10$: las dos ramas son continuas y derivables. Queda $t=10$: primero la continuidad y después las derivadas laterales.
2. **Continuidad en $t=10$.** $\lim_{t\to 10^-} 27t = 270$; $\lim_{t\to 10^+} 300\left(1-\frac{1}{t}\right) = 300\cdot\frac{9}{10} = 270$; y $V(10)=270$. Los tres coinciden: V **es continua** en $[0,+\infty)$.
3. **Derivadas de cada rama.** Para $0<t<10$, $V'(t)=27$. Para $t>10$, como $300\left(1-\frac{1}{t}\right) = 300-\frac{300}{t}$, $V'(t)=\dfrac{300}{t^2}$.
4. **Derivabilidad en $t=10$.** $V'(10^-)=27$ y $V'(10^+)=\frac{300}{100}=3$. Son distintas: **no es derivable en** $t=10$, hay un punto anguloso (figura de la sección de derivabilidad).
5. **Monotonía.** $V'(t)=27>0$ en $(0,10)$ y $V'(t)=\frac{300}{t^2}>0$ en $(10,+\infty)$, y V es continua: **crece en todo** $[0,+\infty)$. En contexto: 27 palabras por hora las 10 primeras horas; después, el ritmo cae a 3 y sigue bajando.

SOLUCIÓN Es **continua**, pero **no derivable en** $t=10$ (derivadas laterales 27 y 3). Es **creciente** en todo su dominio; no hay intervalos de decrecimiento.

Apartado b)

1. El segmento de $(0,0)$ a $(10,270)$ y, desde ahí, una curva creciente que pasa por $(15,280)$ y $(20,285)$ y se acerca a la asíntota $V=300$ (Tema 4).

SOLUCIÓN Un segmento hasta $(10,270)$ y, después, una curva creciente que se aplana hacia $V=300$.

Apartado c)

1. Con 5 horas por semana, la cuarta semana va de $t=15$ a $t=20$: las palabras nuevas son $V(20)-V(15)$.
2. Las dos en la segunda rama: $V(20)=300\cdot\frac{19}{20}=285$ y $V(15)=300\cdot\frac{14}{15}=280$. Diferencia: $285-280=5$ palabras.
3. **Máximo:** $\lim_{t\to+\infty} 300\left(1-\frac{1}{t}\right)=300$. V crece siempre y $V(t)<300$: se acerca a 300 sin alcanzarlo.

SOLUCIÓN En la cuarta semana aprende **5 palabras nuevas**. Máximo que se alcance no hay, pero sí un **tope**: el número de palabras retenidas **tiende a 300** a largo plazo, sin llegar nunca a ellas.

Apartado d)

1. En la primera rama, $27t<270<280$: allí no se supera nunca. Hay que buscarlo en la segunda: $300\left(1-\frac{1}{t}\right)>280$.
2. $1-\frac{1}{t}>\frac{280}{300}=\frac{14}{15}$, es decir, $\frac{1}{t}<\frac{1}{15}$ y, como $t>0$, $t>15$. En $t=15$ vale exactamente 280.

SOLUCIÓN Supera las 280 palabras **con más de 15 horas** de ejercitación ($t > 15$) (en $t = 15$ son exactamente 280).

Lo que puntúa. Criterios oficiales de Canarias 2026. a): «Estudio correcto de la continuidad, indicando la continuidad de las ramas por ser funciones lineales y racionales y la continuidad en el punto t=10» (0,5), «Cálculo correcto de las derivadas de cada una de las ramas y su valor límite en t=10» (0,5) e «Intervalos de crecimiento y decrecimiento correctos» (0,25). b): «Dibuja correctamente las dos ramas de la función» (0,5). c): «Evalúa correctamente la función en t=20 y t=15 y halla la diferencia» (0,25), «Plantea el límite cuando t tiende a infinito» (0,25) y «Resuelve correctamente el límite» (0,25). d): «Identifica razonadamente que se alcanza el valor en el segundo tramo de la función y plantea la ecuación correspondiente» (0,25) y «Resuelve correctamente» (0,25).

Error típico que te quita puntos. Decir «es continua, luego es derivable», o no calcular las derivadas laterales: la mitad del apartado a) está en las derivadas de las ramas y su valor en $t = 10$. En el c), confundir la cuarta semana con $t = 4$ o dar $V(20)$ (las palabras totales) en vez de la diferencia $V(20) - V(15)$.

9 Ejercicio resuelto: parámetros a partir de la recta tangente (País Vasco 2025)

PAU PAÍS VASCO 2025 · CONVOCATORIA ORDINARIA · PROBLEMA 3, APARTADO 3.2 (SE ELIGEN TRES DE LOS PROBLEMAS 2 A 5 Y, EN CADA UNO, UN APARTADO; 2,5 PUNTOS)

Sea la función $f(x)\colon (0,\ \infty) \longrightarrow \mathbb{R}$ definida como:

$$f(x) = \frac{a\,x^2 + b}{x}$$

Sabemos que la recta $y = -2$ es la recta tangente a la función $f(x)$ en el punto $x = 1$.

a) Calcula el valor de los parámetros a y b. (1,25 puntos)

b) Halla los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$, cuando $a = b = -1$. (0,75 puntos)

c) Para los valores $a = b = -1$, ¿tiene la función, $f(x)$, algún máximo o mínimo relativo? En caso afirmativo, determínalo. (0,5 puntos)

Apartado a)

1. La idea: la recta tangente en $x = 1$ da **dos datos**. Pasa por el punto de tangencia, así que $f(1) = -2$; y su pendiente es la derivada, $f'(1)$. La recta $y = -2$ es horizontal: **pendiente 0**. Dos condiciones para dos parámetros.
2. **Derivada** (regla del cociente, con a y b como números):

$$f'(x) = \frac{2ax \cdot x - 1 \cdot (ax^2 + b)}{x^2} = \frac{ax^2 - b}{x^2}.$$

3. **Las dos ecuaciones.** $f(1) = \dfrac{a+b}{1} = a + b = -2$ y $f'(1) = a - b = 0$.
4. **Resolver:** de la segunda, $a = b$; en la primera, $2b = -2$, $b = -1$ y $a = -1$.
5. La solución oficial lo hace con la recta: $y - (a+b) = (a-b)(x-1)$, o $y = (a-b)x + 2b$, tiene que ser $y = -2$: $a - b = 0$ y $2b = -2$.

SOLUCIÓN $a = -1$ y $b = -1$: $f(x) = \dfrac{-x^2 - 1}{x}$.

Apartado b)

1. Es del Tema 6; aquí, la idea. Con $a = b = -1$, $f'(x) = \dfrac{-x^2 + 1}{x^2} = \dfrac{1 - x^2}{x^2}$.
2. El denominador x^2 es positivo, así que el signo es el de $1 - x^2$, que en el dominio $(0, +\infty)$ solo se anula en $x = 1$ ($x = -1$ no está en el dominio). Si $0 < x < 1$, $f'(x) > 0$; si $x > 1$, $f'(x) < 0$.

SOLUCIÓN f **crece en** $(0, 1)$ y **decrece en** $(1, +\infty)$.

Apartado c)

1. En $x = 1$ la función pasa de crecer a decrecer: hay un **máximo relativo**. Su valor: $f(1) = -2$. Encaja con el enunciado: en un máximo de una función derivable la tangente es horizontal, y aquí es $y = -2$ (figura de la sección de parámetros).
2. No hay más puntos con $f'(x) = 0$ en el dominio, así que no hay mínimos relativos.

SOLUCIÓN Tiene un **máximo relativo en** $(1, -2)$ y ningún mínimo relativo.

Lo que puntúa. Criterios oficiales del País Vasco 2025 (con solucionario). a): «El cálculo de la primera derivada, 0,3 puntos», «Ecuación de la recta tangente, 0,2 puntos», «El valor de la función en el punto x = 1 , 0,2 puntos», «Indicar que es la pendiente, 0,2 puntos» y «Resolver el sistema que se crea, 0,35 puntos». b): «Analizar los signos de la primera derivada, 0,35 puntos» y «Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función, 0,4 puntos». c): «Indicar qué es un máximo relativo, 0,2 puntos» y «Determinar el máximo relativo, 0,3 puntos».

Error típico que te quita puntos. Leer «$y = -2$» como pendiente y plantear $f'(1) = -2$: la pendiente de una recta horizontal es 0, y el -2 es la ordenada del punto. Y, en el b), contar $x = -1$ como punto crítico: no está en el dominio $(0, \infty)$.

10 Ejercicio resuelto: tasa de variación media y derivada de un modelo lineal (Baleares 2026)

PAU ILLES BALEARS 2026 · CONVOCATORIA EXTRAORDINARIA · PARTE C, PROBLEMA C1 (A ELEGIR ENTRE C1 Y C2; 3 PUNTOS) · TRADUCIDO DEL CATALÁN

La altura media en España se ha incrementado en los últimos 200 años por factores como la alimentación y la salud. Hace 200 años, la altura media en España era de 157 cm. Actualmente es de 169 cm. Aproximaremos la altura media en España con la función $f(t)$, en cm, siguiente:

$$f(t) = 169 + t \cdot m,$$

donde m es una constante desconocida y t es la variable que indica los años que han pasado desde hoy en día. Es decir, $f(0)$ representa la altura media hoy en día, y $f(-200)$ representa la altura media hace 200 años.

a) Calcula el valor del parámetro m. (1 punto)

b) Según nuestra función $f(t)$, ¿cuál será la altura media dentro de 50 años? (1 punto)

c) Calcula $f'(0)$. ¿Qué representa este valor? (1 punto)

Apartado a)

1. La idea: el enunciado da **dos datos**, la altura de hoy y la de hace 200 años, y cada uno es una ecuación. Ojo con el signo de t: el pasado son valores **negativos**.
2. Hoy: $f(0) = 169 + 0 \cdot m = 169$. Se cumple para cualquier m, así que no sirve para calcularlo.
3. Hace 200 años: $f(-200) = 169 - 200m = 157$, así que $200m = 12$ y $m = \dfrac{12}{200} = 0{,}06$.
4. Es la **tasa de variación media** entre $t = -200$ y $t = 0$: $\dfrac{169 - 157}{0 - (-200)} = 0{,}06$. En un modelo lineal, m es la pendiente de la recta.

SOLUCIÓN $m = 0{,}06$: según el modelo, la altura media sube **0,06 cm por año**.

Apartado b)

1. Dentro de 50 años es $t = 50$: $f(50) = 169 + 50 \cdot 0{,}06 = 169 + 3 = 172$.
2. Es una predicción del modelo: supone que la altura sigue subiendo al mismo ritmo que en los últimos 200 años.

SOLUCIÓN Según el modelo, dentro de 50 años la altura media será de **172 cm**.

Apartado c)

1. **Derivar:** 169 es una constante (derivada 0) y $t \cdot m$ es m por t (derivada m): $f'(t) = m$, la misma en todo instante.
2. **Evaluar:** $f'(0) = m = 0{,}06$.
3. **Unidades:** f va en centímetros y t en años, así que f' va en **centímetros por año**.
4. **Interpretar:** $t = 0$ es hoy, así que $f'(0)$ es el **ritmo al que crece hoy** la altura media. Como el modelo es lineal, coincide con la tasa de variación media del apartado a): en una recta, el ritmo medio y el instantáneo son el mismo.

SOLUCIÓN $f'(0) = 0{,}06$ cm por año: **en la actualidad, la altura media de la población española aumenta a un ritmo de 0,06 cm por año** (unos 6 mm por década).

Lo que puntúa. Criterios oficiales de Baleares 2026 (extraordinaria), traducidos del catalán. a): «0,5 puntos por plantear la igualdad f(-200) = 157, 0,5 puntos por calcular». b): «Penalizad con -0,5 puntos por error de cálculo». c): «0,25 puntos por calcular f'(t), 0,25 puntos por calcular f'(0), 0,5 puntos por interpretar. Penalizad con toda la puntuación por errores en la derivada». La interpretación de la solución oficial: el valor «representa cuál es el incremento en la actualidad de la altura media de la población española, en centímetros por año».

Error típico que te quita puntos. En el a), poner $t = 200$ en vez de $t = -200$ y sacar $m = -0{,}06$: la altura bajaría con el tiempo, y el enunciado dice que ha subido. En el c), confundir $f'(0)$ con $f(0) = 169$, o contestar «la altura es 0,06»: es un **ritmo** (cm por año), no una altura, y sin la interpretación se pierde la mitad del apartado.

Conceptos clave

Tasa de variación media

$\mathrm{TVM}[a,b] = \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$: lo que cambia f, de media, por cada unidad de x entre a y b. Es la pendiente de la recta secante.

Derivada en un punto

$f'(a) = \lim\limits_{h\to 0} \dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$, si existe y es finito. Es la pendiente de la recta tangente y se mide en unidades de f por unidad de x.

Función derivada

La función f' que asigna a cada x la derivada de f en ese punto. Se calcula con las reglas de derivación.

Regla de la cadena

$\big(f(u(x))\big)' = f'\big(u(x)\big)\cdot u'(x)$: la derivada de una función compuesta.

Recta tangente

$y - f(a) = f'(a)(x-a)$: pasa por $\big(a, f(a)\big)$ con pendiente $f'(a)$.

Derivadas laterales

Los límites del cociente $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ cuando $h \to 0^-$ y cuando $h \to 0^+$; se escriben $f'(a^-)$ y $f'(a^+)$.

Derivabilidad

f es derivable en a si sus dos derivadas laterales existen, son finitas y coinciden. Derivable implica continua; continua no implica derivable.

Punto anguloso

Punto donde f es continua pero las derivadas laterales son distintas: la gráfica hace un pico y no es derivable.

Valor marginal

En economía, la derivada de un coste, ingreso o beneficio: aproxima lo que cambia con una unidad más.

MODO PAU

Ocho reglas que valen puntos

Interpreta

Instante, signo, número y unidades: «en $t = 2$, baja a unas 740 personas por hora».

Unidades

f' va en unidades de f **por** unidad de x. Si f va en miles, f' también.

Tangente

$y - f(a) = f'(a)(x-a)$: el punto con f, la pendiente con f'.

Paralela u horizontal

Misma pendiente: resuelve $f'(a) = m$ ($m = 0$ si es horizontal) y descarta lo que no esté en el dominio.

Tangente dada

Dos ecuaciones: $f(a) =$ ordenada y $f'(a) =$ pendiente.

Primero, continuidad

Sin continuidad no hay derivabilidad, aunque las derivadas de los trozos coincidan.

Trozos

Deriva cada rama y compara sus límites en el punto de unión: distintos, punto anguloso.

Cadena y simplificar

No olvides u', y saca factor común antes de estudiar un signo.

Cómo te lo pueden preguntar

- Calcula la recta tangente a la gráfica en un punto (o su pendiente, y trázala): salió en 6 de las 34 convocatorias ordinarias de 2025 y 2026, en 4 comunidades (Baleares 2025 y 2026, Murcia 2026, Navarra 2026 y País Vasco 2025 y 2026); también en extraordinarias de Baleares, Madrid, Murcia, La Rioja y el País Vasco.
- Evalúa e interpreta la derivada en un contexto (ritmo de cambio, velocidad, signo de f'): salió en 3 de las 34 convocatorias ordinarias de 2025 y 2026, en 3 comunidades (Andalucía 2025, Madrid 2026 y Murcia 2025).
- Estudia la derivabilidad de una función a trozos en el punto de unión: salió en 2 de las 34 convocatorias ordinarias de 2025 y 2026, en 1 comunidad (Canarias, las dos), y en las extraordinarias de 2025 de Andalucía, Baleares y Canarias.
- Halla parámetros con la recta tangente o con el valor de la derivada: País Vasco 2025, Comunitat Valenciana 2026 y Extremadura 2025 en las ordinarias; Madrid y La Rioja, en sus extraordinarias (si la condición es un extremo, Tema 6).
- Calcula y simplifica la derivada de una función: como apartado propio, en las extraordinarias de Navarra 2025 y 2026 y en el modelo 2027 de Andalucía.

No lo confundas

- La **tasa de variación media** (en un intervalo, pendiente de la secante) con la **derivada** (en un instante, pendiente de la tangente).
- $f'(a)$, un **ritmo** (personas por hora), con $f(a)$, una **cantidad** (personas).
- La **ordenada** de una tangente horizontal ($y = -2$) con su **pendiente** (0).
- **Continua** con **derivable**: toda función derivable es continua, pero no al revés (punto anguloso).
- 10^x (exponencial, $(10^x)' = 10^x \ln 10$) con x^{10} (potencia, $(x^{10})' = 10x^9$).

Ponte a prueba

PAU Navarra 2026, Pregunta 2 (2,5 puntos; obligatoria). Dada la función $f(x) = ax^2 + 5x + \dfrac{b}{x}$, responda a las siguientes cuestiones: i) Calcule los valores de a y b para que la función tenga un extremo relativo en el punto $(1, 4)$. (1.25 puntos) ii) Utilizando los valores $a = 2$ y $b = 0$, determine la ecuación de la recta tangente a la función $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 1$. (1.25 puntos)

Solución: i) Dos condiciones (el extremo es del Tema 6). Pasa por $(1, 4)$: $f(1) = a + 5 + b = 4$, es decir, $a + b = -1$. Extremo relativo en $x = 1$ (derivable): $f'(1) = 0$, con $f'(x) = 2ax + 5 - \dfrac{b}{x^2}$, así que $2a + 5 - b = 0$. Sumando las dos: $3a + 5 = -1$, $a = -2$ y $b = 1$. Comprobación: $f''(x) = 2a + \dfrac{2b}{x^3}$, $f''(1) = -4 + 2 = -2 < 0$, es un máximo relativo. ii) Con $a = 2$ y $b = 0$, $f(x) = 2x^2 + 5x$: $f(1) = 7$, $f'(x) = 4x + 5$ y $f'(1) = 9$. Tangente: $y - 7 = 9(x - 1)$, es decir, $y = 9x - 2$.

PAU Andalucía 2025 (extraordinaria), Ejercicio 3 (2,5 puntos; único ejercicio del Bloque B). Trinidad, una persona ahorradora, deposita 5000 € en un fondo de inversión y el capital final que obtiene cuando transcurren t años viene dado por la siguiente función:

$$f(t) = \begin{cases} 5000 \cdot (1 + 0.05t) & 0 \leq t \leq 1 \\ 5000 \cdot 1.05^t & t > 1 \end{cases}$$

a) (0.75 puntos) ¿Cuánto tiempo debe mantener invertido el dinero si el capital final que se obtiene es de 5931.10 €? b) (0.5 puntos) Calcule los intereses que obtiene Trinidad entre el año 2 y el año 4, si se conoce que los intereses que genera esta inversión entre el año t_1 y el año t_2 vienen dados por $I = f(t_2) - f(t_1)$. c) (0.75 puntos) Estudie la continuidad y derivabilidad de la función f. d) (0.5 puntos) Estudie la monotonía de la función f y esboce su gráfica.

Solución: a) En $[0, 1]$ el capital llega como mucho a $f(1) = 5250$ €, así que 5931,10 € se alcanza en el segundo trozo: $1{,}05^t = \dfrac{5931{,}10}{5000} = 1{,}18622$ y $t = \dfrac{\ln 1{,}18622}{\ln 1{,}05} \approx 3{,}5$. **Tres años y medio.** b) $I = f(4) - f(2) = 5000\,(1{,}05^4 - 1{,}05^2) = 6077{,}53 - 5512{,}50 = 565{,}03$ €. c) Cada trozo es continuo y derivable (un polinomio y una exponencial). En $t = 1$ los dos trozos valen 5250: **continua**. Derivadas: $f'(t) = 250$ si $0 < t < 1$ y $f'(t) = 5000 \cdot 1{,}05^t \ln 1{,}05$ si $t > 1$; en $t = 1$, $f'(1^-) = 250$ y $f'(1^+) = 5250 \ln 1{,}05 \approx 256{,}15$. Distintas: **no es derivable en** $t = 1$ (punto anguloso). d) $f' > 0$ en los dos trozos y es continua: **creciente** en todo $[0, +\infty)$. Gráfica: segmento de $(0, 5000)$ a $(1, 5250)$ y, después, exponencial creciente.

PAU La Rioja 2025 (extraordinaria), Ejercicio 3, opción 3.2 (3 puntos; a elegir entre 3.1 y 3.2). Un empresario ha realizado un estudio para analizar la evolución de su negocio durante 6 meses. Los ingresos, en miles de euros, vienen dados por la función:

$$f(t) = t^3 - 3t + 10 \qquad \text{con } 0 \leq t \leq 6$$

(t: meses transcurridos desde el inicio del estudio). Se pide: a) (1,25 PUNTOS) Calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función. Calcula cuándo los ingresos han sido máximos y cuándo mínimos en el intervalo de tiempo considerado, $[0, 6]$, e indica cuándo se han alcanzado. b) (0,25 PUNTOS) Calcula en qué momento los ingresos han sido de 12000 euros c) (0,75 PUNTOS) Representa gráficamente la función en el intervalo $[0, 6]$. d) (0,75 PUNTOS) Calcula en qué punto de la gráfica anterior, la pendiente de la recta tangente a la curva en dicho punto es igual a 9. Indica la ecuación de dicha recta.

Solución: a) y c) son del Tema 6 y del Tema 7. a) $f'(t) = 3t^2 - 3 = 3(t-1)(t+1)$, que en $[0, 6]$ solo se anula en $t = 1$: **decrece en** $(0, 1)$ **y crece en** $(1, 6)$. Valores: $f(0) = 10$, $f(1) = 8$ y $f(6) = 208$. Ingresos **mínimos al mes** (8000 €) y **máximos a los 6 meses** (208 000 €). b) $12\,000$ € son 12 miles: $t^3 - 3t + 10 = 12$, $t^3 - 3t - 2 = (t-2)(t+1)^2 = 0$; la única solución en $[0, 6]$ es $t = 2$: **a los 2 meses**. c) Pasa por $(0, 10)$, baja hasta el mínimo $(1, 8)$ y sube cada vez más deprisa por $(2, 12)$ hasta $(6, 208)$. d) Es de este tema: pendiente 9 quiere decir $f'(t) = 9$: $3t^2 - 3 = 9$, $t^2 = 4$, $t = \pm 2$, y $t = -2$ no está en $[0, 6]$. El punto es $\big(2, f(2)\big) = (2, 12)$ y la tangente, $y - 12 = 9(t - 2)$, es decir, $y = 9t - 6$. En contexto: a los 2 meses, los ingresos crecen a un ritmo de 9000 € por mes.

Fuentes

1. Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato (Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II)
2. PAU Canarias 2026, ordinaria: examen
3. PAU Canarias 2026, ordinaria: criterios
4. PAU Canarias 2025, ordinaria: examen
5. PAU País Vasco 2025, ordinaria: examen
6. PAU País Vasco 2025, ordinaria: solucionario y criterios
7. PAU País Vasco 2026, ordinaria: examen
8. PAU Región de Murcia 2025, ordinaria: examen, soluciones y criterios
9. PAU Región de Murcia 2026, ordinaria: examen, soluciones y criterios
10. PAU Navarra 2026, ordinaria: examen
11. PAU Navarra 2026, ordinaria: criterios
12. PAU Navarra 2025, extraordinaria: examen
13. PAU Navarra 2026, extraordinaria: examen
14. PAU Andalucía 2025, ordinaria: examen
15. PAU Andalucía 2025, extraordinaria: examen
16. PAU Andalucía, modelo 2027: examen y criterios
17. PAU Madrid 2026, ordinaria: examen, soluciones y criterios
18. PAU Madrid 2026, extraordinaria: examen, soluciones y criterios
19. PAU Madrid 2025, extraordinaria: examen, soluciones y criterios
20. PAU Madrid, modelo 2027: examen, soluciones y criterios
21. PAU Illes Balears 2025, ordinaria: examen (en catalán)
22. PAU Illes Balears 2025, extraordinaria: examen (en catalán)
23. PAU Illes Balears 2025, extraordinaria: soluciones y criterios (en catalán)
24. PAU Illes Balears 2026, ordinaria: examen (en catalán)
25. PAU Illes Balears 2026, ordinaria: soluciones y criterios (en catalán)
26. PAU Illes Balears 2026, extraordinaria: examen (en catalán)
27. PAU Illes Balears 2026, extraordinaria: soluciones y criterios (en catalán)
28. PAU Cataluña 2026, extraordinaria: examen
29. PAU Cataluña 2026, extraordinaria: soluciones y criterios (en catalán)
30. PAU Comunitat Valenciana 2026, ordinaria: criterios
31. PAU Extremadura 2025, ordinaria: examen
32. PAU La Rioja 2025, extraordinaria: examen y criterios
33. PAU Región de Murcia 2025, extraordinaria: examen

Imágenes: Secante y tangentes de la noticia de Andalucía 2025: Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con los datos exactos. · El concierto de Murcia 2025 y su tangente en t = 2: Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con los datos exactos. · Tangente paralela de País Vasco 2026: Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con los datos exactos. · Tres uniones de funciones a trozos de la PAU: Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con los datos exactos. · Función de País Vasco 2025 con su tangente horizontal: Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con los datos exactos.

Apuntes de Farmeando PAU · farmeandopau.com · Revisados frente a fuentes. Última revisión: 31 de octubre de 2026. Licencia CC BY-NC-ND 4.0: puedes copiarlo y compartirlo citándonos, sin uso comercial ni cambios (las imágenes, con su propia licencia). ¿Un error? Avísanos desde la página del tema. Cómo los hacemos: farmeandopau.com/metodologia.