Integrales y áreas

Test de 10 preguntas y flashcards de este tema en **farmeandopau.com** ›

Última revisión: 31 de octubre de 2026.

Escanea y haz el test del tema

LA IDEA EN 30 SEGUNDOS

Integrar es **deshacer una derivada**: una **primitiva** F de f cumple $F'(x) = f(x)$. Con ella, la **regla de Barrow** da la **integral definida**, $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$: un número que mide el área bajo la curva **con signo**. Para un **área** hay que buscar antes dónde corta la curva al eje (o dónde se cortan las dos curvas) y partir el intervalo. Y en un contexto, la integral de un ritmo es el **total acumulado**. El tema salió en **26 de las 34** convocatorias ordinarias de 2025 y 2026, en 15 comunidades; el área de un recinto, en **17 de las 34**, en 13.

1 Qué entra en el tema (y cómo cae en tu comunidad)

El Real Decreto 243/2022 pone en Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II dos saberes de integrales: «Interpretación de la integral definida como el área bajo una curva» y «Técnicas elementales para el cálculo de primitivas. Aplicación al cálculo de áreas». Es decir: primitivas **inmediatas**, **regla de Barrow** y **áreas**, casi siempre con un contexto económico o social.

- **Solo integrales inmediatas.** La integración por partes, el cambio de variable y las fracciones simples son de Matemáticas II, con una excepción: **Murcia** incluye en 2026-27 las «integrales inmediatas y sustitución» (cambio de variable), aunque «No se incluye integración por partes este curso» (presentación de la PAU 2027 de la materia). En los exámenes de 2025–2026 todas las integrales salen con la tabla de la sección siguiente, a veces después de **operar** (desarrollar un producto o un cuadrado, simplificar un cociente).
- **Muchas veces, al final.** En más de la mitad de las convocatorias es el **último apartado** de un problema de funciones: primero continuidad (Tema 4) o extremos (Tema 6) y al final «calcula el área» o «calcula el total». Pero también cae como ejercicio propio (Canarias 2025, Murcia 2025, País Vasco 2026, Aragón 2026) o como mitad de una pregunta mixta (Extremadura, Navarra).
- **Dónde cae:** en las ordinarias de 2025 y 2026, en todas las comunidades menos **Cataluña** y **Castilla-La Mancha** (que sí lo trae en su modelo 2027). En Cataluña, además, las orientaciones de la PAU (las de 2025, vigentes a 31-10-2026) no incluyen integrales ni áreas, aunque el currículo sí. La tabla resume cómo lo pregunta cada una.
- **Sin calculadora que integre.** Navarra 2026 solo admite calculadoras que no permitan el «cálculo de derivadas o integrales». La primitiva y Barrow se escriben a mano.

Comunidad	Cómo cae (ordinarias 2025–2026)	Qué piden
Andalucía	2026: último apartado (1 de 3 puntos)	Área del recinto entre una función a trozos y OX
Aragón	2026: Q2 de la Pregunta 4 (se eligen 2 de 3)	Hallar un parámetro con un beneficio acumulado
Asturias	Pregunta 1, opción B, los dos años	2025: primitiva con $F(2) = 2$ y botes de pintura; 2026: ventas totales

Comunidad	Cómo cae (ordinarias 2025–2026)	Qué piden
Baleares	2026: apartado c) del Problema C1. La matriz de 2026-27 solo prioriza primitivas de polinomios, potencias y exponenciales de base e, y sus composiciones inmediatas, como e^{2x}	$\int_0^1 f'(x)\,dx$
Canarias	2025: Pregunta 3B (2,5 puntos)	Área entre parábola y recta, y su coste. En 2027, áreas solo con polinómicas sencillas: «área bajo una recta, área entre recta y parábola, área entre dos parábolas» (orientaciones de octubre de 2026)
Cantabria	Una tarea de 1,5 puntos del Apartado 2, obligatorio	Área con el eje de una función a trozos
Castilla y León	Una cuestión de 1,5 puntos del Apartado 2	2026: área con dibujo; 2025: «¿Cuánto material contaminante arroja en un día?» (sin aclarar si con integral)
Comunitat Valenciana	Último apartado del Problema 2	2025: área bajo una función a trozos; 2026: un salario como integral
Extremadura	Mitad del ejercicio C2 (1,5 de 3 puntos). En 2027 cambia la estructura: cuatro preguntas, dos obligatorias de 2 puntos de un mismo bloque y dos de 3 con opción (en el modelo 2027, un área con el eje en la Pregunta 2, obligatoria)	Área con el eje; en 2026, con un parámetro m
Galicia	Pregunta 3	2025: área entre parábola y recta; 2026: beneficio medio. Las áreas, solo con una curva polinómica y rectas o con dos polinómicas (orientaciones 2026-27, traducido del gallego)
La Rioja	Último apartado del ejercicio de Análisis (1–1,25 puntos)	Integral con parámetro; área bajo f o bajo f'
Madrid	Ejercicio (2025) o Pregunta (2026) 2, a elegir	2025: integral con un logaritmo; 2026: primitiva y área con un parámetro
Murcia	2025: cuestión de 2 puntos; 2026: apartado de 1 punto	Propiedades y área entre curvas
Navarra	Apartado de la Pregunta 4, mixta	2025: área bajo una parábola; 2026: integral con un logaritmo
País Vasco	Problema 3	2025: metros cuadrados pintados en una jornada; 2026: recinto de tres curvas
Cataluña y Castilla-La Mancha	No ha caído	—

Datos de los exámenes y criterios oficiales de las convocatorias ordinarias de 2025 y 2026.

2 Primitivas e integrales inmediatas

F es una **primitiva** de f si $F'(x) = f(x)$. Si F lo es, también lo es $F(x) + C$ para cualquier número C, porque la derivada de una constante es 0. El conjunto de todas las primitivas es la **integral indefinida**: $\int f(x)\,dx = F(x) + C$. Las **inmediatas** son las que salen leyendo al revés la tabla de derivadas del Tema 5.

- **Linealidad:** $\int \big(\alpha f + \beta g\big)\,dx = \alpha \int f\,dx + \beta \int g\,dx$. Se integra término a término y los números salen fuera. Un **producto** o un **cociente**, en cambio, no se integran por separado: primero se opera.
- **Término a término (Murcia 2025 extraordinaria, Apartado 3):**

$$\int \left(\frac{1}{x} + 3\sqrt{x} + \frac{1}{3}e^{3x}\right) dx = \ln|x| + 2x^{3/2} + \frac{e^{3x}}{9} + C.$$

- **Completar la derivada de dentro (Navarra 2026, Pregunta 4B):** en $\int \dfrac{7x^2}{4x^3-2}\,dx$, la derivada del denominador es $12x^2$. Se escribe $7x^2 = \frac{7}{12}\cdot 12x^2$ y queda $\frac{7}{12}\ln|4x^3-2|+C$.
- **Operar antes (Madrid 2025, pregunta 2.2):** con $f(x)=e^x(-x^2+3)$, $\dfrac{f(x)}{x\,e^x} = \dfrac{-x^2+3}{x} = -x+\dfrac{3}{x}$, que ya es inmediata.
- **Comprobar derivando:** la derivada de lo que has obtenido tiene que dar el integrando. $\left(\frac{7}{12}\ln|4x^3-2|\right)' = \frac{7}{12}\cdot\frac{12x^2}{4x^3-2} = \frac{7x^2}{4x^3-2}$.

Función	Primitiva (más C)	Ejemplo
k (un número)	kx	$\int 5\,dx = 5x+C$
x^n $(n\neq -1)$	$\dfrac{x^{n+1}}{n+1}$	$\int x^3\,dx = \dfrac{x^4}{4}+C$
$\sqrt{x}=x^{1/2}$	$\dfrac{2}{3}x^{3/2}$	$\int 3\sqrt{x}\,dx = 2x^{3/2}+C$
$\dfrac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert$	$\int \dfrac{2}{x-1}\,dx = 2\ln\lvert x-1\rvert+C$
e^x; e^{kx}	e^x; $\dfrac{e^{kx}}{k}$	$\int e^{3x}\,dx = \dfrac{e^{3x}}{3}+C$
a^x $(a>0, a\neq 1)$	$\dfrac{a^x}{\ln a}$	$\int 2^x\,dx = \dfrac{2^x}{\ln 2}+C$
$u^n\,u'$ $(n\neq -1)$	$\dfrac{u^{n+1}}{n+1}$	$\int (2x+1)^3\,dx = \dfrac{(2x+1)^4}{8}+C$
$\dfrac{u'}{u}$	$\ln\lvert u\rvert$	$\int \dfrac{2x}{x^2+1}\,dx = \ln(x^2+1)+C$
$u'\,e^u$	e^u	$\int 2x\,e^{x^2}\,dx = e^{x^2}+C$

Las tres últimas filas son la regla de la cadena al revés: si falta un número para completar u', se multiplica y se divide por él.

Error típico que te quita puntos

Aplicar la regla de la potencia a x^{-1}: daría $\frac{x^0}{0}$, que no existe; $\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x|$. Y olvidar dividir por el coeficiente: $\int e^{3x}dx$ no es e^{3x}, sino $\frac{e^{3x}}{3}$ (derívalo y verás que sobra un 3).

3 Primitiva que cumple una condición

La integral indefinida es una familia de funciones, $F(x)+C$: todas con la misma forma, desplazadas en vertical. Si te dicen por qué punto pasa la primitiva, solo una de ellas cumple la condición y la constante C deja de ser libre.

- **Asturias 2025 (Pregunta 1B):** para $f(x)=-\frac{1}{4}x^2+6x-30$, $F(x)=-\dfrac{x^3}{12}+3x^2-30x+C$. Con $F(2)=2$: $-\frac{8}{12}+12-60+C=2$, así que $C=\frac{152}{3}$ y

$$F(x)=-\frac{x^3}{12}+3x^2-30x+\frac{152}{3}.$$

Primitiva general
Calcula $F(x)=G(x)+C$ con la tabla. No te olvides de C: es lo que vas a calcular.

→

Sustituye la condición
Si $F(a)=b$, escribe $G(a)+C=b$ y despeja C.

→

Escribe la primitiva entera
Con el valor de C dentro. Los criterios puntúan por separado la primitiva y la constante.

Primitiva y área se piden juntas

Tanto en Asturias 2025 como en Madrid 2026 el primer apartado es la primitiva con su condición y el segundo, un área con esa misma función. Para el área (con Barrow) la constante no importa: $(F(b)+C)-(F(a)+C)=F(b)-F(a)$.

4 Integral definida y regla de Barrow

Si f es continua en $[a,b]$, la **integral definida** $\int_a^b f(x)\,dx$ es el área entre la gráfica y el eje OX desde $x=a$ hasta $x=b$, pero **con signo**: lo que queda por encima del eje suma y lo que queda por debajo, resta. Es un **número**, no una función, y se calcula con la **regla de Barrow**.

- **Regla de Barrow.** Si f es continua en $[a,b]$ y F es una primitiva cualquiera de f:

$$\int_a^b f(x)\,dx=\Big[F(x)\Big]_a^b=F(b)-F(a).$$

- **Ejemplo con un logaritmo (Madrid 2025, 2.2.b):**

$$\int_1^2\left(-x+\frac{3}{x}\right)dx=\left[-\frac{x^2}{2}+3\ln x\right]_1^2=(-2+3\ln 2)-\left(-\frac{1}{2}+0\right)=3\ln 2-\frac{3}{2}\approx 0{,}5794.$$

- **La integral de una derivada (Baleares 2026, Problema C1, traducido del catalán):** «Calcula $\int_0^1 f'(x)\,dx$ » con $f(x)=x(x^2-2x+1)$. No hace falta derivar: f es una primitiva de f', así que la integral vale $f(1)-f(0)=0-0=0$.

Propiedad	Qué dice	Ejemplo de examen
Linealidad	$\int_a^b(f+k)\,dx=\int_a^b f\,dx+k(b-a)$	Murcia 2025: si $\int_0^2 f=4$, $\int_0^2[f(x)+3]\,dx=4+6=10$
Aditividad	$\int_a^c f\,dx+\int_c^b f\,dx=\int_a^b f\,dx$	Murcia 2025: $\int_{-2}^1 f+\int_1^5 f=\int_{-2}^5 f$, así que $a=-2, b=5$
Límites iguales o al revés	$\int_a^a f\,dx=0$; $\int_b^a f\,dx=-\int_a^b f\,dx$	Si integras al revés, cambia el signo
Signo	Si $f\geq 0$ en $[a,b]$, $\int_a^b f\,dx\geq 0$	Un resultado negativo con f positiva es un error de cuentas

Paréntesis al restar

$F(b)-F(a)$ con **cada valor entre paréntesis**: en Madrid 2025, $(-2+3\ln 2)-\left(-\frac{1}{2}\right)$. Sin paréntesis, el $-\frac{1}{2}$ pasa a restar y el resultado sale mal. Y una integral definida **no lleva** $+C$.

5 Área entre una curva y el eje OX

El área del recinto limitado por la gráfica de f, el eje OX y las rectas $x=a$ y $x=b$ es siempre positiva. Si f cambia de signo en $[a,b]$, la integral de una vez **no** es el área: los trozos de abajo restan. Hay que partir el intervalo por los cortes con el eje.

- **Recinto cerrado por los cortes (Navarra 2025, Pregunta 4A):** $f(x)=-x^2-2x+3=-(x+3)(x-1)$ corta al eje en $x=-3$ y $x=1$ y entre ellos es positiva: $\int_{-3}^1(-x^2-2x+3)\,dx=\left[-\frac{x^3}{3}-x^2+3x\right]_{-3}^1=\frac{5}{3}-(-9)=\frac{32}{3}$ u².
- **Todo por debajo (Cantabria 2026, Tarea 2.1B):** con $a=-2$, $f(x)=x^3-2x^2-3x=x(x-3)(x+1)$ es negativa en todo $(0,2)$. $\int_0^2(x^3-2x^2-3x)\,dx=4-\frac{16}{3}-6=-\frac{22}{3}$, así que el área es $\frac{22}{3}$ u².

- **Cambio de signo dentro (Castilla y León 2026, cuestión 2.1):** el tramo $f(x) = (x-4)^2 - 1$ (el de $x > 3$) se anula en $x = 5$, dentro de $[4, 6]$: hay que partir en 5. $\int_4^5 f = -\frac{2}{3}$ y $\int_5^6 f = \frac{4}{3}$: área $\frac{2}{3} + \frac{4}{3} = 2$ u². Integrar de 4 a 6 de una vez da $\frac{2}{3}$, que no es el área (figura).
- **El área bajo f' (La Rioja 2026, opción 4.1):** con $f(x) = x^3 - 15x^2 + 48x + 120$ y $g = f'$, $g(x) = 3(x-2)(x-8) \geq 0$ en $[0, 2]$, así que el área es $\int_0^2 f'(x)\,dx = f(2) - f(0) = 164 - 120 = 44$ u², sin calcular ninguna primitiva.

1 Cortes con el eje

Resuelve $f(x) = 0$ y quédate con las soluciones de dentro de $[a, b]$. Si el enunciado no da a y b («el recinto limitado por la gráfica y el eje»), los límites son los propios cortes.

2 Signo en cada trozo

Sustituye un valor de prueba en cada intervalo (o razona con la forma de la gráfica) y escríbelo: puntúa.

3 Integra cada trozo

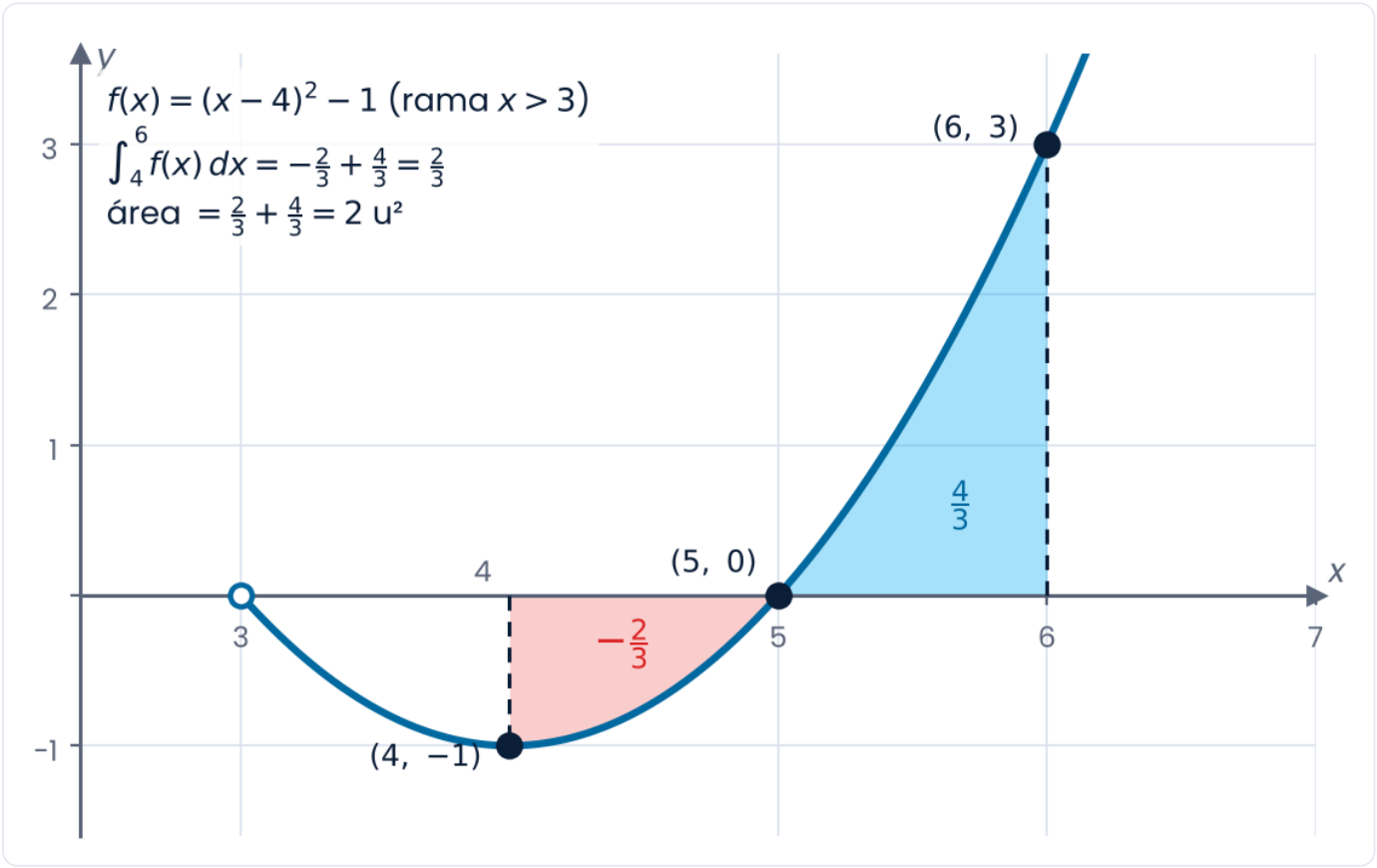
Con Barrow. El trozo en el que $f < 0$ da un número negativo: cámbiale el signo (o integra $-f$).

4 Suma y pon unidades

El área en u² (o en m² si los ejes van en metros). Exacta y, si ayuda, aproximada.

El signo puntúa

Cantabria 2026 (Tarea 2.1B, 1,5 puntos): «Planteamiento correcto de la integral definida para el área, incluyendo el valor absoluto o el cambio de signo si se detecta que la función es negativa en el intervalo: 0,4 puntos», y aparte el trozo correcto de la función (0,2), primitiva (0,4), Barrow (0,4) y «Resultado final correcto (22/3 u²)» (0,1). Y avisa: «No se valorará este apartado si se llega a un área negativa sin justificación».



Integral no es lo mismo que área (Castilla y León 2026). El trozo bajo el eje (de 4 a 5) vale $-\frac{2}{3}$ y el de encima (de 5 a 6), $\frac{4}{3}$: la integral es $\frac{2}{3}$, pero el área sombreada mide $\frac{2}{3} + \frac{4}{3} = 2$ u².

6 Área entre dos curvas

El área entre las gráficas de f y g se calcula integrando **la de arriba menos la de abajo**. Da igual que las curvas estén por encima o por debajo del eje OX: lo que cuenta es la distancia vertical entre ellas.

- **Parábola y recta (Murcia 2025, Cuestión 1):** $x^2 = 2x + 3$ da $x = -1$ y $x = 3$; en $x = 0$ la recta vale 3 y la parábola 0: va arriba la recta.

$$A = \int_{-1}^{3} \left(2x + 3 - x^2\right) dx = \left[x^2 + 3x - \tfrac{x^3}{3}\right]_{-1}^{3} = 9 - \left(-\tfrac{5}{3}\right) = \tfrac{32}{3}\ \mathrm{u}^2.$$

- **Con un primer apartado de parámetros (Galicia 2025, 3.2):** con $a = 1$ y $b = -2$, $f(x) = x^2 - 2x - 3$ y la recta $y = x - 3$ se cortan si $x^2 - 3x = 0$: en $x = 0$ y $x = 3$. Arriba va la recta: $\int_0^3 (3x - x^2)\, dx = \tfrac{27}{2} - 9 = \tfrac{9}{2}$ u².

1 Cortes entre las curvas
Resuelve $f(x) = g(x)$. Si el recinto lo cierran las dos curvas, esos cortes son los límites de integración.

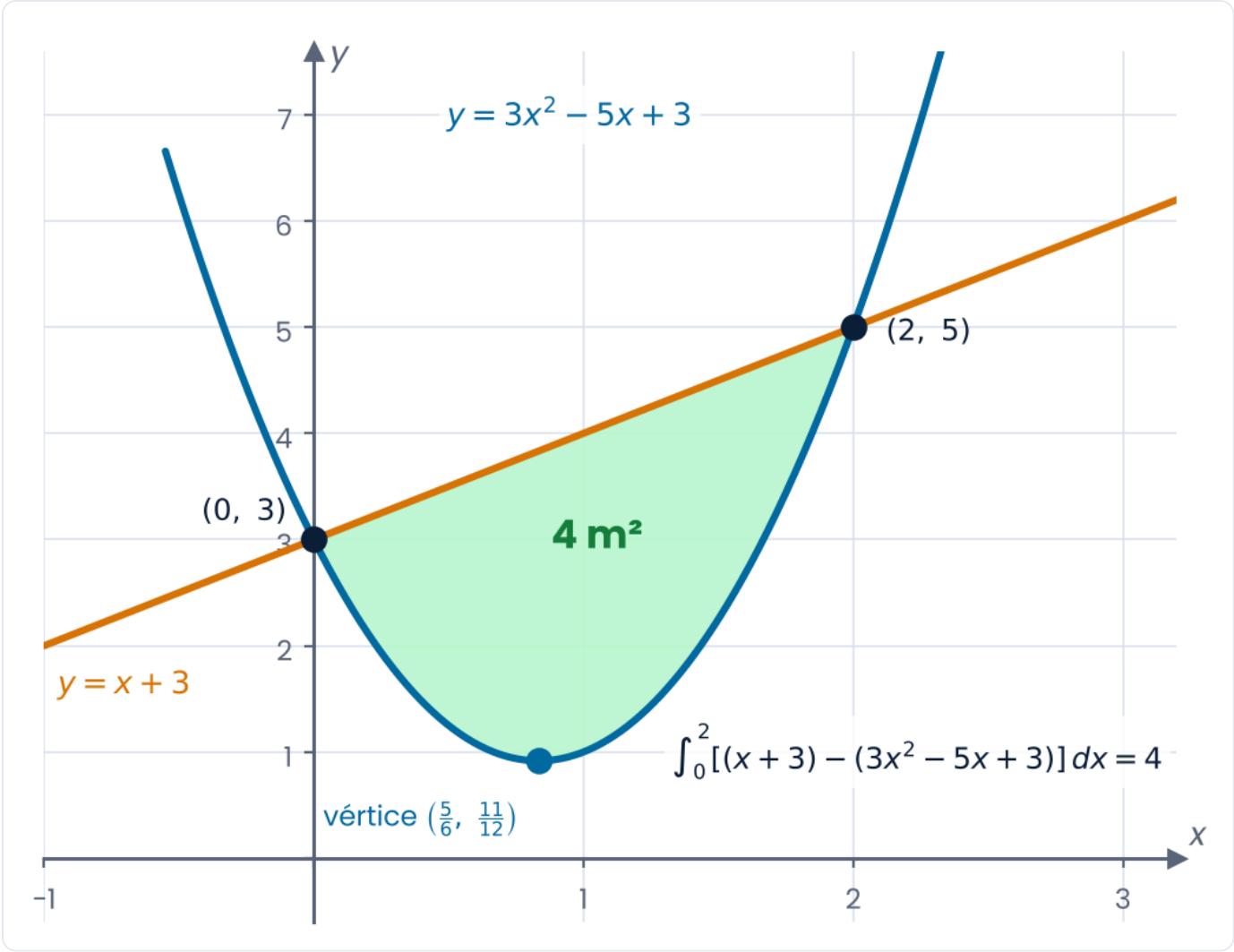
2 Quién va arriba
Un valor de prueba entre dos cortes. Si hay más de dos cortes, en cada trozo puede cambiar.

3 Integra arriba menos abajo
Simplifica antes la resta: casi siempre queda un polinomio de grado 2 muy sencillo.

4 Dibuja
Muchas comunidades piden representar el recinto: los puntos de corte con sus dos coordenadas, la parábola con su vértice y la zona sombreada.

Las unidades, en u²

Murcia 2026 (apartado e): «Se resta 0,1 si no aparecen las unidades de área». Madrid 2026, en cambio, dice «No penalizar por no dar el área en u²». Ponlas siempre: u², o m² si el enunciado da metros.



El jardín de Canarias 2025 (resuelto más abajo). Entre los cortes $(0, 3)$ y $(2, 5)$ va arriba la recta $y = x + 3$; el recinto sombreado mide $\int_0^2 (6x - 3x^2)\,dx = 4$ m².

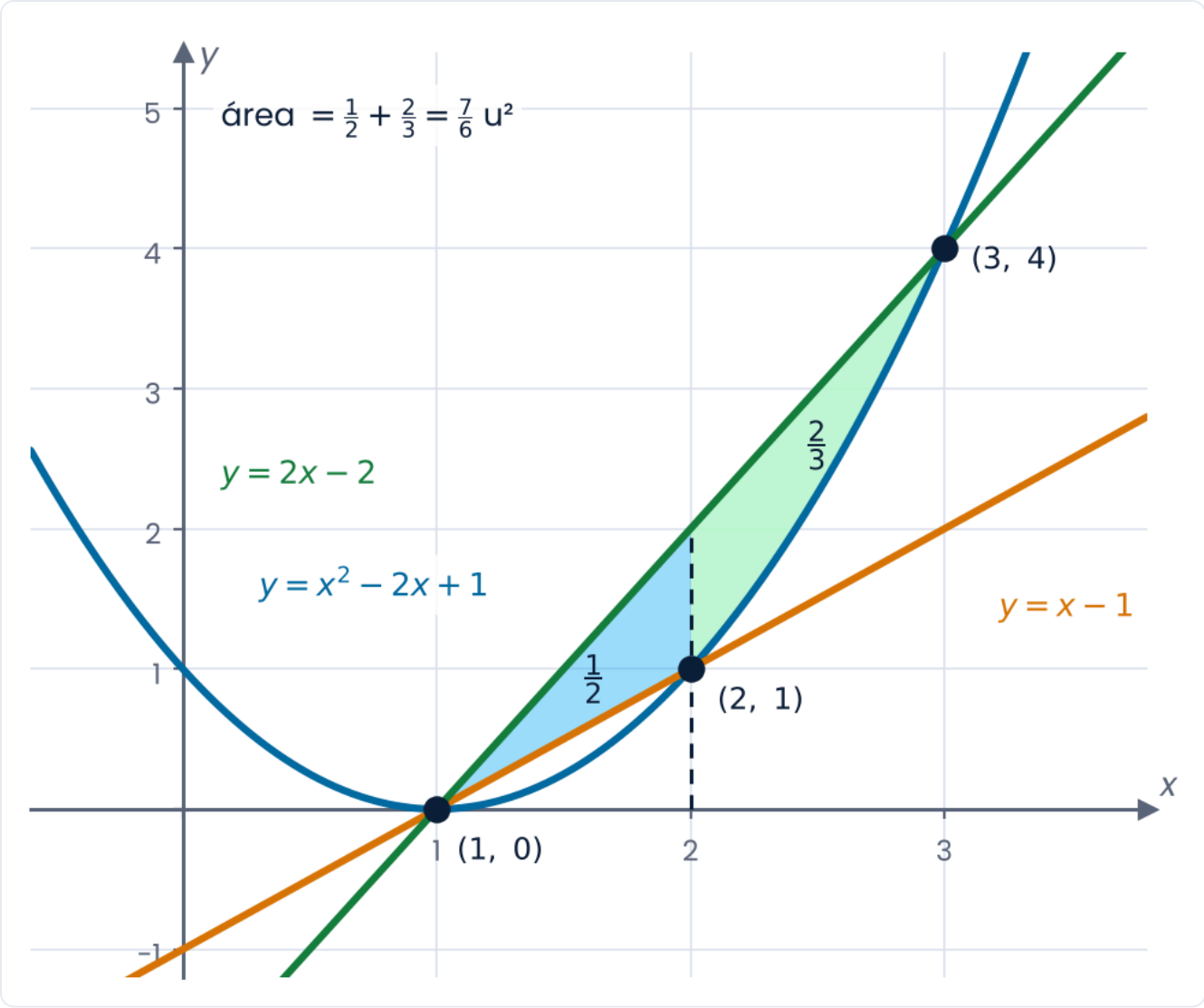
7 Recintos con tres fronteras o con rectas verticales

Cuando el recinto lo limitan tres curvas, o dos curvas y unas rectas verticales, la curva de arriba o la de abajo cambia en algún punto. Se parte el área por las abscisas de esas «esquinas» y en cada trozo se integra arriba menos abajo.

- **Una parábola, una recta y dos rectas verticales (Murcia 2026, apartado e):** «la región limitada por la curva $y = x^2 + 2$ y las rectas $y = x$, $x = 0$ y $x = 1$». Las curvas no se cortan ($x^2 - x + 2 = 0$ no tiene soluciones), y la parábola va siempre arriba: $\int_0^1 (x^2 + 2 - x)\,dx = \frac{1}{3} + 2 - \frac{1}{2} = \frac{11}{6}$ u². Los límites los ponen las rectas verticales.
- **Tres curvas (País Vasco 2026, opción 3A):** las rectas $y = x - 1$ e $y = 2x - 2$ y la parábola $y = x^2 - 2x + 1$ se cortan dos a dos en $(1, 0)$, $(2, 1)$ y $(3, 4)$. Arriba va siempre $y = 2x - 2$; abajo, la recta $y = x - 1$ entre 1 y 2 y la parábola entre 2 y 3. Son dos integrales: está en «Ponte a prueba» (figura).

Primero el dibujo

Con tres fronteras, el dibujo no es un adorno: es lo que te dice qué integrales plantear. El País Vasco 2026 lo puntúa con 1,5 de los 3 puntos: «Calcular los puntos de corte: 0,5 puntos», «Representar las funciones: 0,75 puntos» y «Determinar el recinto: 0,25 puntos».



Un recinto con tres fronteras (País Vasco 2026, en «Ponte a prueba»). Arriba siempre $y = 2x - 2$; abajo, $y = x - 1$ hasta $x = 2$ y la parábola $y = x^2 - 2x + 1$ desde $x = 2$. Las dos partes miden $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{3}$: en total, $\frac{7}{6}$ u².

8 La integral como total acumulado (y el valor medio)

Si una función mide un **ritmo** (metros cuadrados por hora, ventas por mes, litros por minuto), su integral entre dos instantes es la **cantidad total** acumulada en ese tiempo. Es la misma cuenta que un área, pero la respuesta va en las unidades del contexto: metros cuadrados, miles de euros, litros.

- **Pintores (País Vasco 2025, apartado 3.1):** $D(x) = -x^2 + 5x + 150$ son los m² que pinta Deiene por hora, durante 8 horas. Lo pintado en la jornada es

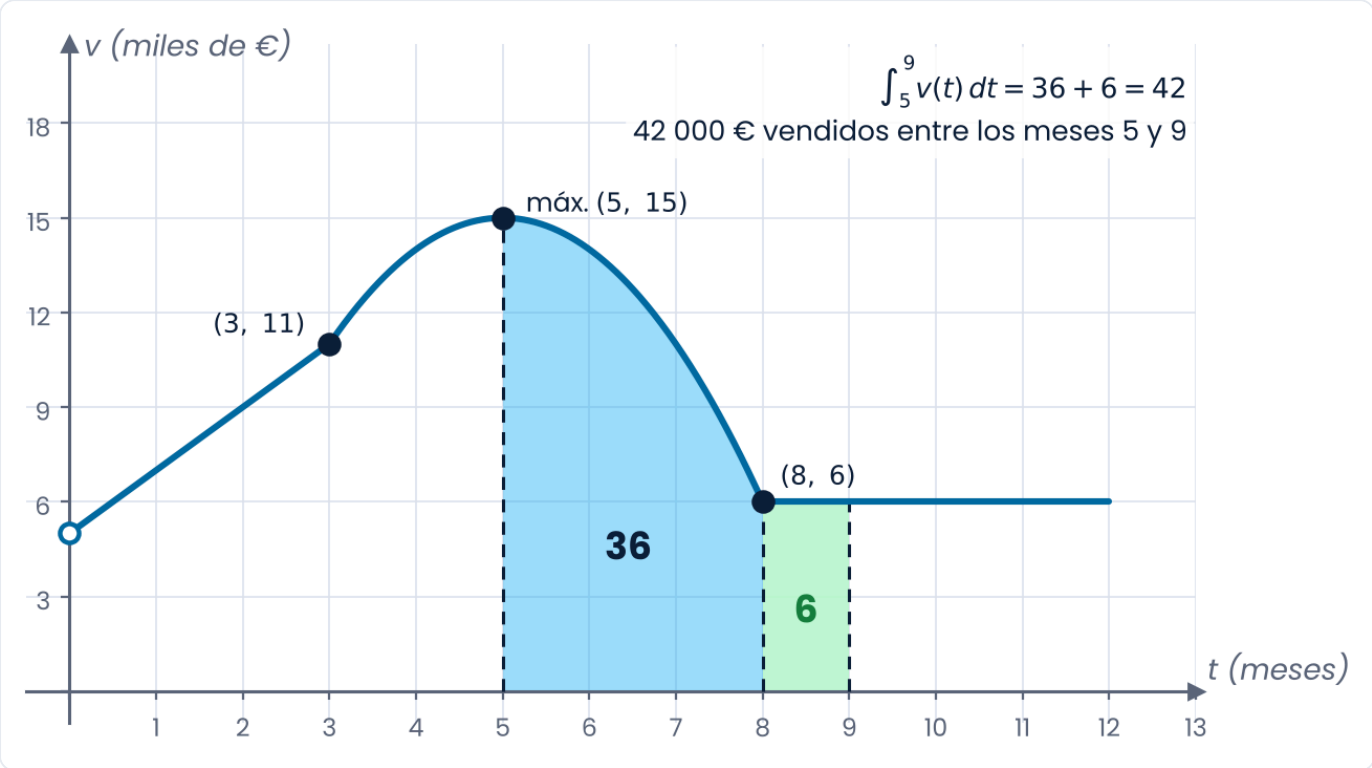
$$\int_0^8 (-x^2 + 5x + 150)\,dx = -\frac{512}{3} + 160 + 1200 = \frac{3568}{3} \approx 1189{,}33\ \text{m}^2.$$

- **Un salario (Comunitat Valenciana 2026, 2.A):** «El salario de un gerente al año es cien mil veces la integral de la función g durante el período que ha estado». El primero estuvo en $[0, 1]$, donde $g(t) = t^2 + 2$: $100\,000 \int_0^1 (t^2 + 2)\,dt = 100\,000 \cdot \frac{7}{3} \approx 233\,333{,}33$ €.
- **Ventas por meses (Asturias 2026, resuelto más abajo):** el enunciado lo dice: «Las ventas totales en un intervalo de tiempo se obtienen calculando la integral entre los dos extremos de ese intervalo». Si la función es a trozos, se parte la integral donde cambia la fórmula (figura).

- **Valor medio (Galicia 2026, 3.1.3):** la media de f en $[a,b]$ es $\overline{f} = \dfrac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$, la altura del rectángulo de base $b-a$ con la misma área. Con $B(x) = -x^2 + 10x - 16$ (cientos de euros): $\int_3^7 B(x)\,dx = \frac{92}{3}$ y $B_m = \frac{1}{4}\cdot\frac{92}{3} = \frac{23}{3} \approx 7{,}67$ cientos de euros, unos 766,67 € al día. Galicia dio la fórmula en el enunciado.
- **¿Cantidad o ritmo?** Castilla y León 2025 preguntó «¿Cuánto material contaminante arroja en un día?» con una $m(t)$ que da «la cantidad de material en kilogramos» a la hora t, y sus criterios no aclaran si esperaban una integral. La regla: si la función es un ritmo (algo **por** hora, **por** mes), el total es la integral; si ya es la cantidad acumulada, basta con restar sus valores al final y al principio.

Responde con unidades y en el contexto

«$\frac{3568}{3}$» no es una respuesta; «Deiene pinta unos 1189,33 m² en la jornada», sí. Y si la función va en cientos o en miles de euros, tradúcelo: 42 miles de euros son 42 000 €.



Ventas totales como área (Asturias 2026, resuelto más abajo). Con $k = -10$, el total entre los meses 5 y 9 es el área sombreada: 36 bajo la parábola y 6 bajo el tramo constante, 42 miles de euros.

9 Integrales y áreas con un parámetro

Si la función lleva una letra (un parámetro), la integral se calcula igual, tratando la letra como un número. Sale una expresión con el parámetro, que se iguala al dato del enunciado: queda una ecuación.

- **Una ecuación de primer grado (La Rioja 2025, opción 3.1 c):** $\int_0^2 (3x^2 + 2ax + 21)\,dx = \Big[x^3 + ax^2 + 21x\Big]_0^2 = 8 + 4a + 42 = 50 + 4a$. Igualando a 30: $a = -5$.
- **El límite superior es la incógnita (Extremadura 2026, C2 a):** el área de $f(x) = 2x + 1$ con el eje entre $x = 0$ y $x = m$ $(m > 0)$ es $\int_0^m (2x+1)\,dx = m^2 + m$, porque $2x + 1 > 0$ para $x \geq 0$. $m^2 + m = 20$ da $m = 4$ o $m = -5$, y el enunciado exige $m > 0$: $m = 4$.
- **El parámetro en una exponencial (Madrid 2026, resuelto más abajo):** con $e^{-\lambda x}$, la primitiva es $-\frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}$ y el área queda en función de λ.

Descarta con el enunciado

La ecuación puede dar dos soluciones. Quédate con la que cumple lo que pide el enunciado ($m > 0$, un tiempo positivo) y **di por qué** descartas la otra. Y si el parámetro divide (como λ en $\frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}$), mira aparte el caso en que vale 0.

10 Ejercicio resuelto: área entre una parábola y una recta, con su coste (Canarias 2025)

PAU CANARIAS 2025 · CONVOCATORIA ORDINARIA · PREGUNTA 3B (A ELEGIR ENTRE 3A Y 3B; 2,5 PUNTOS)

En una plaza hay una superficie limitada por las curvas

$$y = 3x^2 - 5x + 3, \qquad y = x + 3,$$

con x expresado en metros, donde se quiere hacer un jardín para instalar dentro una estatua conmemorativa.

a) Representar la superficie que se destina al jardín. (0,75 puntos)

b) ¿Cuánto mide dicha superficie? (1 punto)

c) La superficie se recubre con césped artificial, con un precio de 25,99 €/m². Para colocar el césped se requiere material adicional con un coste de 18 €/m², siendo además el coste de la mano de obra de 20 €/m². A los costes anteriores hay que añadir el impuesto que es un 7% para el césped y materiales y un 4% para la mano de obra. ¿Cuál es el coste total de la obra? (0,75 puntos)

Apartado a)

1. Idea: el jardín es el recinto **entre dos curvas**. Para dibujarlo hacen falta sus puntos de corte (los criterios los puntúan aparte) y la forma de cada curva.
2. Cortes: $3x^2 - 5x + 3 = x + 3$, es decir, $3x^2 - 6x = 0$, $3x(x-2) = 0$: $x = 0$ y $x = 2$. Sustituyendo en la recta: $(0, 3)$ y $(2, 5)$.
3. Parábola: abre hacia arriba (coeficiente $3 > 0$), su vértice está en $x = \frac{5}{6}$, con $y = 3 \cdot \frac{25}{36} - \frac{25}{6} + 3 = \frac{11}{12}$, y no corta al eje OX (discriminante $25 - 36 < 0$). Corta al eje OY en $(0, 3)$.
4. Recta: pasa por $(0, 3)$ y $(2, 5)$, con pendiente 1.
5. Quién va arriba entre 0 y 2: en $x = 1$, la recta vale 4 y la parábola 1. Va arriba la recta.

SOLUCIÓN El jardín es el recinto entre la recta (arriba) y la parábola (abajo) desde $(0, 3)$ hasta $(2, 5)$: la figura de la sección «Área entre dos curvas».

Apartado b)

1. Área = integral de la de arriba menos la de abajo entre los cortes. Simplificamos antes la resta: $(x + 3) - (3x^2 - 5x + 3) = 6x - 3x^2$.
2. $$A = \int_0^2 \left(6x - 3x^2\right) dx = \Big[3x^2 - x^3\Big]_0^2 = (12 - 8) - 0 = 4.$$
3. Como x va en metros, el área va en metros cuadrados.

SOLUCIÓN El jardín mide **4 m²**.

Apartado c)

1. Idea: el área del apartado b) multiplica cada precio por metro cuadrado; después se añade a cada parte su impuesto.
2. Césped: $25{,}99 \cdot 4 = 103{,}96$ €. Material: $18 \cdot 4 = 72$ €. Los dos llevan un 7 %: $(103{,}96 + 72) \cdot 1{,}07 = 175{,}96 \cdot 1{,}07 = 188{,}2772$ €.
3. Mano de obra: $20 \cdot 4 = 80$ €, con un 4 %: $80 \cdot 1{,}04 = 83{,}20$ €.
4. Total: $188{,}2772 + 83{,}20 = 271{,}4772$ €.

SOLUCIÓN El coste total de la obra es de **271,48 €** (redondeando a céntimos).

Lo que puntúa. Criterios oficiales de Canarias para la 3B: a) «Ptos. Corte + parábola + recta correctas» (0,25 + 0,25 + 0,25); b) «Integral + cálculos correctos» (0,5 + 0,5); c) «Planteamiento + coste total correctos» (0,5 + 0,25; en el PDF este último aparece rotulado otra vez como «b)»). Los criterios no dan el resultado numérico; el reparto de los impuestos (7 % al césped y al material, 4 % a la mano de obra) es el que dice el enunciado.

Error típico que te quita puntos. Integrar parábola menos recta (sale -4, y un área negativa delata el error). Ojo con integrar solo la parábola entre 0 y 2: también da 4, pero por casualidad (es el área bajo la parábola, no la del jardín), y el planteamiento está mal. En el apartado c), aplicar el 7 % a la mano de obra o sumar los porcentajes (11 %) a todo.

11 Ejercicio resuelto: primitiva con una condición y área con un parámetro (Madrid 2026)

PAU COMUNIDAD DE MADRID 2026 · CONVOCATORIA ORDINARIA · PREGUNTA 2, OPCIÓN 2.1 (A ELEGIR ENTRE 2.1 Y 2.2; 2,5 PUNTOS)

Considere la función real de variable real

$$f(x) = x(1 - x^2) + e^{-\lambda x},$$

donde λ es un parámetro real sin especificar.

a) Calcule $F(x)$, la primitiva de $f(x)$, tal que $F(0) = 1$. (1 punto)

b) Obtenga el área entre la curva de $f(x)$ y el eje horizontal en el intervalo $[0, 1]$. (1 punto)

c) ¿Para qué valores de λ es $f'(0)$ positiva? (0,5 puntos)

Apartado a)

1. Idea: primitiva inmediata, término a término, y después la constante con la condición $F(0) = 1$. El parámetro λ se trata como un número.
2. Operamos el primer sumando: $x(1 - x^2) = x - x^3$, cuya primitiva es $\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4}$.
3. La exponencial: si $\lambda \neq 0$, $\int e^{-\lambda x} dx = -\dfrac{e^{-\lambda x}}{\lambda}$. Comprobación: $\left(-\frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}\right)' = -\frac{-\lambda e^{-\lambda x}}{\lambda} = e^{-\lambda x}$.
4. Primitiva general: $F(x) = \dfrac{x^2}{2} - \dfrac{x^4}{4} - \dfrac{e^{-\lambda x}}{\lambda} + C$.
5. Condición: $F(0) = 0 - 0 - \frac{e^0}{\lambda} + C = -\frac{1}{\lambda} + C = 1$, así que $C = 1 + \frac{1}{\lambda} = \frac{\lambda+1}{\lambda}$. Ojo: $e^0 = 1$, no 0.

6. Caso $\lambda = 0$ (la solución oficial y los criterios no lo separan; basta con la fórmula general, pero conviene decir que en ella $\lambda \neq 0$): entonces $e^0 = 1$, $f(x) = x - x^3 + 1$ y $F(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} + x + 1$.

SOLUCIÓN Para $\lambda \neq 0$:

$$F(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} - \frac{e^{-\lambda x}}{\lambda} + \frac{\lambda + 1}{\lambda}.$$

Para $\lambda = 0$: $F(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} + x + 1$.

Apartado b)

1. Idea: antes de integrar, el **signo** de f en $[0, 1]$ (los criterios dan 0,3 puntos solo por justificarlo).
2. Si $0 \leq x \leq 1$, $x \geq 0$ y $1 - x^2 \geq 0$, así que $x(1 - x^2) \geq 0$; y $e^{-\lambda x} > 0$ siempre. Por tanto $f(x) > 0$ en todo $[0, 1]$, sea cual sea λ: el área es la integral, sin partir.
3. Con Barrow y la F del apartado a): $A = F(1) - F(0) = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{e^{-\lambda}}{\lambda} + \frac{\lambda+1}{\lambda}\right) - 1$.
4. Simplificando: $\frac{1}{4} - \frac{e^{-\lambda}}{\lambda} + 1 + \frac{1}{\lambda} - 1 = \frac{1}{4} + \frac{1-e^{-\lambda}}{\lambda}$.
5. Para hacerse una idea: con $\lambda = 1$, $A = \frac{5}{4} - \frac{1}{e} \approx 0{,}882$ u².

SOLUCIÓN El área es $A = \frac{1}{4} + \frac{1 - e^{-\lambda}}{\lambda}$ u² (y $\frac{5}{4}$ u² si $\lambda = 0$).

Apartado c)

1. Es del Tema 5: derivar con la regla de la cadena. $f(x) = x - x^3 + e^{-\lambda x}$, así que $f'(x) = 1 - 3x^2 - \lambda e^{-\lambda x}$.
2. $f'(0) = 1 - 0 - \lambda e^0 = 1 - \lambda$, y $1 - \lambda > 0$ si $\lambda < 1$.

SOLUCIÓN $f'(0)$ es positiva para $\lambda < 1$.

Lo que puntúa. Criterios oficiales de Madrid. 2.1.a): «Cálculo correcto de la primitiva» 0,5 y «Cálculo correcto de la constante» 0,5. 2.1.b): «Justificación correcta de la positividad de f(x) en [0, 1]» 0,3, «Planteamiento correcto del área pedida (No penalizar por no dar el área en u²)» 0,3 y «Cálculo correcto del área» 0,4. 2.1.c): «Cálculo correcto de la derivada» 0,3 e «Identificación correcta de f '(0) y obtención de la condición sobre λ» 0,2.

Error típico que te quita puntos. Equivocar el signo de la primitiva de $e^{-\lambda x}$ (escribir $+\frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}$) o tomar $e^0 = 0$ y dejar $C = 1$. Y calcular la integral sin decir por qué f es positiva en $[0, 1]$: son 0,3 puntos perdidos aunque el número esté bien.

12 Ejercicio resuelto: ventas totales con una función a trozos (Asturias 2026)

PAU ASTURIAS 2026 · CONVOCATORIA ORDINARIA · PREGUNTA 1, OPCIÓN B (SE RESPONDEN 4 DE LAS 5 PREGUNTAS, Y EN CADA UNA LA OPCIÓN A O LA B; 2,5 PUNTOS)

Las ventas (v, en miles de euros) de una empresa en función del tiempo (t, en meses) se pueden modelar mediante la siguiente función:

$$v(t) = \begin{cases} 2t + 5, & \text{si } 0 < t < 3 \\ -t^2 + 10t + k, & \text{si } 3 \leq t < 8 \\ -k - 4, & \text{si } 8 \leq t \leq 12 \end{cases}$$

a) Determina el valor de la constante k para que la función v sea continua en todo su dominio. (0,5 puntos)

b) Con el valor de k obtenido en el apartado anterior, ¿en qué momento se alcanza el mayor importe de las ventas? ¿Cuál sería ese importe? ¿En qué momento o momentos aumentan las ventas? (1 punto)

c) Las ventas totales en un intervalo de tiempo se obtienen calculando la integral entre los dos extremos de ese intervalo, ¿cuál es el importe total (en miles de euros) de las ventas entre el quinto y el noveno mes? (utiliza el valor de k obtenido en el primer apartado). (1 punto)

Apartado a)

1. Es del Tema 4 (continuidad de una función a trozos con parámetro): aquí, la idea. Cada tramo es un polinomio, continuo; solo hay que mirar las uniones $t = 3$ y $t = 8$.
2. En $t = 3$: por la izquierda, $2 \cdot 3 + 5 = 11$; por la derecha y en el punto, $-9 + 30 + k = 21 + k$. Continua si $21 + k = 11$: $k = -10$.
3. En $t = 8$, con $k = -10$: por la izquierda, $-64 + 80 - 10 = 6$; por la derecha, $-(-10) - 4 = 6$. También es continua: el mismo k sirve para las dos uniones.

SOLUCIÓN $k = -10$, y la función queda $v(t) = 2t + 5$ en $(0, 3)$, $-t^2 + 10t - 10$ en $[3, 8)$ y 6 en $[8, 12]$.

Apartado b)

1. Es del Tema 6 (monotonía y extremos absolutos): en breve. $v'(t) = 2 > 0$ en $(0, 3)$; $v'(t) = -2t + 10$ en $(3, 8)$, positiva si $t < 5$ y negativa si $t > 5$; y v es constante en $(8, 12)$.
2. El máximo está en $t = 5$: $v(5) = -25 + 50 - 10 = 15$. Es el mayor valor de todo el dominio: antes de 3 las ventas no pasan de 11 y después de 8 valen 6.

SOLUCIÓN El mayor importe, **15 000 €**, se alcanza en el **quinto mes** ($t = 5$). Las ventas **aumentan** en $(0, 5)$, durante los cinco primeros meses.

Apartado c)

1. Idea: lo dice el enunciado, las ventas totales son $\int_5^9 v(t)\,dt$. Como v cambia de fórmula en $t = 8$, la integral se **parte** en 8 (aditividad).
2. $$\int_5^9 v(t)\,dt = \int_5^8 \left(-t^2 + 10t - 10\right) dt + \int_8^9 6\,dt.$$
3. Primer trozo, con la primitiva $-\frac{t^3}{3} + 5t^2 - 10t$: en 8 vale $-\frac{512}{3} + 320 - 80 = \frac{208}{3}$ y en 5, $-\frac{125}{3} + 125 - 50 = \frac{100}{3}$. Diferencia: $\frac{108}{3} = 36$.
4. Segundo trozo: $\Big[6t\Big]_8^9 = 54 - 48 = 6$.
5. Total: $36 + 6 = 42$. Como $v \geq 0$, es también el área bajo la gráfica entre $t = 5$ y $t = 9$ (figura de la sección «La integral como total acumulado»).

SOLUCIÓN Entre el quinto y el noveno mes la empresa vende **42 miles de euros**, es decir, 42 000 €.

Lo que puntúa. Criterios oficiales de Asturias: a) «Determinar correctamente el valor de k: 0.5 puntos»; b) «Responder justificadamente a las tres preguntas: 1 punto»; c) «Determinar justificadamente el importe total: 1 punto». La solución oficial parte la integral en $t = 8$ y llega a $36 + 6 = 42$, «es decir, 42 000 €».

Error típico que te quita puntos. Integrar la parábola de 5 a 9 sin partir: $\int_5^9 (-t^2 + 10t - 10)\,dt = \frac{116}{3} \approx 38{,}67$, que no son las ventas, porque a partir de $t = 8$ la fórmula es otra. Y dar solo «42», sin unidades: el apartado pide miles de euros, así que son 42 miles de euros (42 000 €).

Conceptos clave

Primitiva

Una función F cuya derivada es f: $F'(x) = f(x)$. Si F es primitiva de f, también lo es $F(x) + C$.

Integral indefinida

El conjunto de todas las primitivas de f: $\int f(x)\,dx = F(x) + C$.

Constante de integración

La C de $F(x) + C$. Queda fijada si se exige que la primitiva pase por un punto, como $F(0) = 1$.

Integral inmediata

La que sale leyendo al revés una derivada de la tabla, en forma simple (x^n, $\frac{1}{x}$, e^x) o compuesta ($u^n u'$, $\frac{u'}{u}$, $u'e^u$).

Integral definida

El número $\int_a^b f(x)\,dx$: el área entre la gráfica de f y el eje OX en $[a, b]$, con signo (lo que queda bajo el eje resta).

Regla de Barrow

$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$, con F cualquier primitiva de f y f continua en $[a, b]$.

Área de un recinto

La medida, siempre positiva, de la región limitada por una curva y el eje (o por dos curvas). Se calcula partiendo por los cortes e integrando $|f|$ (o arriba menos abajo). Va en u².

Total acumulado

La integral de un ritmo (algo por hora, por mes…) entre dos instantes: la cantidad total producida, vendida o pintada en ese tiempo.

Valor medio de una función

$\overline{f} = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$: la altura del rectángulo de base $b - a$ con la misma área que la curva.

MODO PAU

Siete reglas que valen puntos

Comprueba derivando

La derivada de tu primitiva tiene que dar el integrando. Diez segundos que evitan perder un apartado entero.

La constante, con su cuenta

En una primitiva con condición, sustituye y despeja C; cuidado con $e^0 = 1$.

Signo antes que área

Cortes con el eje (o entre curvas) y signo en cada trozo, por escrito: Madrid 2026 da 0,3 puntos solo por justificar el signo.

Partir

Un trozo por cada cambio de signo, de curva de arriba o de fórmula (funciones a trozos). Nunca de una vez.

Barrow con paréntesis

$F(b) - F(a)$, cada valor entre paréntesis y sin $+C$.

Unidades

u², m², miles de euros… Murcia 2026 resta 0,1 si faltan las unidades de área.

Respuesta en contexto

Cuántos metros cuadrados, cuántos euros, cuántos botes (los botes, redondeados hacia arriba si tienen que cubrir toda la superficie).

Cómo te lo pueden preguntar

- En total, las integrales salieron en 26 de las 34 convocatorias ordinarias de 2025 y 2026, en 15 comunidades (todas menos Cataluña y Castilla-La Mancha).
- Calcula el área de un recinto limitado por una curva y el eje OX o por dos curvas: salió en 17 de las 34 convocatorias ordinarias de 2025 y 2026, en 13 comunidades.
- Interpreta una integral como el total acumulado en un contexto (metros pintados, ventas, un salario, un beneficio medio): 6 de las 34, en 6 comunidades (Aragón, Asturias, Castilla y León, Comunitat Valenciana, Galicia y País Vasco; en Castilla y León 2025 no está claro que se esperara una integral).
- Halla un parámetro con una integral definida o con un área dada: 3 de las 34, en 3 comunidades (Aragón 2026, Extremadura 2026 y La Rioja 2025).
- Calcula la primitiva que cumple una condición, como $F(2) = 2$: 2 de las 34, en 2 comunidades (Asturias 2025 y Madrid 2026); también en las extraordinarias de 2025 de Asturias y Madrid.
- Calcula una integral sin área ni contexto (indefinida o definida): las otras 3 convocatorias del recuento, Baleares 2026 ($\int_0^1 f'(x)\,dx$), Madrid 2025 (con un logaritmo) y Navarra 2026 ($\frac{u'}{u}$).
- Dibuja el recinto antes de calcular el área: lo piden expresamente Canarias 2025, Castilla y León 2026, Murcia 2025 y País Vasco 2026, y Murcia 2026 lo puntúa («Representación gráfica o análisis equivalente»); Andalucía 2026 y Cantabria 2025 piden la gráfica en el apartado anterior.

No lo confundas

- La **integral definida** (un número con signo) con el **área** (siempre positiva): en Castilla y León 2026, $\int_4^6 f = \frac{2}{3}$, pero el área es 2 u².
- $F(b) - F(a)$ con $F(a) - F(b)$: el límite de arriba va primero.
- Los **cortes con el eje** ($f = 0$, límites del área) con los **extremos** de la función ($f' = 0$, Tema 6).
- El **total acumulado** ($\int_a^b f$) con el **valor medio** ($\frac{1}{b-a}\int_a^b f$) y con el **valor en un instante** ($f(t)$).
- $\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x|$ con $\int x\,dx = \frac{x^2}{2}$; y $\int e^{kx}dx = \frac{e^{kx}}{k}$ con $k\,e^{kx}$, que es la derivada.

Ponte a prueba

PAU Extremadura 2025, Ejercicio C2 (a elegir entre C1 y C2; 3 puntos: apartado a) entre 0 y 1,5 puntos, apartado b) entre 0 y 1,5 puntos). C2. Consideramos la parábola $p(x) = Ax^2 + Bx - 30$. Se pide: a) Determinar los valores de A y B para que el valor de la parábola en $x = 1$ sea -32 y su derivada en $x = 2$ sea igual a 4. b) Para $A = 1$ y $B = -1$, hallar el área encerrada por $p(x)$ y el eje OX entre $x = 5$ y $x = 7$.

Solución: a) $p(1) = A + B - 30 = -32$ da $A + B = -2$; $p'(x) = 2Ax + B$ y $p'(2) = 4A + B = 4$. Restando: $3A = 6$, así que $A = 2$ y $B = -4$. b) $p(x) = x^2 - x - 30 = (x - 6)(x + 5)$ corta al eje en $x = 6$, dentro de $[5, 7]$: es negativa en $(5, 6)$ y positiva en $(6, 7)$. Con $G(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 30x$: $\int_5^6 p = -126 - \left(-\frac{725}{6}\right) = -\frac{31}{6}$ y $\int_6^7 p = -\frac{721}{6} - (-126) = \frac{35}{6}$. Área $= \frac{31}{6} + \frac{35}{6} = 11$ u². Integrar de 5 a 7 de una vez daría $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, que no es el área. Los criterios dan 0,25 por los puntos de corte, 0,5 por la primitiva, 0,5 por Barrow y 0,25 por el área.

PAU País Vasco 2026, Problema 3, opción 3A (a elegir entre 3A y 3B; 3 puntos). (a) (1,5 puntos) Dibuja el recinto acotado delimitado por las funciones $y = x - 1$, $y = 2x - 2$, $y = x^2 - 2x + 1$. (b) (1,5 puntos) Calcula el área de dicho recinto.

Solución: (a) Cortes dos a dos: $x - 1 = 2x - 2$ da $(1, 0)$; $x^2 - 2x + 1 = x - 1$, es decir, $x^2 - 3x + 2 = 0$, da $(1, 0)$ y $(2, 1)$; $x^2 - 2x + 1 = 2x - 2$, es decir, $x^2 - 4x + 3 = 0$, da $(1, 0)$ y $(3, 4)$. La parábola $y = (x - 1)^2$ tiene el vértice en $(1, 0)$. El recinto va de $x = 1$ a $x = 3$, con $y = 2x - 2$ arriba y, abajo, $y = x - 1$ hasta $x = 2$ y la parábola desde $x = 2$ (figura de la sección «Recintos con tres fronteras»). (b) $A_1 = \int_1^2 \big[(2x - 2) - (x - 1)\big]dx = \int_1^2 (x - 1)\,dx = \frac{1}{2}$; $A_2 = \int_2^3 \big[(2x - 2) - (x^2 - 2x + 1)\big]dx = \int_2^3 (-x^2 + 4x - 3)\,dx = \frac{2}{3}$. Área $= \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{7}{6}$ u², como la solución oficial.

PAU Aragón 2026, Pregunta 4, Q2 (se eligen dos de las tres cuestiones Q1, Q2 y Q3; 5 puntos sobre los 10 del ejercicio). En la librería se ha estudiado el beneficio semanal (en cientos de euros) en función del tiempo (x) (en días) transcurrido desde el inicio de una campaña promocional, y se ha modelizado por la función:

$$B(x) = 3x^2 + ax + 1$$

Se sabe que el beneficio total acumulado durante los dos primeros días de la campaña ha sido de 3.000 euros, lo que se expresa mediante la condición:

$$\int_0^2 B(x)\,dx = 30$$

Determine el valor del parámetro a.

Solución: Primitiva: $\int (3x^2 + ax + 1)\,dx = x^3 + \frac{a}{2}x^2 + x + C$. Barrow: $\int_0^2 B(x)\,dx = \left[x^3 + \frac{a}{2}x^2 + x\right]_0^2 = 8 + 2a + 2 = 10 + 2a$. Igualando: $10 + 2a = 30$, así que $a = 10$ y $B(x) = 3x^2 + 10x + 1$. Comprobación: $8 + 20 + 2 = 30$ cientos de euros, los 3000 € del enunciado. Los criterios dan 3 puntos (de 5) a la integral indefinida, 1 a Barrow y 1 a hallar a.

Fuentes

1. Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato (Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II)
2. Examen PAU Matemáticas CCSS II Canarias 2025 (ordinaria)
3. Criterios de corrección PAU Matemáticas CCSS II Canarias 2025 (ordinaria)
4. Examen y criterios PAU Matemáticas CCSS II Comunidad de Madrid 2026 (ordinaria)
5. Examen y criterios PAU Matemáticas CCSS II Comunidad de Madrid 2025 (ordinaria)
6. Examen y criterios PAU Matemáticas CCSS II Asturias 2026 (ordinaria)
7. Examen PAU Matemáticas CCSS II Asturias 2025 (ordinaria)
8. Examen PAU Matemáticas CCSS II Extremadura 2025 (ordinaria)
9. Criterios de corrección PAU Matemáticas CCSS II Extremadura 2025 (ordinaria)
10. Examen PAU Matemáticas CCSS II Extremadura 2026 (ordinaria)
11. Examen PAU Matemáticas CCSS II País Vasco 2026 (ordinaria)
12. Criterios de corrección PAU Matemáticas CCSS II País Vasco 2026 (ordinaria)
13. Examen PAU Matemáticas CCSS II País Vasco 2025 (ordinaria)
14. Examen PAU Matemáticas CCSS II Andalucía 2026 (ordinaria)
15. Criterios de corrección PAU Matemáticas CCSS II Andalucía 2026 (ordinaria)
16. Examen y criterios PAU Matemáticas CCSS II Aragón 2026 (ordinaria)
17. Examen PAU Matemáticas CCSS II Castilla y León 2026 (ordinaria)
18. Examen PAU Matemáticas CCSS II Castilla y León 2025 (ordinaria)
19. Criterios de corrección PAU Matemáticas CCSS II Castilla y León 2025 (ordinaria)
20. Examen PAU Matemáticas CCSS II Cantabria 2026 (ordinaria)
21. Criterios de corrección PAU Matemáticas CCSS II Cantabria 2026 (ordinaria)
22. Examen y criterios PAU Matemáticas CCSS II Región de Murcia 2025 (ordinaria)
23. Examen y criterios PAU Matemáticas CCSS II Región de Murcia 2026 (ordinaria)
24. Examen PAU Matemáticas CCSS II Región de Murcia 2025 (extraordinaria)
25. Examen PAU Matemáticas CCSS II Navarra 2025 (ordinaria)
26. Examen PAU Matemáticas CCSS II Navarra 2026 (ordinaria)
27. Criterios de corrección PAU Matemáticas CCSS II Navarra 2026 (ordinaria)
28. Examen PAU Matemáticas CCSS II Galicia 2025 (ordinaria)
29. Examen PAU Matemáticas CCSS II Galicia 2026 (ordinaria)
30. Examen PAU Matemáticas CCSS II Comunitat Valenciana 2026 (ordinaria)
31. Examen y criterios PAU Matemáticas CCSS II La Rioja 2025 (ordinaria)
32. Examen y criterios PAU Matemáticas CCSS II La Rioja 2026 (ordinaria)
33. Examen PAU Matemáticas CCSS II Illes Balears 2026 (ordinaria, en catalán)

Imágenes: Integral y área, Castilla y León 2026: Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con las funciones exactas del examen. · Jardín de Canarias 2025: Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con las funciones exactas del examen. · Recinto de País Vasco 2026: Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con las funciones exactas del examen. · Ventas de Asturias 2026: Farmeando PAU, gráfica de elaboración propia (Python y matplotlib) calculada con las funciones exactas del examen.

Apuntes de Farmeando PAU · farmeandopau.com · Revisados frente a fuentes. Última revisión: 31 de octubre de 2026. Licencia CC BY-NC-ND 4.0: puedes copiarlo y compartirlo citándonos, sin uso comercial ni cambios (las imágenes, con su propia licencia). ¿Un error? Avísanos desde la página del tema. Cómo los hacemos: farmeandopau.com/metodologia.