Estudio y representación de funciones

Test de 10 preguntas y flashcards de este tema en **farmeandopau.com** ›

Última revisión: 31 de octubre de 2026.

Escanea y haz el test del tema

LA IDEA EN 30 SEGUNDOS

Estudiar una función es juntar en un dibujo lo que dicen sus derivadas: f' dice dónde **sube y baja**; la **segunda derivada** f'', la **curvatura** —**convexa** (∪) si $f'' > 0$, **cóncava** (∩) si $f'' < 0$— y los **puntos de inflexión**, donde cambia. Aparece en 22 de las 34 convocatorias ordinarias de 2025 y 2026, en 14 comunidades, aunque muchas veces solo como un apartado (la gráfica, la curvatura) dentro de un problema de funciones con contexto. Lo que más cae: **representar la gráfica** (13 de 34, en 9 comunidades) y la **curvatura con sus inflexiones** (6 de 34). Y en todos, **interpretar** el resultado.

1 Curvatura: cóncava y convexa

La derivada (Tema 6) dice si la gráfica sube o baja; la **segunda derivada** f'' dice **cómo se dobla**. Si $f'' > 0$, la pendiente f' va en aumento y la curva se dobla hacia arriba, como una taza (∪). Si $f'' < 0$, se dobla hacia abajo, como una montaña (∩). El **nombre** de cada forma cambia según la comunidad.

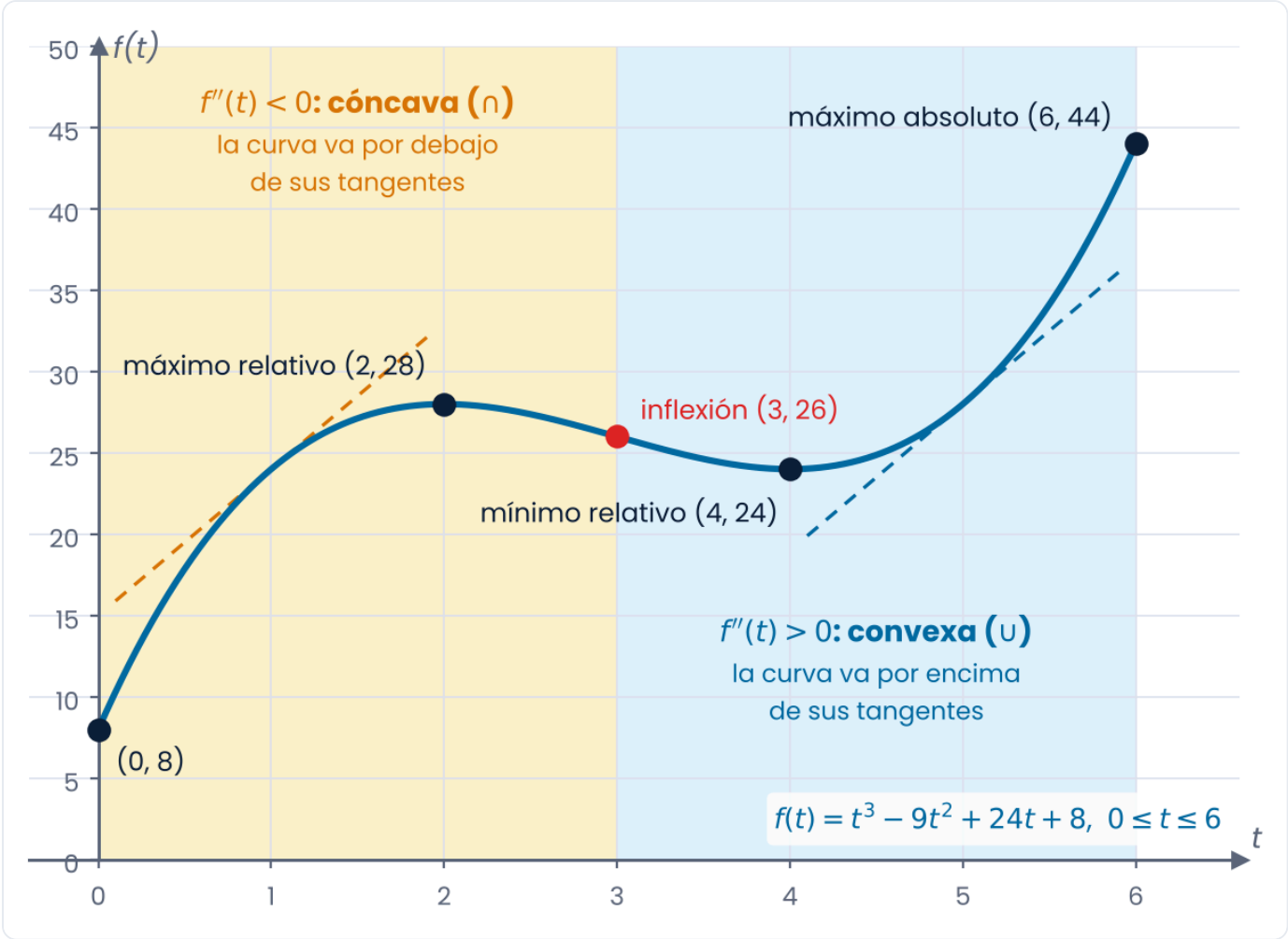
- **Cómo se estudia:** como la monotonía, pero con el signo de f'' en cada intervalo.
- **Ejemplo (La Rioja 2025):** el beneficio $f(t) = t^3 - 9t^2 + 24t + 8$, en miles de euros, con $0 \le t \le 6$ meses. $f'(t) = 3t^2 - 18t + 24$ y $f''(t) = 6t - 18$, que se anula en $t = 3$. Es negativa en $[0, 3)$: cóncava (∩); positiva en $(3, 6]$: convexa (∪).
- **En un modelo, la curvatura dice si el cambio se acelera o se frena.** Si una magnitud crece y es cóncava (∩), crece cada vez más despacio; si crece y es convexa (∪), cada vez más deprisa.
- **De memoria:** una parábola $ax^2 + bx + c$ ($f'' = 2a$) es convexa si $a > 0$ y cóncava si $a < 0$; e^x es convexa; $\ln x$ y $\sqrt{x}$, cóncavas.

Signo de f''	Forma	Cómo la llaman los criterios	Respecto de sus tangentes
$f''(x) > 0$	∪ (taza)	**Convexa** en Andalucía, Asturias y Castilla-La Mancha; el solucionario del País Vasco de 2026 (extraordinaria) la llamó **cóncava**, aunque los modelos 2027 de Matemáticas II de la EHU la llaman convexa	La curva va por encima
$f''(x) < 0$	∩ (montaña)	**Cóncava** en Castilla-La Mancha, Galicia y Asturias («cóncava hacia abajo»); el solucionario del País Vasco de 2026 (extraordinaria) la llamó **convexa**, aunque los modelos 2027 de Matemáticas II de la EHU la llaman cóncava	La curva va por debajo

Andalucía lo fija por escrito (directrices 2026-27): «Se entenderá que la función f es convexa en el punto de abscisa x cuando f''(x) > 0». Murcia, en su esquema de contenidos PAU2027 (30-09-2026): «la concavidad será así ∩ y convexidad ∪». Galicia, en sus orientaciones 2026-27: convexa es la que queda por encima de la tangente, como $y = x^2$. Castilla-La Mancha escribe «convexa [∪]» y «cóncava [∩]» (soluciones de la extraordinaria de 2025); Asturias, «convexa (o cóncava hacia arriba)» y «cóncava hacia abajo» (extraordinaria de 2026); Galicia llama «parábola cóncava» a la que abre hacia abajo (2026, traducido del gallego). El solucionario del País Vasco (2026, extraordinaria), al revés: con $f''(x) > 0$ escribe «cóncava»; pero los modelos 2027 de Matemáticas II de la misma universidad llaman concavidad a $f''(x) < 0$ y convexidad a $f''(x) > 0$. Allí no hay un convenio fijo: pon siempre el dibujo. Aragón pide la «curvatura (concavidad/convexidad)» sin decir qué convenio usa.

Escribe la palabra y el dibujo

Pon siempre «convexa (∪)» o «cóncava (∩)». Con el símbolo al lado, el corrector sabe qué quieres decir aunque use el otro convenio.



Cóncava, inflexión y convexa en un mismo modelo. El beneficio $f(t) = t^3 - 9t^2 + 24t + 8$ de La Rioja 2025 es cóncava (∩, bajo su tangente) hasta la inflexión $(3, 26)$ y convexa (∪, sobre su tangente) después. El máximo absoluto es el valor final $(6, 44)$, no el relativo $(2, 28)$.

2 Puntos de inflexión

Un **punto de inflexión** es un punto de la gráfica en el que **cambia la curvatura**: pasa de ∩ a ∪ o al revés. Ahí la tangente atraviesa la curva.

- **Ejemplo (País Vasco 2026, opción 3B):** el consumo de agua de una máquina, $f(t) = t^3 - 2t^2 + t$. $f''(t) = 6t - 4$ se anula en $t = \frac{2}{3}$, y $f'''(t) = 6 \neq 0$: inflexión en $\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{27}\right)$. Los criterios dan 0,25 puntos por «Obtener el valor que anula la segunda derivada y comprobar que la tercera derivada no se anula en él» y 0,25 por el punto.
- **$f''(a) = 0$ no basta.** $f(x) = x^4$ tiene $f''(0) = 0$, pero $f''(x) = 12x^2 \geq 0$ a los dos lados: es convexa en todo $\mathbb{R}$ y $(0, 0)$ es un mínimo, no una inflexión.
- **La inflexión tiene que ser un punto del dominio.** Si f'' cambia de signo en una asíntota vertical, la curvatura cambia, pero no hay punto de inflexión.
- **Parámetros con una inflexión.** Una inflexión en (a, b) da **dos** ecuaciones: $f''(a) = 0$ y $f(a) = b$. En Castilla-La Mancha 2025 (ordinaria), $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ tiene un mínimo relativo en $(2, -3)$ y una inflexión en $(1, -1)$: $f'(2) = 0$, $f(2) = -3$, $f''(1) = 0$ y $f(1) = -1$ dan $a = 1, b = -3, c = 1$. En La Rioja 2025 (extraordinaria), un cambio de curvatura de $x^3 + ax^2 + 36x + 5$ en $x = 5$ pide $30 + 2a = 0$: $a = -15$.

- **Qué significa en un problema.** En la inflexión, f' tiene un máximo o un mínimo relativo: es el momento en que la magnitud **cambia más deprisa**. En La Rioja 2025, el beneficio baja entre los meses 2 y 4, y en $t = 3$ es cuando cae más rápido: $f'(3) = -3$, es decir, 3000 € menos por mes.

Candidatos
Resuelve $f''(x) = 0$ y añade los puntos del dominio donde f'' no existe.

Comprueba el cambio
Mira el signo de f'' a cada lado. Si cambia, hay inflexión; si no, no. Otra forma: si $f'''(a) \neq 0$, hay inflexión en $x = a$.

Da el punto entero
Calcula $f(a)$: la inflexión es el punto $(a, f(a))$, no solo la abscisa.

Error típico que te quita puntos

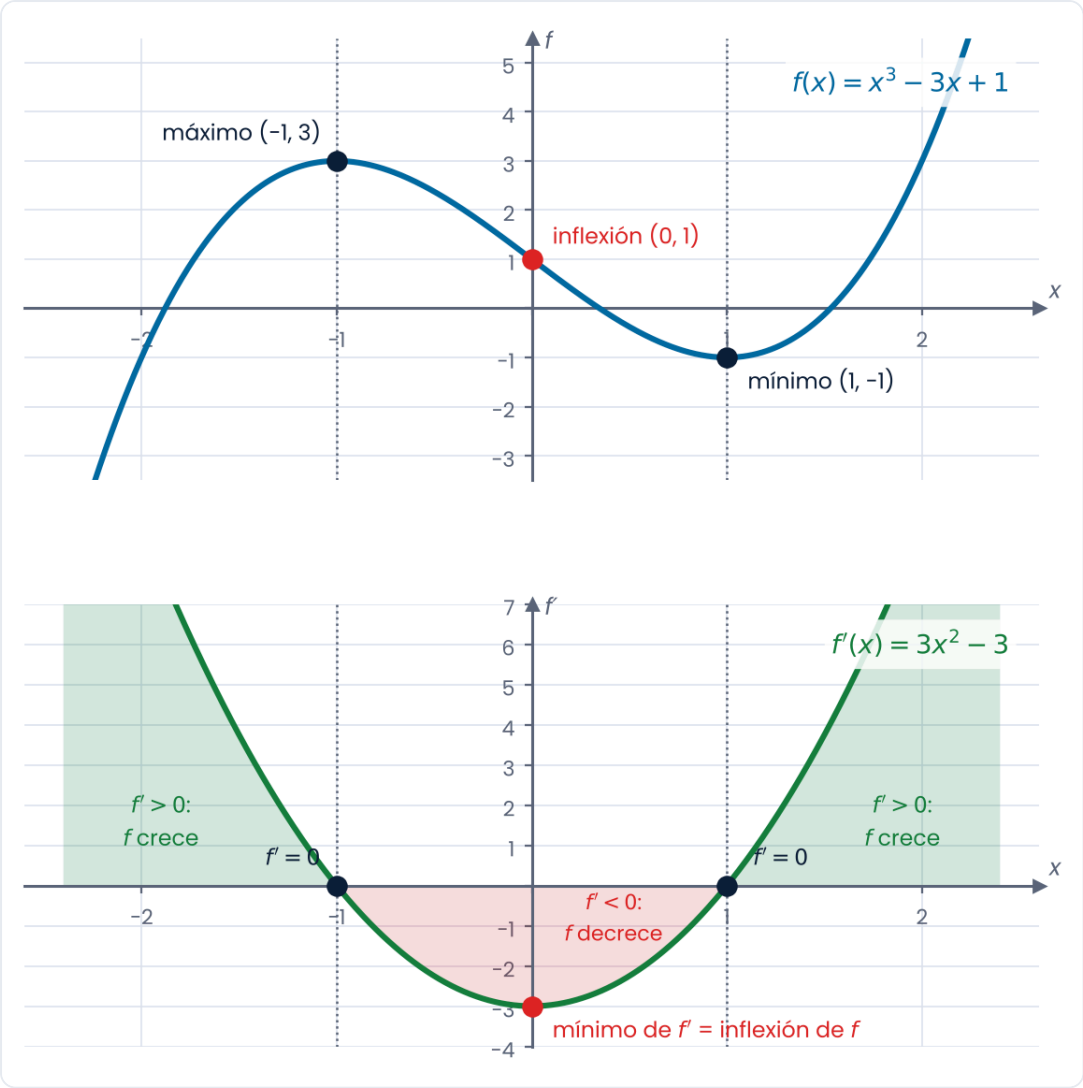
Decir que hay inflexión porque $f''(a) = 0$, sin mirar el signo a los dos lados; o dar solo «$x = 3$» en lugar del punto $(3, 26)$. Los criterios puntúan por separado cada cosa.

3 Qué dicen la función, su derivada y su segunda derivada

Leer una en la otra sirve para comprobar las cuentas y para las preguntas «al revés» (dada la gráfica de f', ¿cómo es f?), que no han caído en las ordinarias de 2025 y 2026.

- **Ejemplo (País Vasco 2026, extraordinaria):** $f(x) = x^3 - 3x + 1$, $f'(x) = 3x^2 - 3$. f' se anula en $x = \pm 1$ (máximo $(-1, 3)$ y mínimo $(1, -1)$) y tiene su mínimo en $x = 0$: la inflexión $(0, 1)$.

Lo que ves en f'	Lo que significa en f
$f' > 0$: su gráfica, por encima del eje	f crece
$f' < 0$: por debajo del eje	f decrece
f' corta el eje y cambia de signo	Extremo relativo de f: de $+$ a $-$, máximo; de $-$ a $+$, mínimo
f' crece ($f'' > 0$)	f es convexa ($\cup$)
f' decrece ($f'' < 0$)	f es cóncava ($\cap$)
f' tiene un máximo o un mínimo relativo	Punto de inflexión de f



f (arriba) y f' (abajo). Con $f(x) = x^3 - 3x + 1$: donde $f' > 0$ (verde), f sube; donde $f' < 0$ (rojo), baja. Los ceros de f' son los extremos de f, y el mínimo de f', su inflexión.

4 El estudio completo, paso a paso

«Estudia y representa» junta los Temas 4, 6 y 7 en un orden fijo; la curva es lo último. Es lo que el Real Decreto 243/2022 llama «Aplicación de los conceptos de límite y derivada a la representación y al estudio de situaciones susceptibles de ser modelizadas mediante funciones».

- **La tabla de variación** pone en una fila los puntos clave (ceros de f' y de f'', puntos fuera del dominio y extremos del intervalo) y debajo los signos. La de La Rioja 2025:

t	$[0,2)$	2	$(2,3)$	3	$(3,4)$	4	$(4,6]$
$f'(t)$	$+$	0	$-$	$-$	$-$	0	$+$
$f''(t)$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	$+$	$+$
$f(t)$	$\nearrow \cap$	28	$\searrow \cap$	26	$\searrow \cup$	24	$\nearrow \cup$

  Con ella, el dibujo sale casi solo.
- **Una asíntota vertical parte los intervalos**, aunque f' no se anule ahí: «decrece en $(-\infty, -2)$, en $(-2, 4)$ y en $(4, +\infty)$».

1 Dominio
Fuera los ceros del denominador; raíces pares con radicando ≥ 0; logaritmos con argumento > 0. En un modelo, además, el intervalo del enunciado ($0 \leq t \leq 6$).

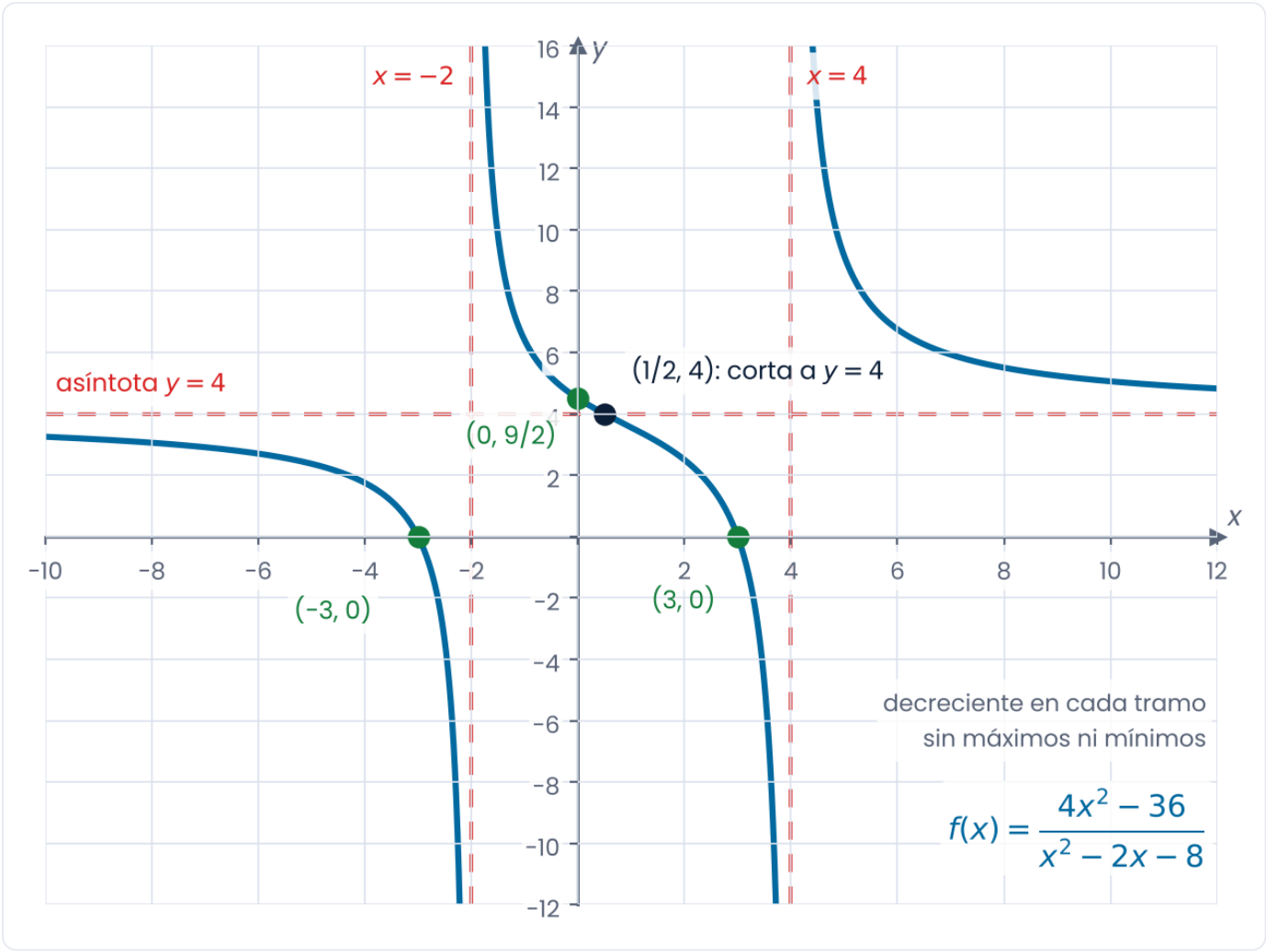
2 Cortes y signo
Eje Y: $(0, f(0))$. Eje X: las soluciones de $f(x) = 0$. El signo de f entre ceros dice si la curva va por encima o por debajo del eje.

3 Asíntotas
Verticales, horizontales u oblicuas y la posición de la curva (cómo se calculan, en el Tema 4).

4 Monotonía y extremos
Signo de f' (Tema 6). En un intervalo cerrado, calcula también los valores en sus extremos.

5 Curvatura e inflexión
Signo de f'', si te lo piden o si ayuda a dibujar.

6 Tabla y dibujo
Resume en una tabla de variación, marca los puntos, traza las asíntotas discontinuas y une siguiendo las flechas.



El estudio completo, dibujado (Comunitat Valenciana 2025, resuelto más abajo). $f(x) = \frac{4x^2 - 36}{x^2 - 2x - 8}$: asíntotas $x = -2$, $x = 4$ e $y = 4$ (que la curva corta en $(\frac{1}{2}, 4)$), tres ramas decrecientes y ningún extremo.

5 Esbozar la gráfica: qué tiene que llevar

Un esbozo no es un dibujo exacto: es una gráfica **coherente con tus cuentas**. Suele valer 0,5 puntos.

- **Ejes con escala** y, en un modelo, con sus magnitudes y unidades; si hace falta, una escala distinta en cada eje.
- **Asíntotas discontinuas**, y la curva pegándose a ellas por el lado correcto: el que dicen los límites laterales y el signo de $f(x) - L$.
- **Puntos marcados y rotulados:** cortes con los ejes, extremos, inflexiones y, en un modelo, los extremos del intervalo, con sus coordenadas.

- **Forma coherente:** sube donde $f' > 0$, baja donde $f' < 0$ y cambia de curvatura en la inflexión. Picos, solo donde no es derivable.
- **Solo en el dominio:** nada a la izquierda de $x = 1$ en $1 + \sqrt{x - 1}$ (Baleares 2026); nada fuera de $[0, 4]$ si el enunciado dice $0 \leq t \leq 4$ (Galicia 2025).
- **Baleares** pide una «gráfica esquemática» e indicar «sobre la gráfica» el valor en los extremos del dominio, la monotonía y los máximos y mínimos (2025 y 2026; traducido del catalán): escribe esos datos en el propio dibujo.

Error típico: el dibujo contradice las cuentas

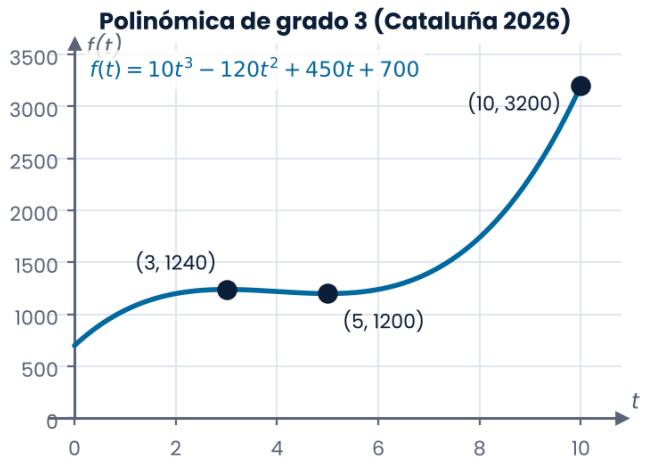
Una curva que sube donde dijiste que decrece o que cruza una asíntota vertical deja sin el punto del dibujo. Si no encaja, revisa la cuenta: no fuerces el dibujo.

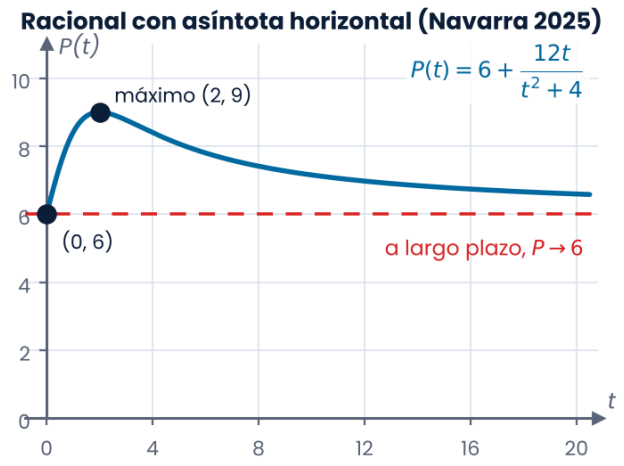
6 Las familias de funciones y su forma

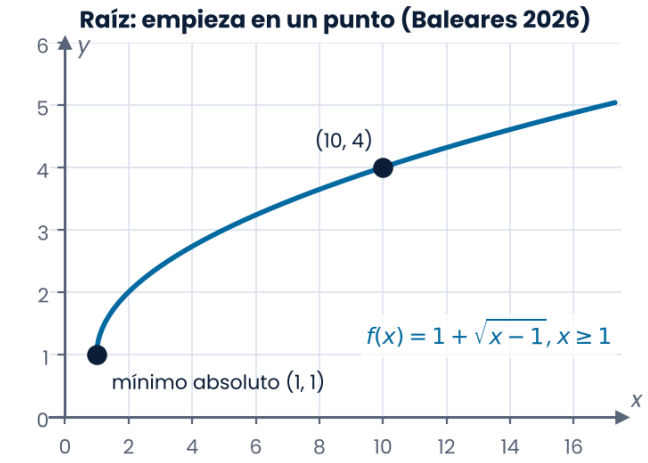
El Real Decreto 243/2022 pide «estrategias de identificación y determinación de la clase o clases de funciones que pueden modelizarlas». Saber la forma típica de cada familia te avisa si una cuenta está mal.

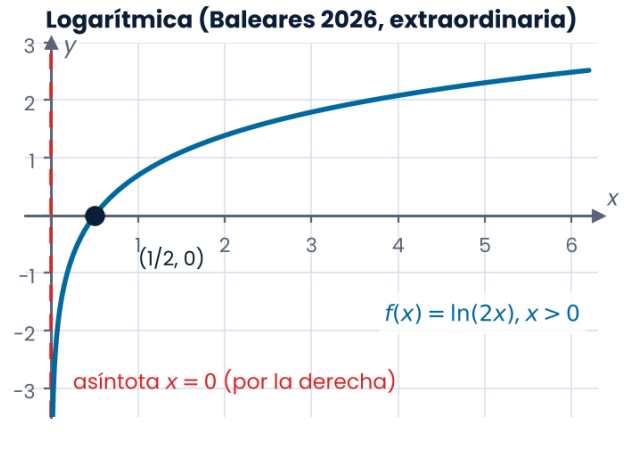
- **Navarra 2025:** la población $P(t) = 6 + \dfrac{12t}{t^2 + 4}$ (miles de ejemplares) tiene $P'(t) = \dfrac{12\,(4 - t^2)}{(t^2 + 4)^2}$: crece hasta el máximo $(2, 9)$ y después decrece hacia $y = 6$. A largo plazo, unos 6000 ejemplares.

Familia	Ejemplo de examen	Cómo es su gráfica
Polinómica de grado 2	$B(x) = -x^2 + 10x - 16$ (Galicia 2026)	Parábola: un solo extremo, el vértice. Cóncava (∩) si el coeficiente de x^2 es negativo
Polinómica de grado 3	$f(t) = 10t^3 - 120t^2 + 450t + 700$ (Cataluña 2026)	Dos extremos o ninguno, y siempre una inflexión (si tiene dos extremos, a medio camino entre ellos)
Racional	$P(t) = 6 + \dfrac{12t}{t^2 + 4}$ (Navarra 2025)	Asíntotas verticales en los ceros del denominador (si no se simplifican); horizontal si el grado de abajo es mayor o igual: el valor **a largo plazo**
Exponencial	$N(t) = 500\,000\,(1 - e^{-0{,}2t})$ (Andalucía 2025)	e^{kt} no corta nunca el eje. Las de **saturación**, como $1 - e^{-kt}$, suben cada vez más despacio hacia un tope
Raíz	$1 + \sqrt{x - 1}$ (Baleares 2026)	Empieza en un punto (donde el radicando vale 0) y crece cada vez más despacio: cóncava (∩)
Logarítmica	$\ln(2x)$ (Baleares 2026, extraordinaria)	Solo con argumento positivo; asíntota vertical en el borde del dominio; crece cada vez más despacio
A trozos	$V(t)$: una recta y después una racional (Canarias 2026, resuelto en el Tema 5)	Cada trozo con su forma. En las uniones, continuidad (Tema 4) y si hay pico (Tema 5)









Cuatro familias, cuatro formas, todas de exámenes reales. La cúbica de Cataluña 2026 (dos extremos; el máximo absoluto, al final), la racional de Navarra 2025 (un máximo y la asíntota $y = 6$), la raíz de Baleares 2026 y la logarítmica de la extraordinaria de Baleares 2026 (asíntota $x = 0$).

7 Leer e interpretar un modelo

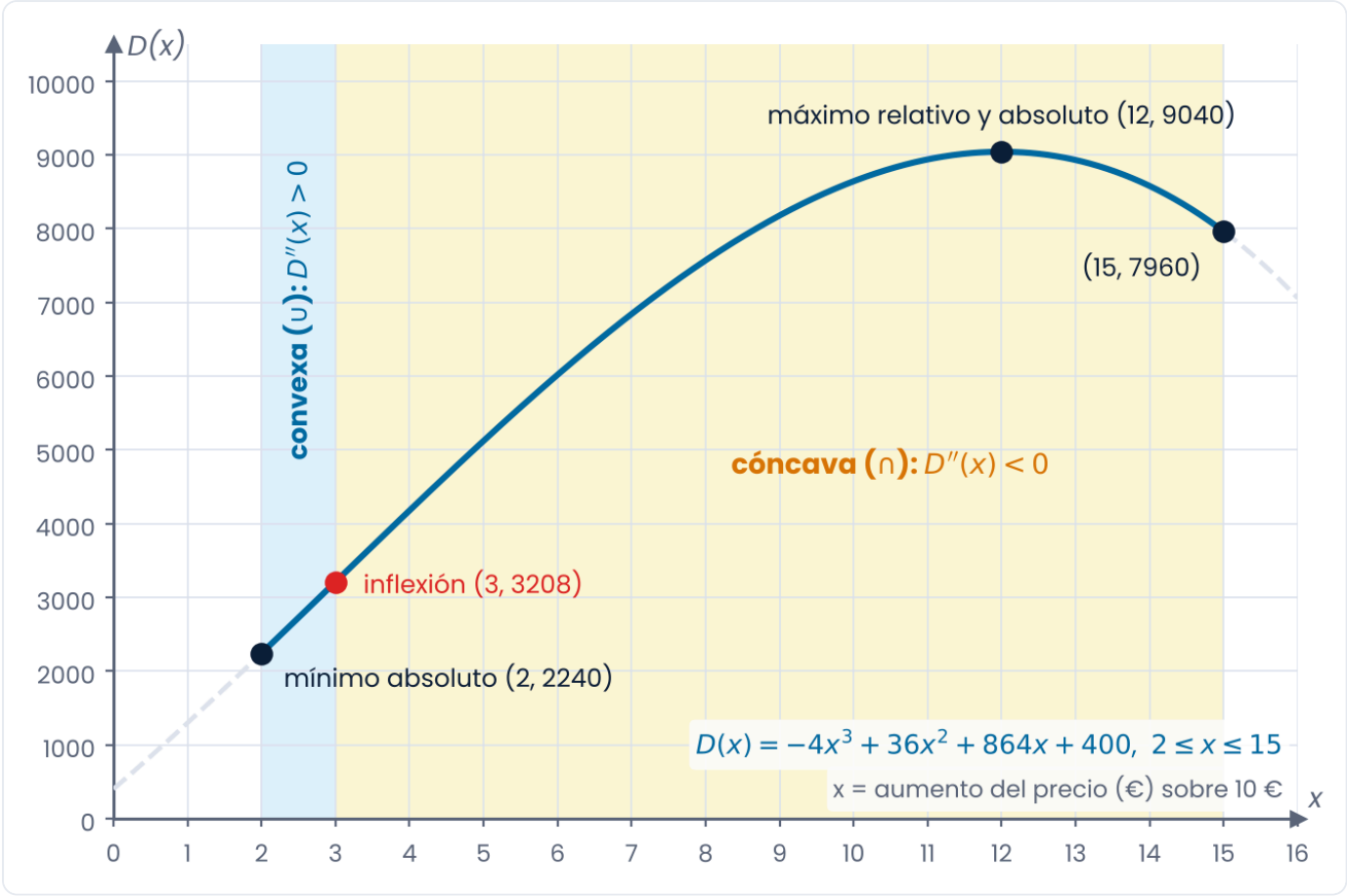
En Mates CCSS la función casi siempre es un beneficio, unos seguidores o unas descargas. Lo que puntúa es **traducir** cada resultado al contexto, con su unidad.

- **Ejemplo (Cataluña 2026, Ejercicio 1):** los seguidores de un médico en redes, $f(t) = 10t^3 - 120t^2 + 450t + 700$, con t en semanas y $t \in [0, 10]$. $f'(t) = 30\,(t-3)(t-5)$: crecen hasta la semana 3 (1240 seguidores; es cuando cuelga el vídeo polémico), bajan hasta la semana 5 (1200; cuelga el que tiene éxito) y vuelven a crecer. El momento con más seguidores no es el máximo relativo, sino el final: $f(10) = 3200$.
- **Responde con una frase, con la magnitud y la unidad.** «Máximo en $(12, 9040)$» no basta si te preguntan por el precio: en Aragón 2026, «Se penaliza con 0,5 puntos si no se indica el precio final y se proporciona únicamente el aumento».

Lo que calculas	Cómo se dice en el contexto
$f(a)$	El valor de la magnitud para a: «a los 6 años hay 7800 ejemplares» (Navarra 2025, $P(6) = 7{,}8$)
Máximo o mínimo	Cuándo se alcanza el valor más alto o más bajo, y cuál es
$f'(a)$	El ritmo de cambio en a, en unidades de f por unidad de x: personas por hora, euros por mes
Punto de inflexión	El momento en que crece (o decrece) más deprisa; desde ahí, el cambio se frena (o se acelera)
$\lim_{t \to +\infty} f(t) = L$	A largo plazo se estabiliza en L (Tema 4)

«Interpreta» vale puntos aparte

«Contextualice las respuestas» (Galicia 2026), «describa su tendencia a lo largo del tiempo» (Andalucía 2025): cuando el enunciado lo pide, la frase final es parte de la nota.



Un modelo leído en su intervalo (Aragón 2026, resuelto más abajo). $D(x) = -4x^3 + 36x^2 + 864x + 400$ en $[2, 15]$: mínimo absoluto en el borde, $(2, 2240)$; inflexión en $(3, 3208)$; máximo relativo y absoluto en $(12, 9040)$, con un precio de 22 €.

8 Reconocer y emparejar gráficas y fórmulas

Asturias lo pone en la Pregunta 1, opción A: en 2025, elegir cuál de tres figuras es la gráfica de una función a trozos; en 2026, emparejar tres gráficas con tres fórmulas. Basta con encontrar **una diferencia que se pueda justificar**.

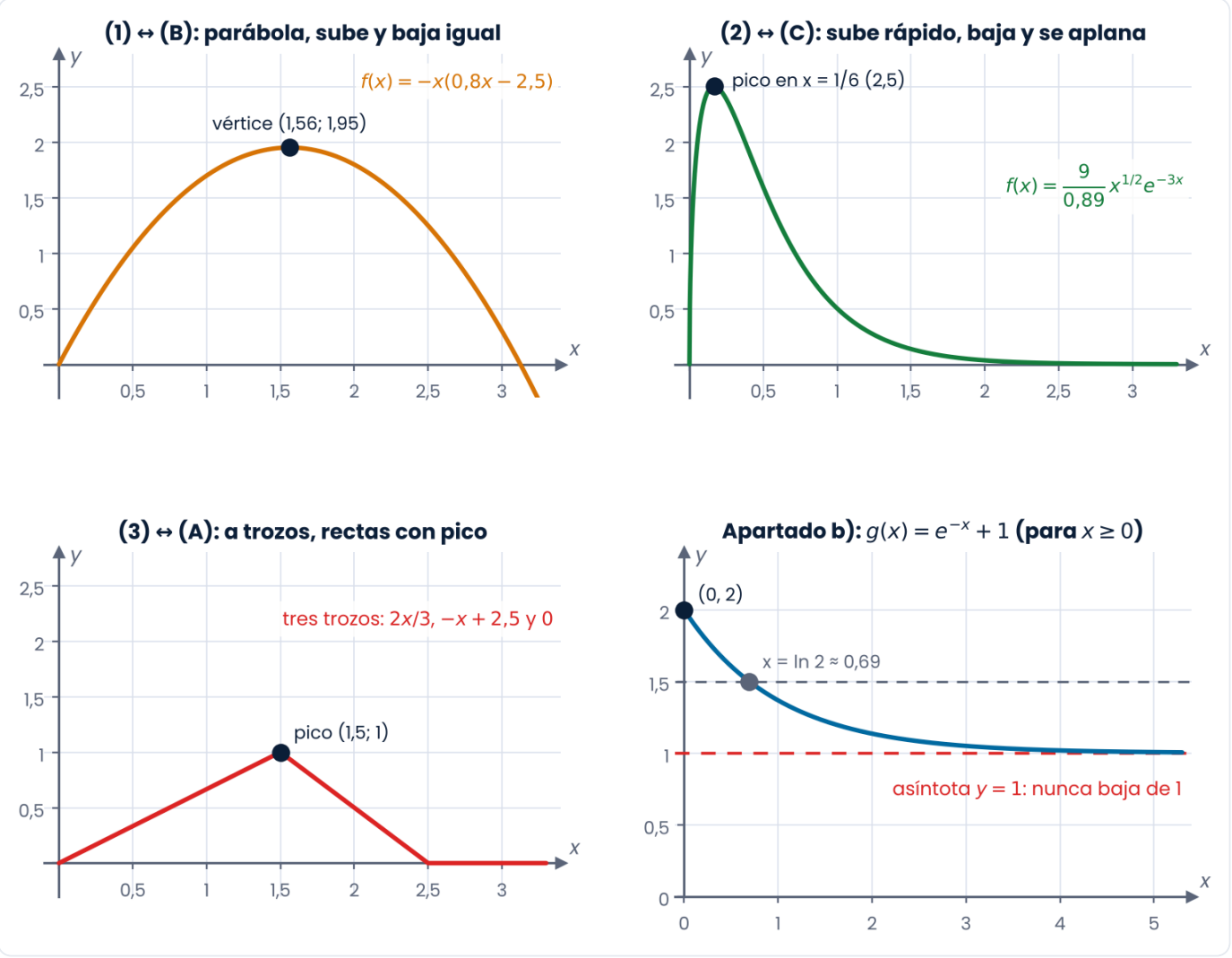
- **Si dudas entre dos, calcula un valor que las separe**: el máximo, un corte o el límite en el infinito.

1 Lo que se ve sin calcular
Trozos de recta dan picos; una parábola es simétrica; una exponencial acaba pegada a una asíntota.

2 Puntos fáciles
$f(0)$, los ceros o un valor en un punto de unión: la gráfica que no coincida, fuera.

3 Monotonía, extremos y curvatura
Si todas suben, mira la curvatura, como en Asturias 2026 (extraordinaria): «f es convexa (o cóncava hacia arriba) en toda la segunda parte del partido y no existe ningún punto de inflexión».

4 Justifica por escrito
Una frase por pareja: «la (3) es la única con tramos rectos: es la función a trozos (A)».



Las gráficas de Asturias 2026, emparejadas (resuelto más abajo). (1) es la parábola (B); (2), la exponencial (C), con su pico en $x = \frac{1}{6}$; (3), la función a trozos (A). Abajo a la derecha, $g(x) = e^{-x} + 1$. La (2) está calculada con $x^{1/2}$, la que dibuja el examen: con el $x^{-1/2}$ impreso no tendría pico.

9 Qué te piden en tu comunidad

Ordinarias de 2025 y 2026, y el convenio de curvatura donde lo dicen por escrito.

Comunidad	Qué cae
Andalucía	Modelo con monotonía, curvatura, gráfica y tendencia (2025); a trozos con gráfica (2026). Convexa = ∪ (modelo 2027)
Aragón	Curvatura e inflexión de un modelo cúbico (2026, obligatoria)
Asturias	Elegir o emparejar gráficas y fórmulas (Pregunta 1A, 2025 y 2026); no te piden dibujar funciones a mano (acta de 2025-26, sin documento nuevo para 2027). Convexa = ∪, «cóncava hacia abajo» = ∩ (extraordinaria de 2026)
Baleares	Gráfica esquemática con los valores y los extremos indicados sobre el dibujo (2025 y 2026). La matriz de 2026-27 no prioriza la curvatura, las inflexiones ni las gráficas de racionales (aunque el modelo 2027 pide f''), y hacer la gráfica con una tabla de valores (salvo en las funciones lineales) es error grave: puede restar, típicamente, del 50 % al 100 % del apartado (especificaciones PAU27, traducido del catalán)
Canarias	Un modelo a trozos que hay que dibujar (2025 y 2026). Nivel de 2027: «una función polinómica, racional o exponencial sencilla» (orientaciones de octubre de 2026); en el acta de 2026-27 se comenta que no se entendería pedir exponenciales sencillas y no la raíz cuadrada, aunque no figura en las orientaciones
Cantabria	Cortes y esbozo de una función a trozos con dos parábolas (2025); en la extraordinaria de 2026, el estudio completo de una racional
Cataluña	Esbozo de un modelo cúbico (2026). Sus orientaciones (las de la PAU 2025, vigentes a 31-10-2026) no nombran la curvatura ni las inflexiones, y no han caído

Comunidad	Qué cae
Castilla-La Mancha	Parámetros con un mínimo y una inflexión (2025). Convexa = ∪, cóncava = ∩ (extraordinaria de 2025)
Comunitat Valenciana	Estudio completo y gráfica de una función racional (2025)
Galicia	Curvatura, inflexión y gráfica de un polinomio en un intervalo (2025); modelo a trozos con gráfica (2026). Convexa = ∪ (orientaciones 2026-27; la solución de 2026 llama cóncava a la ∩). No se valora resolver un ejercicio a partir de una gráfica hecha solo con una tabla de valores, salvo en las funciones afines (criterios 2026-27)
La Rioja	Inflexión y gráfica de un beneficio en $[0, 6]$ (2025)
Navarra	Representar la función de una población (2025)
País Vasco	Inflexión comprobando $f''' \neq 0$ (2026). Convenio al revés en el solucionario de la extraordinaria de 2026: llama cóncava a la ∪

Castilla y León, Madrid y Murcia no han tenido curvatura ni representación de funciones en sus ordinarias de 2025 y 2026 (Murcia 2026 sí pidió el dominio, las asíntotas y la monotonía de una racional). Murcia, en su esquema de contenidos PAU2027 (30-09-2026), incluye la curvatura (cóncava ∩, convexa ∪), pero como gráficas solo nombra las de «rectas, parábolas y funciones a trozos»; en Extremadura, el modelo se lee solo con sus extremos (Tema 6).

10 Ejercicio resuelto: estudio completo y gráfica de una función racional (Comunitat Valenciana 2025)

PAU COMUNITAT VALENCIANA 2025 · CONVOCATORIA ORDINARIA · APARTADO 2, PROBLEMA 2.B (A ELEGIR ENTRE 2.A Y 2.B; 3,5 PUNTOS)

Se considera la función:

$$f(x) = \frac{4x^2 - 36}{x^2 - 2x - 8}$$

Se pide:

a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. (0,5 puntos)

b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. (0,5 puntos)

c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los máximos y mínimos locales, si existen. (2 puntos)

d) La representación gráfica de la función a partir de los resultados obtenidos en los apartados anteriores. (0,5 puntos)

Apartado a)

1. La idea: el dominio de un cociente es $\mathbb{R}$ menos los ceros del denominador. Factorizar ahora ahorra trabajo después.
2. Denominador: $x^2 - 2x - 8 = 0$ da $x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 32}}{2} = \frac{2 \pm 6}{2}$, es decir, $x = 4$ y $x = -2$. Numerador: $4x^2 - 36 = 4\,(x - 3)(x + 3)$. Así

   $$f(x) = \frac{4\,(x - 3)(x + 3)}{(x - 4)(x + 2)},$$

   sin ningún factor que se simplifique.
3. Eje X: $f(x) = 0$ cuando se anula el numerador (y no el denominador): $x = \pm 3$. Eje Y: $f(0) = \frac{-36}{-8} = \frac{9}{2}$.

SOLUCIÓN $\operatorname{Dom} f = \mathbb{R} \setminus \{-2, 4\}$. Corta a los ejes en $(-3, 0)$, $(3, 0)$ y $\left(0, \frac{9}{2}\right)$.

Apartado b)

1. **Verticales.** En $x = -2$ el numerador vale $-20 \neq 0$, y en $x = 4$, $28 \neq 0$: límites del tipo $\frac{k}{0}$, infinitos. Hay asíntotas en los dos.
2. Los laterales, para dibujar: el denominador es negativo entre -2 y 4 y positivo fuera. Así, $f \to -\infty$ a la izquierda de -2 y $+\infty$ a su derecha; $-\infty$ a la izquierda de 4 y $+\infty$ a su derecha.
3. **Horizontal.** Numerador y denominador tienen el mismo grado:

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{4x^2 - 36}{x^2 - 2x - 8} = \frac{4}{1} = 4.$$

   Asíntota $y = 4$ a los dos lados (y por eso no hay oblicua).
4. Posición: $f(x) - 4 = \dfrac{8x - 4}{x^2 - 2x - 8}$. Para x muy grande es positivo (la curva va por encima de $y = 4$); para x muy negativo, negativo (por debajo). Se anula en $x = \frac{1}{2}$: la curva **corta** a su asíntota en $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$.

SOLUCIÓN Asíntotas verticales $x = -2$ y $x = 4$; asíntota horizontal $y = 4$.

Apartado c)

1. La idea: el signo de f' da la monotonía (Tema 6).
2. Derivada de un cociente:

$$f'(x) = \frac{8x\,(x^2 - 2x - 8) - (4x^2 - 36)(2x - 2)}{(x^2 - 2x - 8)^2}.$$

   Arriba: $8x^3 - 16x^2 - 64x - (8x^3 - 8x^2 - 72x + 72) = -8x^2 + 8x - 72$. Así

$$f'(x) = \frac{-8\,(x^2 - x + 9)}{(x^2 - 2x - 8)^2}.$$

3. $x^2 - x + 9$ no tiene raíces reales (discriminante $-35 < 0$) y es siempre positivo; el denominador es un cuadrado. Por tanto $f'(x) < 0$ en todo el dominio.
4. Sin ceros de f' no hay extremos. «Decreciente» lo es **en cada intervalo**, no en todo el dominio a la vez: $f(-3) = 0 < f(0) = \frac{9}{2}$, porque entre los dos está la asíntota $x = -2$.

SOLUCIÓN f es decreciente en $(-\infty, -2)$, en $(-2, 4)$ y en $(4, +\infty)$. No tiene máximos ni mínimos locales.

Apartado d)

1. Con las asíntotas discontinuas y los puntos ya marcados, una rama en cada tramo. **Rama izquierda** ($x < -2$): viene de $y = 4$ por debajo, baja cortando el eje en $(-3, 0)$ y cae a $-\infty$ junto a $x = -2$.
2. **Rama central** ($-2 < x < 4$): baja desde $+\infty$ junto a $x = -2$, pasa por $\left(0, \frac{9}{2}\right)$, cruza $y = 4$ en $x = \frac{1}{2}$, corta el eje en $(3, 0)$ y cae a $-\infty$ junto a $x = 4$.
3. **Rama derecha** ($x > 4$): baja desde $+\infty$ y se pega a $y = 4$ por encima ($f(5) = \frac{64}{7} \approx 9{,}14$).

SOLUCIÓN La gráfica es la de la figura de la sección «El estudio completo, paso a paso»: tres ramas decrecientes separadas por $x = -2$ y $x = 4$; las dos de los lados se pegan a $y = 4$.

Lo que puntúa. Criterios de la Comunitat Valenciana 2025: a) «De 0 a 0,25 puntos por la obtención del dominio» y «De 0 a 0,25 puntos por la determinación de los puntos de corte con los ejes»; b) 0,25 por las verticales y 0,25 por la horizontal; c) «De 0 a 1,4 puntos por razonar que la función es decreciente en su dominio. De 0 a 0,6 puntos por razonar que la función no tiene ni máximos ni mínimos locales»; d) «De 0 a 0,5 puntos por la gráfica de la función». Además, «cada error en operaciones aritméticas elementales se penalizará con 0,1 puntos, hasta un máximo de penalización de 0,25 puntos». El apartado c) vale 2 de los 3,5 puntos, y lo que se puntúa es «razonar»: justifica el signo de cada factor de la derivada.

Error típico que te quita puntos. Equivocarse de signo al restar en la derivada del cociente: salen extremos que no existen. También escribir «decrece en $(-\infty, +\infty)$», como si no hubiera asíntotas.

11 Ejercicio resuelto: extremos, curvatura e inflexión de un modelo (Aragón 2026)

PAU ARAGÓN 2026 · CONVOCATORIA ORDINARIA · PREGUNTA 2 (OBLIGATORIA; SE CALIFICA SOBRE 10 PUNTOS Y PESA 2,5 EN LA NOTA FINAL)

En la librería se ha observado que un aumento en el precio del libro en papel puede provocar un aumento de las descargas ilegales. Para estudiar este comportamiento, se considera la siguiente función:

$$D(x) = -4x^3 + 36x^2 + 864x + 400$$

que aproxima el número de descargas ilegales en función del aumento de precio (x) (en euros) sobre un precio base de 10 euros, con $2 \leq x \leq 15$.

a) Calcule el número de descargas ilegales para aumentos del precio de 2 y de 15 euros. Estudie el crecimiento y decrecimiento de la función $D(x)$ en $2 \leq x \leq 15$. Determine los valores mínimo y máximo de descargas ilegales y el precio final en el que se alcanzan, indicando si se trata de extremos relativos y/o absolutos. (8 puntos)

b) Calcule, si existen, los puntos de inflexión de $D(x)$. Estudie la curvatura (concavidad/convexidad) de la función en el intervalo $2 \leq x \leq 15$. (2 puntos)

Apartado a)

1. La idea: extremos absolutos en un intervalo cerrado (Tema 6): valores en los bordes, puntos críticos dentro y comparar. Lo propio de este tema es el b).
2. **Valores pedidos:** $D(2) = -32 + 144 + 1728 + 400 = 2240$ y $D(15) = -13\,500 + 8100 + 12\,960 + 400 = 7960$ descargas.
3. **Derivada:** $D'(x) = -12x^2 + 72x + 864 = -12\,(x^2 - 6x - 72) = -12\,(x - 12)(x + 6)$. Se anula en $x = 12$ y en $x = -6$, que está fuera de $[2, 15]$.
4. **Signo en** $[2, 15]$**:** como $x + 6 > 0$, el signo de D' es el de $-(x - 12)$: positivo en $[2, 12)$ (crece) y negativo en $(12, 15]$ (decrece).
5. **Máximo:** en $x = 12$ pasa de crecer a decrecer: máximo relativo, con $D(12) = -6912 + 5184 + 10\,368 + 400 = 9040$. También es absoluto: sube hasta ahí y después baja.
6. **Mínimo:** no hay mínimo relativo dentro del intervalo; el absoluto está en un extremo, el menor de $D(2) = 2240$ y $D(15) = 7960$. Está en $x = 2$ y es absoluto pero no relativo.
7. **Precio final** = 10 € + aumento: $10 + 12 = 22$ € y $10 + 2 = 12$ €.

SOLUCIÓN Con aumentos de 2 y 15 € hay 2240 y 7960 descargas. Las descargas crecen para aumentos entre 2 y 12 € y decrecen entre 12 y 15 €. **Máximo relativo y absoluto: 9040 descargas, con un precio final de 22 €. Mínimo absoluto (no relativo): 2240 descargas, con un precio de 12 €.**

Apartado b)

1. La idea: la curvatura sale del signo de D''. $D''(x) = -24x + 72 = -24\,(x - 3)$ se anula en $x = 3$, dentro de $[2, 15]$.
2. Signo: $D'' > 0$ en $[2, 3)$ y $D'' < 0$ en $(3, 15]$. Cambia en $x = 3$ (también $D'''(x) = -24 \neq 0$): hay inflexión en $(3, D(3))$, con $D(3) = -108 + 324 + 2592 + 400 = 3208$.
3. **Qué significa:** en $x = 3$, D' alcanza su máximo, $D'(3) = -108 + 216 + 864 = 972$. Con un precio de 13 € las descargas **crecen más deprisa** (unas 972 descargas más por cada euro); después siguen creciendo hasta los 22 €, pero más despacio.

SOLUCIÓN Punto de inflexión en $(3, 3208)$, con un precio de 13 €. D es convexa ($\cup$) en $[2, 3)$ y cóncava ($\cap$) en $(3, 15]$.

Lo que puntúa. Criterios específicos de Aragón 2026: a) «Cálculo del número de descargas en los valores solicitados (1 punto). Cálculo de la derivada primera (1 punto), calcular el/los punto(s) crítico(s) (1 punto). Estudio de los intervalos de crecimiento y decrecimiento (1 punto). Cálculo del nivel mínimo de descargas y el precio correspondiente, clasificándolo como mínimo absoluto y no relativo (2 puntos). Cálculo del nivel máximo de descargas y el precio y clasificarlo como máximo relativo y absoluto (2 puntos). Se penaliza con 0,5 puntos si no se indica el precio final y se proporciona únicamente el aumento.» b) «Calcular la derivada segunda (1 punto). Determinar, si existe, el punto de inflexión (0,5 puntos) y analizar la curvatura de la función (0,5 puntos).» Y en general: «un pequeño error puntual de cuentas se penalizará con 0,5/10 puntos». Aragón no dice qué convenio usa para la curvatura: escribe el dibujo ($\cup$ o $\cap$) junto a la palabra.

Error típico que te quita puntos. Dar «$x = 12$» en lugar del precio final de 22 € (0,5 puntos menos) o llamar «mínimo relativo» al de $x = 2$, que está en el borde.

12 Ejercicio resuelto: emparejar gráficas y leer un modelo (Asturias 2026)

PAU ASTURIAS 2026 · CONVOCATORIA ORDINARIA · PREGUNTA 1, OPCIÓN A (SE RESPONDEN CUATRO DE LAS CINCO PREGUNTAS Y, DE CADA UNA, LA OPCIÓN A O LA B; 2,5 PUNTOS)

Un comportamiento habitual de los fenómenos «virales» en las redes sociales es que incrementen muy rápidamente el número de visualizaciones hasta alcanzar su pico de popularidad; tras alcanzarlo, disminuye el interés público (y, por lo tanto, las visualizaciones) primero rápida y después más paulatina y lentamente. En las tres gráficas siguientes se representa en el eje Y el número de visualizaciones (en cientos de miles) como una función del tiempo (en semanas, representado en el eje X). [Siguen tres gráficas, (1), (2) y (3), con x de 0 a algo más de 3: (1) un arco con su cima cerca de $(1{,}5;\ 2)$; (2) un pico de $2{,}5$ junto a $x = 0$ y una bajada que se aplana; (3) dos tramos rectos con pico en $(1{,}5;\ 1)$. Están reproducidas en la figura de la sección «Reconocer y emparejar gráficas y fórmulas».]

a) Empareja cada gráfica con la función (A), (B) o (C) que le corresponda y, después, explica cuál de las tres representa el comportamiento del fenómeno viral descrito.

(A) $f(x)=\begin{cases}\dfrac{2x}{3} & \text{si } x\le 1.5\\ -x+2.5 & \text{si } 1.5<x\le 2.5\\ 0 & \text{en otro caso}\end{cases}$ (B) $f(x)=-x(0.8x-2.5)$ (C) $f(x)=\dfrac{9}{0.89}\,x^{-\frac{1}{2}}e^{-3x}$

(1 punto)

b) Considera la función $g(x)=e^{-x}+1$. ¿Para qué valores de x está definida $g(x)$? ¿A partir de qué valor de x decrece $g(x)$? ¿Será alguna vez $g(x)$ menor que 1.5? ¿Y menor que 1? (1 punto)

c) Basándote en el estudio de la función, explica si te parece razonable utilizar $g(x)$ para representar las visualizaciones (en cientos de miles) de un fenómeno viral, en función de las semanas (x). (0,5 puntos)

Apartado a)

1. La idea: basta con un rasgo de cada función que se vea en su gráfica.
2. **(A) es la única a trozos con rectas:** para $x\ge 0$ sube hasta $\left(1{,}5;\ \frac{2\cdot 1{,}5}{3}\right)=(1{,}5;\ 1)$, baja hasta $(2{,}5;\ 0)$ y después vale 0. Es la gráfica **(3)**. (Para $x<0$, la fórmula impresa daría $\frac{2x}{3}<0$, mientras que la gráfica (3) dibuja 0; como x es tiempo, solo cuenta $x\ge 0$, y ahí coinciden.)
3. **(B) es una parábola:** $f(x)=-0{,}8x^2+2{,}5x$, cóncava (∩), con ceros en $x=0$ y $x=\frac{2{,}5}{0{,}8}=3{,}125$ y vértice en $x=\frac{2{,}5}{1{,}6}=1{,}5625$, donde vale $1{,}953125\approx 1{,}95$. Es la gráfica **(1)**.
4. **(C) es la que queda**, la exponencial: la gráfica **(2)**. Se confirma con su máximo: con $x^{1/2}$, $f'(x)=\dfrac{9}{0{,}89}\,e^{-3x}x^{-1/2}\left(\frac{1}{2}-3x\right)$ se anula en $x=\frac{1}{6}$, y $f\left(\frac{1}{6}\right)\approx 2{,}50$: el pico de la gráfica (2).
5. **Ojo con el exponente.** El examen imprime $x^{-1/2}$, y con ese exponente la función tendería a $+\infty$ junto a 0 y sería siempre decreciente, sin pico. La gráfica (2), en cambio, sale de $(0,0)$ y tiene su pico en $\left(\frac{1}{6};\ 2{,}5\right)$, que es exactamente lo que da $x^{1/2}$: todo indica que es una errata del enunciado. La solución oficial empareja la (C) por exclusión y no lo comenta; la pareja no cambia.
6. **El fenómeno viral** es la (2): sube muy deprisa (el pico llega en $\frac{1}{6}$ de semana), cae rápido y después cada vez más despacio. La (1) sube y baja al mismo ritmo (es simétrica), y en la (3) la subida es lenta y la bajada, a ritmo constante.

SOLUCIÓN (1) con (B), (2) con (C) y (3) con (A). El comportamiento viral descrito es el de la gráfica (2), la función (C).

Apartado b)

1. **Dominio:** e^{-x} existe para todo x: g está definida en $\mathbb{R}$.
2. **Monotonía:** $g'(x)=-e^{-x}<0$ para todo x: g es decreciente siempre, no «a partir de» ningún valor. Además $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=0+1=1$: asíntota horizontal $y=1$.
3. **¿Menor que 1,5?** $e^{-x}+1<1{,}5 \iff e^{-x}<0{,}5 \iff -x<\ln 0{,}5 \iff x>\ln 2\approx 0{,}69$. Sí, desde $x=\ln 2$ semanas (unos 5 días); por ejemplo, $g(1)=e^{-1}+1\approx 1{,}37$ (la solución oficial pone 1,36, truncando $1{,}3679\ldots$).
4. **¿Menor que 1?** Haría falta $e^{-x}<0$, imposible: g se acerca a 1 sin llegar.

SOLUCIÓN g está definida en todo $\mathbb{R}$ y decrece en todo $\mathbb{R}$. Es menor que 1,5 para $x>\ln 2\approx 0{,}69$, pero nunca es menor que 1 (tiende a 1).

Apartado c)

1. g **no sube nunca:** su valor más alto es el inicial, $g(0) = 2$ (200 000 visualizaciones en la semana 0), y desde ahí solo baja. Falta el crecimiento inicial.
2. **Y no baja de 1:** las visualizaciones se quedarían para siempre por encima de 100 000, cuando el interés por un fenómeno viral acaba desapareciendo.

SOLUCIÓN No es razonable: g no tiene la subida inicial hasta un pico y se estanca en 100 000 visualizaciones en lugar de tender a 0.

Lo que puntúa. Criterios de Asturias 2026 (Pregunta 1, opción A): a) «Explicar cuál es la gráfica adecuada: 0.5 puntos. Explicar cuál es la expresión funcional de cada una de las tres gráficas: 0.5 puntos.» b) «Responder justificadamente a las preguntas: 1 punto.» c) «Explicar si la gráfica puede representar el fenómeno: 0.5 puntos.» Lo que se valora es la **explicación**: una pareja sin razón no puntúa.

Error típico que te quita puntos. Emparejar a ojo, sin una razón por gráfica. Y en el b), buscar un «valor a partir del cual» g decrece resolviendo $g'(x) = 0$, que no tiene solución: decrece siempre.

Conceptos clave

Curvatura
Cómo se dobla la gráfica en un intervalo: hacia arriba (∪) o hacia abajo (∩). La da el signo de f''.

Segunda derivada
La derivada de f', f''. Su signo da la curvatura de f.

Función convexa
Con $f'' > 0$ en un intervalo: se dobla hacia arriba (∪) y va por encima de sus tangentes. El solucionario del País Vasco (2026, extraordinaria) la llama cóncava.

Función cóncava
Con $f'' < 0$ en un intervalo: se dobla hacia abajo (∩) y va por debajo de sus tangentes. El solucionario del País Vasco (2026, extraordinaria) la llama convexa.

Punto de inflexión
Punto $(a, f(a))$ del dominio en el que cambia la curvatura. Si existe $f''(a)$, vale 0, y f' tiene ahí un extremo relativo.

Criterio de la tercera derivada
Si $f''(a) = 0$ y $f'''(a) \neq 0$, la función tiene un punto de inflexión en $x = a$.

Estudio completo de una función
Dominio, cortes, asíntotas, monotonía y extremos, y curvatura, en ese orden, para dibujar la gráfica.

Tabla de variación
Tabla con el signo de f' y de f'' y la forma de la gráfica en cada intervalo.

Esbozo
Dibujo aproximado de una gráfica, coherente con lo calculado: puntos clave, asíntotas y la forma de cada tramo.

Modelo de saturación
Función creciente y cóncava que se acerca a un tope (su asíntota horizontal), como $1 - e^{-kt}$.

MODO PAU

Siete reglas que valen puntos

Convenio

Escribe «convexa (∪)» o «cóncava (∩)», con el dibujo: no todas las comunidades llaman igual a cada forma.

Inflexión

Candidato con $f''=0$ y **cambio de signo** de f'' (o $f'''\neq 0$). Da el punto $(a, f(a))$.

Orden

Dominio, cortes, asíntotas, monotonía, curvatura y, al final, el dibujo.

Intervalos

Una asíntota vertical o un punto fuera del dominio parte los intervalos de monotonía y de curvatura.

Intervalo cerrado

En un modelo en $[a, b]$, calcula $f(a)$ y $f(b)$: el máximo o el mínimo absoluto puede estar en un extremo.

Dibujo

Ejes con escala, asíntotas discontinuas, puntos rotulados y forma coherente con las cuentas.

Contexto

Cada resultado en una frase, con la magnitud y la unidad: «9040 descargas, con un precio de 22 €».

Cómo te lo pueden preguntar

- Representa o esboza la gráfica de una función a partir de lo calculado (dominio, cortes, asíntotas, monotonía, extremos): salió en 13 de las 34 convocatorias ordinarias de 2025 y 2026, en 9 comunidades.
- Estudia la curvatura (intervalos de concavidad y convexidad) y halla los puntos de inflexión: salió en 6 de las 34 convocatorias ordinarias de 2025 y 2026, en 6 comunidades.
- Empareja gráficas y fórmulas, o elige cuál de varias figuras es la gráfica de una función: salió en 2 de las 34 convocatorias ordinarias de 2025 y 2026, en 1 comunidad (Asturias, las dos; también en su extraordinaria de 2026).
- Interpreta un modelo en su contexto (cuándo crece, el valor más alto, la tendencia, el ritmo de cambio): va dentro de casi todos los problemas de funciones. Contando los ejercicios en los que el tema es solo un apartado, sale en 22 de las 34 convocatorias ordinarias de 2025 y 2026, en 14 comunidades.
- Halla parámetros con una condición de inflexión o de cambio de curvatura: Castilla-La Mancha 2025 (ordinaria y extraordinaria) y La Rioja 2025 (extraordinaria).
- Haz el estudio completo de una función racional (dominio, cortes, asíntotas, monotonía y gráfica): Comunitat Valenciana 2025 (ordinaria y extraordinaria) y Cantabria 2026 (extraordinaria; la tienes en «Ponte a prueba»).

No lo confundas

- Cóncava con convexa: depende del convenio de cada comunidad; con el dibujo al lado (∪ o ∩) no hay duda.
- $f''(a)=0$ con punto de inflexión: hace falta que f'' cambie de signo. x^4 tiene $f''(0)=0$ y en $x=0$ tiene un mínimo, no una inflexión.
- Punto de inflexión con extremo: en un extremo cambia la monotonía de f; en una inflexión, la curvatura. El extremo, en la inflexión, es de f'.
- Máximo relativo con máximo absoluto en un intervalo: en La Rioja 2025 el relativo vale 28 y el absoluto, al final del intervalo, 44.
- Creciente con convexa: una función puede crecer siendo cóncava (cada vez más despacio, como el modelo de saturación de Andalucía 2025) o convexa (cada vez más deprisa).
- El aumento con el valor final: en Aragón 2026, x es el aumento sobre 10 €, así que $x=12$ es un precio de 22 €.

Ponte a prueba

PAU Cantabria 2026 (extraordinaria), Apartado 2 (4 puntos; obligatorio). Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \frac{3x^2 + 12x}{(x-2)^2}$$

Realice las siguientes tareas: Tarea 2.1A [1 PUNTO]. Determine el dominio de la función y calcule todas sus asíntotas (verticales, horizontales u oblicuas), indicando las ecuaciones correspondientes. Tarea 2.1B [2 PUNTOS]. Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$ e identifique las coordenadas de los extremos relativos (máximos y mínimos), si existen. Tarea 2.1C [1 PUNTO]. Calcule los puntos de corte de la gráfica de la función con los ejes coordenados y realice un esbozo de la gráfica con la información obtenida (puntos de corte, extremos y asíntotas).

Solución: 2.1A) $\mathrm{Dom}\, f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. En $x = 2$ el numerador vale 36 y $(x-2)^2 \to 0^+$: $\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^+} f(x) = +\infty$, **asíntota vertical** $x = 2$. Mismo grado arriba y abajo: $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = 3$, **asíntota horizontal** $y = 3$ a los dos lados, y por eso **no hay oblicua**. 2.1B) Sacando $(x-2)$ factor común en la derivada del cociente:

$$f'(x) = \frac{(6x+12)(x-2) - 2\,(3x^2+12x)}{(x-2)^3} = \frac{-24\,(x+1)}{(x-2)^3}.$$

Se anula en $x = -1$, y $x = 2$ también parte los intervalos: decrece en $(-\infty, -1)$, crece en $(-1, 2)$ y decrece en $(2, +\infty)$. **Mínimo relativo** $(-1, -1)$, porque $f(-1) = \frac{3-12}{9} = -1$; **no hay máximo** (junto a $x = 2$ sube a $+\infty$). 2.1C) $3x\,(x+4) = 0$: cortes $(-4, 0)$ y $(0, 0)$. Esbozo: viene de $y = 3$ por debajo, corta el eje en $(-4, 0)$, baja al mínimo $(-1, -1)$, sube por $(0, 0)$ y por $\left(\frac{1}{2}, 3\right)$ (corta la asíntota) hasta $+\infty$ junto a $x = 2$; a la derecha baja desde $+\infty$ y se pega a $y = 3$ por encima ($f(4) = 24$). Los criterios dan 0,6 puntos al esbozo (asíntotas, forma, mínimo y cortes) y avisan: «Si no se considera el punto de discontinuidad x = 2, se descontarán 0,25 puntos».

PAU Galicia 2025, Pregunta 3, apartado 3.1 (Pregunta 3, Análisis, 2,5 puntos; a elegir entre 3.1 y 3.2; el examen no da los puntos de cada apartado, los criterios: 1,5, 0,5 y 0,5). Dada la siguiente función

$$B(t) = (4-t)(t-1)^2, \qquad 0 \le t \le 4.$$

3.1.1. Estudie el crecimiento y decrecimiento de la función y sus máximos y mínimos, si existen. 3.1.2. Estudie sus intervalos de concavidad y convexidad y sus puntos de inflexión, si existen. 3.1.3. Represente la gráfica de la función $B(t)$.

Solución: $B(t) = -t^3 + 6t^2 - 9t + 4$. 3.1.1) $B'(t) = -3t^2 + 12t - 9 = -3\,(t-1)(t-3)$: decrece en $(0, 1)$, crece en $(1, 3)$ y decrece en $(3, 4)$. Mínimo relativo en $(1, 0)$ y máximo relativo en $(3, 4)$. En los extremos del intervalo, $B(0) = 4$ y $B(4) = 0$: el **máximo absoluto** es 4 (en $t = 0$ y en $t = 3$) y el **mínimo absoluto**, 0 (en $t = 1$ y en $t = 4$). 3.1.2) $B''(t) = -6t + 12$: convexa ($\cup$) en $[0, 2)$ y cóncava ($\cap$) en $(2, 4]$. Inflexión en $(2, B(2)) = (2, 2)$. 3.1.3) Solo en $[0, 4]$: baja de $(0, 4)$ a $(1, 0)$, sube por $(2, 2)$ hasta $(3, 4)$ y baja a $(4, 0)$.

PAU Andalucía 2025, Ejercicio 2 (Bloque B; a elegir entre los ejercicios 2 y 3; 2,5 puntos). Un periódico digital ha publicado una noticia de última hora. El número de personas que han visto la noticia t horas después de su lanzamiento viene modelado por la función:

$$N(t) = 500\,000 \cdot \left(1 - e^{-0.2t}\right); \quad t > 0$$

a) (0.8 puntos) Estudie la monotonía y curvatura de la función N. b) (0.7 puntos) Represente gráficamente la función N y describa su tendencia a lo largo del tiempo. c) (0.5 puntos) ¿Cuánto tiempo ha debido de pasar para que la noticia haya sido vista por 450 000 personas? d) (0.5 puntos) La velocidad de difusión de la noticia (número de personas por hora que han visto la publicación) es $N'(t)$. ¿Qué conclusión se obtiene al comparar $N'(t)$ en los instantes $t = 1$ y $t = 10$?

Solución: a) $N'(t) = 500\,000 \cdot 0{,}2\, e^{-0{,}2t} = 100\,000\, e^{-0{,}2t} > 0$: **creciente** para $t > 0$. $N''(t) = -20\,000\, e^{-0{,}2t} < 0$: **cóncava** ($\cap$); no hay inflexión. b) Sale de 0 y $\lim_{t\to+\infty} N(t) = 500\,000$: la ve cada vez más gente, cada vez más despacio, y el total se acerca a 500 000 personas sin llegar. c) $1 - e^{-0{,}2t} = 0{,}9 \iff e^{-0{,}2t} = 0{,}1 \iff t = 5\ln 10 \approx 11{,}51$ horas. d) $N'(1) = 100\,000\, e^{-0{,}2} \approx 81\,873$ y $N'(10) = 100\,000\, e^{-2} \approx 13\,534$ personas por hora: la difusión se frena, como dice la concavidad.

Fuentes

1. Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato (Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II)
2. PAU Comunitat Valenciana 2025, ordinaria: examen
3. PAU Comunitat Valenciana 2025, ordinaria: criterios de corrección
4. PAU Aragón 2026, ordinaria: examen y criterios
5. PAU Asturias 2026, ordinaria: examen
6. PAU Asturias 2026, ordinaria: examen resuelto y criterios
7. PAU Asturias 2026, extraordinaria: examen resuelto y criterios
8. PAU Canarias 2026, ordinaria: examen
9. PAU Cantabria 2026, extraordinaria: examen
10. PAU Cantabria 2026, extraordinaria: criterios de corrección
11. PAU Galicia 2025, ordinaria: examen
12. PAU Galicia 2026, ordinaria: criterios y soluciones (en gallego)
13. PAU Andalucía 2025, ordinaria: examen
14. PAU Andalucía, modelo 2027: examen y criterios
15. PAU La Rioja 2025, ordinaria: examen y criterios
16. PAU La Rioja 2025, extraordinaria: examen y criterios
17. PAU Castilla-La Mancha 2025, ordinaria: soluciones y criterios
18. PAU Castilla-La Mancha 2025, extraordinaria: soluciones y criterios
19. PAU País Vasco 2026, ordinaria: solucionario y criterios
20. PAU País Vasco 2026, extraordinaria: solucionario y criterios
21. PAU Cataluña 2026, ordinaria: examen
22. PAU Navarra 2025, ordinaria: examen
23. PAU Baleares 2025, ordinaria: examen (en catalán)
24. PAU Baleares 2026, ordinaria: examen (en catalán)
25. PAU Baleares 2026, extraordinaria: examen (en catalán)

Imágenes: Curvatura e inflexión (La Rioja 2025): Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con los datos exactos. · Una función y su derivada: Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con los datos exactos. · Estudio completo de una racional (Comunitat Valenciana 2025): Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con los datos exactos. · Cuatro familias de funciones: Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con los datos exactos. · Descargas ilegales (Aragón 2026): Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con los datos exactos. · Emparejar gráficas (Asturias 2026): Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con los datos exactos.

Apuntes de Farmeando PAU · farmeandopau.com · Revisados frente a fuentes. Última revisión: 31 de octubre de 2026. Licencia CC BY-NC-ND 4.0: puedes copiarlo y compartirlo citándonos, sin uso comercial ni cambios (las imágenes, con su propia licencia). ¿Un error? Avísanos desde la página del tema. Cómo los hacemos: farmeandopau.com/metodologia.