

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

El examen contiene 4 bloques, que corresponden a los saberes básicos. A su vez, cada uno de los bloques contiene una pregunta de carácter obligatorio y varias preguntas extra de las cuales se deben elegir una o dos, dependiendo del bloque.

BLOQUE 1 (Campo gravitatorio). 2,5 puntos.

Se debe contestar obligatoriamente a la pregunta 1a) y elegir una pregunta de las restantes de este bloque.

Datos del bloque 1:

Masa de la Tierra (M_T): $5,97 \times 10^{24}$ kg.

Radio de la Tierra (R_T): $6,37 \times 10^6$ m.

Constante de gravitación universal (G): $6,67 \times 10^{-11}$ N m²/kg².

1a) Deduce la expresión de la velocidad de escape desde la superficie de un planeta de radio R y masa M . (1 punto).

Un fragmento desprendido de un satélite de comunicaciones con masa $m=1500$ kg describe una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura $h=600$ km sobre su superficie. Desde la superficie terrestre se lanza una sonda de recolección con el objetivo de alcanzar dicha órbita. Se desprecia el rozamiento atmosférico y la rotación de la Tierra.

1b) Calcula la velocidad orbital del fragmento en esa órbita (0,75 puntos). Determina la energía mecánica del fragmento en dicha órbita (0,75 puntos).

1c) Calcula la velocidad de escape desde la superficie de la Tierra (0,5 puntos). ¿Cuál debe ser la energía mínima con la que debe lanzarse la sonda de recolección desde la superficie terrestre para alcanzar y quedar en la órbita circular del fragmento? (1 punto).

BLOQUE 2 (Campo electromagnético). 2,5 puntos.

Se debe contestar obligatoriamente a la pregunta 2a) y elegir una de las preguntas restantes de este bloque.

Datos del bloque 2:

Constante de Coulomb (K): $9 \cdot 10^9$ N m²/C².

1 nC = 10^{-9} C, Carga del electrón (q_e): $1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

Permeabilidad magnética del vacío (μ_0): $4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$ T m /A.

2a) Se tienen dos cargas puntuales de $q_1=3$ nC y $q_2=-5$ nC situadas en los puntos 5 y -3 del eje x , respectivamente, expresados en cm. Calcula el vector campo electrostático producido por ellas en el origen de coordenadas (1 punto). Explica cómo cambiaría el campo electrostático si ambas cargas cambiaran de signo (0,5 puntos).

2b) En una fotocopiadora o impresora láser, el funcionamiento se basa en la acción del campo eléctrico sobre cargas. Para simplificar el estudio, se modela una parte del sistema como dos placas metálicas paralelas separadas 2 cm, entre las que se aplica una diferencia de potencial de 1000 V. ¿Cuál es el campo electrostático entre las dos placas? (0,5 puntos). Si una partícula de masa $2 \cdot 10^{-23}$ kg cuya carga es 3 veces la carga del electrón parte del reposo de la placa negativa, ¿con qué velocidad llegará a la placa positiva? (0,5 puntos).

2c) En una línea de transporte de energía eléctrica, los cables rectos y largos generan campos magnéticos que deben tenerse en cuenta por motivos de seguridad. Un cable rectilíneo muy largo conduce una corriente constante de 40 A. Calcula el campo magnético que genera el cable a una distancia de 5 cm (0,5 puntos). Indica la dirección y el sentido del campo magnético, dibujando un esquema (0,5 puntos).

BLOQUE 3 (Vibraciones y Ondas). 3 puntos.

Se debe contestar obligatoriamente a la pregunta 3a) y elegir dos de las preguntas restantes de este bloque.

Datos del bloque 3:

Índice de refracción del aire (n_0): 1.

Índice de refracción del vidrio (n): 1,5.

Aceleración de la gravedad (g): 9,8 m/s².

Umbral de intensidad sonora (I_0): 10⁻¹² W/m².

3a) La primera fibra óptica consistía en un hilo de vidrio muy fino por el que se hacía incidir un rayo de luz a través de uno de sus extremos. Supongamos que la superficie exterior de la fibra es plana. Si el rayo de luz incide formando un ángulo de 37° con dicha superficie exterior, ¿con qué ángulo se propagará el rayo inmediatamente después de entrar en el vidrio? (0,5 puntos). Por otra parte, ¿cuál es el ángulo mínimo de incidencia en la interfaz vidrio-aire para que la luz no salga al exterior de la fibra y quede confinada en su interior? (0,5 puntos).

3b) Una cuerda de mi bandurria se ha desafinado y tengo que afinarla de oído escuchando el sonido de otra. Si hago sonar la cuerda afinada, escucho una frecuencia de 880 Hz, que corresponderá al modo fundamental de oscilación. Si la cuerda mide 65 cm, ¿a qué velocidad se propagarán las ondas en la misma? (0,5 puntos) ¿Qué frecuencia escucharé si pulso la cuerda acortando su longitud a la mitad? (0,5 puntos).

3c) El reloj de mis abuelos tiene un péndulo que mide 40 cm de longitud. ¿Cuál es su periodo natural de oscilación para pequeñas oscilaciones? (0,5 puntos). Si por algún motivo, la longitud del péndulo se alarga 3 cm, ¿Cuál sería la nueva frecuencia angular de oscilación? (0,5 puntos).

3d) Las fiestas de mi pueblo son las mejores, digan lo que digan. Ponen un altavoz en la plaza que se escucha desde mi casa, a 200 m de distancia. Me ha dicho el alcalde que el altavoz tiene una potencia de 3000 W y que se escucha en todas las direcciones. ¿Qué nivel sonoro (en dB) mediría en mi casa? (0,75 puntos). Y si hubiera tres altavoces iguales, ¿qué nivel sonoro (en dB) mediría? (0,25 puntos).

BLOQUE 4 (Física relativista, cuántica, nuclear y de partículas). 2 puntos.

Se debe contestar obligatoriamente a la pregunta 4a) y elegir una de las preguntas restantes de este bloque.

Datos del bloque 4:

1MBq= 1 × 10⁶ Bq.

4a) Demuestra la ley de desintegración radiactiva (0,5 puntos) y define la actividad de desintegración radiactiva. (0,5 puntos)

Una muestra de un material radiactivo presenta una actividad inicial A_0 . Al cabo de un cierto tiempo $t=253$ min, se comprueba que su actividad se ha reducido al 10 % del valor inicial.

4b) Determina la constante de desintegración del material radiactivo (0,5 puntos) y su periodo de semidesintegración (0,5 puntos).

4c) Si la muestra inyectada tenía una actividad de $A_0=200$ MBq, calcule la constante de desintegración (0,5 puntos) y el número de núcleos radiactivos presentes en el instante inicial (0,5 puntos).

El examen contiene 4 bloques, que corresponden a los saberes básicos. A su vez, cada uno de los bloques contiene una pregunta de carácter obligatorio y varias preguntas extra de las cuales se deben elegir una o dos, dependiendo del bloque.

BLOQUE 1 (Campo gravitatorio). 2,5 puntos

Se debe contestar obligatoriamente a la pregunta 1a) y elegir una pregunta de las restantes de este bloque.

Datos del bloque 1:

Masa de la Tierra (M_T): $5,97 \times 10^{24}$ kg.

Radio de la Tierra (R_T): $6,37 \times 10^6$ m.

Constante de gravitación universal (G): $6,67 \times 10^{-11}$ N m²/kg².

1a) Deduce la expresión de la velocidad de escape desde la superficie de un planeta de radio R y masa M (1 punto).

Solución:

La velocidad de escape es la velocidad mínima para que un cuerpo llegue al infinito con velocidad final nula. Aplicamos conservación de la energía mecánica:

$$\begin{aligned} E_i &= \frac{1}{2}mv_e^2 - \frac{GMm}{R} \\ E_f &= 0 \\ E_i &= E_f \\ \frac{1}{2}mv_e^2 - \frac{GMm}{R} &= 0 \\ \frac{1}{2}mv_e^2 &= \frac{GMm}{R} \\ v_e^2 &= \frac{2GM}{R} \\ v_e &= \sqrt{\frac{2GM}{R}} \end{aligned}$$

Si la respuesta no está deducida, sino que se pone únicamente la ecuación final, se puntuará con 0,2 puntos.

Un fragmento desprendido de un satélite de comunicaciones con masa $m=1500$ kg describe una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura $h=600$ km sobre su superficie. Desde la superficie terrestre se lanza una sonda de recolección con el objetivo de alcanzar dicha órbita. Se desprecia el rozamiento atmosférico y la rotación de la Tierra.

1b) Calcula la velocidad orbital del fragmento en esa órbita (0,75 puntos). Determina la energía mecánica del fragmento en dicha órbita (0,75 puntos).

Solución:

La velocidad orbital se calcula como

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}} = \sqrt{\frac{(6,67 \times 10^{-11}) \times (5,97 \times 10^{24})}{6,97 \times 10^6}} = 7,56 \times 10^3 \text{ m/s}$$

Y la energía mecánica como

$$E = -\frac{1}{2}m \frac{GM_T}{r} = -\frac{(6,67 \times 10^{-11}) \times (5,97 \times 10^{24}) \times (1500)}{2 \times (6,97 \times 10^6)} = -4,28 \times 10^{10} \text{ J}$$

1c) Calcula la velocidad de escape desde la superficie de la Tierra (0,5 puntos). ¿Cuál debe ser la energía mínima con la que debe lanzarse la sonda de recolección desde la superficie terrestre para alcanzar y quedar en la órbita circular del fragmento? (1 punto).

Solución:

La velocidad de escape se calcula como

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} = \sqrt{\frac{2 \times (6,67 \times 10^{-11}) \times (5,97 \times 10^{24})}{6,37 \times 10^6}} = 1,12 \times 10^4 \text{ m/s}$$

La energía con la que habría que lanzar la sonda se calcula como

$$\begin{aligned} E_{c,min} &= GM_T m \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2r} \right) = (6,67 \times 10^{-11}) \times (5,97 \times 10^{24}) \times m \times \left(\frac{1}{6,37 \times 10^6} - \frac{1}{2 \times (6,97 \times 10^6)} \right) = \\ &= m \times 3,39 \times 10^7 \text{ J} \end{aligned}$$

BLOQUE 2 (Campo electromagnético). 2,5 puntos

Se debe contestar obligatoriamente a la pregunta 2a) y elegir una de las restantes de este bloque.

Datos del bloque 2:

Constante de Coulomb (K): $9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$; $1 \text{ nC} = 10^{-9} \text{ C}$.

Carga del electrón (q_e): $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Permeabilidad magnética del vacío (μ_0): $4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ T m /A}$.

2a) Se tienen dos cargas puntuales de $q_1=3 \text{ nC}$ y $q_2=-5 \text{ nC}$ situadas en los puntos 5 y -3 del eje x, respectivamente, expresados en cm. Calcula el vector campo electrostático producido por ellas en el origen de coordenadas (1 punto). Explica cómo cambiaría el campo electrostático si ambas cargas cambiaran de signo (0,5 puntos).

Solución:

El vector campo electrostático se reduce a una dimensión y se calcularía como

$$\vec{E} = K \frac{q_1}{x_1^2} \hat{x}_1 + K \frac{q_2}{x_2^2} \hat{x}_2 = 9 \times 10^9 \frac{3 \times 10^{-9}}{0,05^2} (-\hat{i}) + 9 \times 10^9 \frac{-5 \times 10^{-9}}{0,03^2} \hat{i} = -60800 \hat{i} \text{ N/C}$$

Si ambas cargas cambiaran de signo, el módulo del campo sería el mismo, pero cambiaría el sentido.

2b) En una fotocopiadora o impresora láser, el funcionamiento se basa en la acción del campo eléctrico sobre cargas. Para simplificar el estudio, se modela una parte del sistema como dos placas metálicas paralelas separadas 2 cm, entre las que se aplica una diferencia de potencial de 1000 V. ¿Cuál es el campo electrostático entre las dos placas? (0,5 puntos) Si una partícula de masa $2 \cdot 10^{-23} \text{ kg}$ cuya carga es 3 veces la carga del electrón parte del reposo desde la placa negativa, ¿con qué velocidad llegará a la placa positiva? (0,5 puntos).

Solución:

El campo electrostático se calcula como

$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{1000}{0,02} = 50000 \frac{\text{V}}{\text{m}} \text{ o } \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

En el trayecto se conserva la energía mecánica, con lo que la velocidad se puede obtener como

$$v = \sqrt{\frac{2 |q| V}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 3 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 1000}{2 \times 10^{-23}}} = 6928,2 \text{ m/s}$$

El resultado también se puede hacer por cinemática, y debe considerarse correcto.

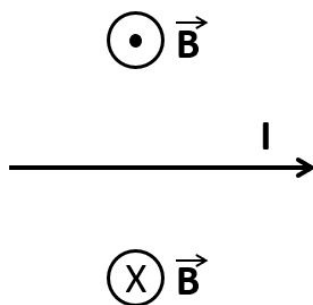
2c) En una línea de transporte de energía eléctrica, los cables rectos y largos generan campos magnéticos que deben tenerse en cuenta por motivos de seguridad. Un cable rectilíneo muy largo conduce una corriente constante de 40 A. Calcula el campo magnético que genera el cable a una distancia de 5 cm (0,5 puntos). Indica la dirección y el sentido del campo magnético, dibujando un esquema (0,5 puntos).

Solución:

El campo magnético creado por un cable de corriente a cierta distancia se calcula como

$$B = \mu_0 \frac{i}{2\pi r} = 4\pi \times 10^{-7} \frac{40}{2\pi \times 0,05} = 1,6 \times 10^{-4} \text{ T}$$

El esquema debe ser similar al siguiente:



BLOQUE 3 (Vibraciones y Ondas). 3 puntos

Se debe contestar obligatoriamente a la pregunta 3a) y elegir dos de las restantes de este bloque.

Datos: índice de refracción del aire (n_o): 1; índice de refracción del vidrio (n): 1,5; aceleración de la gravedad (g): $9,8 \text{ m/s}^2$; Umbral de intensidad sonora (I_o): 10^{-12} W/m^2 .

3a) La primera fibra óptica consistía en un hilo de vidrio muy fino en el que se hacía incidir un rayo de luz a través de uno de sus extremos. Supongamos que la superficie exterior de la fibra es plana. Si el rayo de luz incide formando un ángulo de 37° con dicha superficie exterior, ¿con qué ángulo se propagará el rayo inmediatamente después de entrar en el vidrio? (0,5 puntos). Por otra parte, ¿cuál es el ángulo mínimo de incidencia en la interfaz vidrio-aire para que la luz no salga al exterior de la fibra y quede confinada en su interior? (0,5 puntos).

Solución:

El rayo en el interior del vidrio se calcula como

$$\theta = \text{asin}\left(\frac{n_0}{n} \sin \theta_0\right) = \text{asin}\left(\frac{1}{1,5} \sin 53\right) = 32,16^\circ$$

El ángulo límite de la interfaz vidrio-aire se calcula como

$$\theta_l = \text{asin}\left(\frac{n_0}{n}\right) = \text{asin}\left(\frac{1}{1,5}\right) = 41,81^\circ$$

3b) Una cuerda de mi bandurria se ha desafinado y tengo que afinarla de oído escuchando el sonido de otra. Si hago sonar la cuerda afinada, escucho una frecuencia de 880 Hz, que corresponderá al modo fundamental de oscilación. Si la cuerda mide 65 cm, ¿a qué velocidad se propagarán las ondas en la misma? (0,5 puntos) ¿Qué frecuencia escucharé si pulso la cuerda acortando su longitud a la mitad? (0,5 puntos).

Solución:

La velocidad de la onda se calcula sabiendo que el modo fundamental tiene una longitud de onda que es el doble de la longitud de la cuerda

$$v = \lambda f = 2 \times 0,65 \times 880 = 1144 \text{ m/s}$$

Si se acorta a la mitad, la velocidad de la onda se mantiene pero la longitud de onda del armónico fundamental se reduce a la mitad, con lo que la frecuencia será el doble de la anterior, es decir, 1760 Hz.

3c) El reloj de mis abuelos tiene un péndulo que mide 40 cm de longitud. ¿Cuál es su periodo natural de oscilación para pequeñas oscilaciones? (0,5 puntos). Si por algún motivo, la longitud del péndulo se alarga 3 cm, ¿Cuál sería la nueva frecuencia angular de oscilación? (0,5 puntos).

Solución:

El periodo puede calcularse como

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{0,4}{9,8}} = 1,27 \text{ s}$$

La frecuencia angular se calcula como

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = \sqrt{\frac{9,8}{0,43}} = 4,77 \text{ rad/s}$$

3d) Las fiestas de mi pueblo son las mejores, digan lo que digan. Ponen un altavoz en la plaza que se escucha desde mi casa, a 200 m de distancia. Me ha dicho el alcalde que el altavoz tiene una potencia de 3000 W y que se escucha en todas las direcciones. ¿Qué nivel sonoro (en dB) mediría en mi casa? (0,75 puntos). Y si hubiera tres altavoces iguales, ¿qué nivel sonoro (en dB) mediría? (0,25 puntos).

Solución:

En primer lugar, calculamos la intensidad sonora como

$$I = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{3000}{4\pi 200^2} = 5,97 \times 10^{-3} \text{ W/m}^2$$

A continuación, calculamos el nivel sonoro

$$L = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10 \log\left(\frac{5,97 \times 10^{-3}}{10^{-12}}\right) = 97,7 \text{ dB}$$

Si hubiese tres altavoces sería el triple de intensidad sonora

$$L = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) = 10 \log\left(\frac{3 \times 5,97 \times 10^{-3}}{10^{-12}}\right) = 102,5 \text{ dB}$$

BLOQUE 4 (Física relativista, cuántica, nuclear y de partículas). 2 puntos

Se debe contestar obligatoriamente a la pregunta 4a) y elegir una de las preguntas restantes de este bloque.

Datos del bloque 4: 1MBq = 1×10^6 Bq

4a) Demuestra la ley de desintegración radiactiva (0,5 puntos) y define la actividad de desintegración radiactiva (0,5 puntos)

Solución:

Se debe contestar como sigue

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= -\lambda N \\ N(t) &= N_0 e^{-\lambda t} \\ A(t) &= -\frac{dN}{dt} = \lambda N(t) = A_0 e^{-\lambda t} \\ A_0 &= \lambda N_0 \end{aligned}$$

La actividad de desintegración radiactiva es la medida de la velocidad de desintegración de núcleos inestables, expresada como el número de transformaciones por unidad de tiempo.

Una muestra de un material radiactivo presenta una actividad inicial A_0 . Al cabo de un cierto tiempo $t=253$ min, se comprueba que su actividad se ha reducido al 10 % del valor inicial.

4b) Determina la constante de desintegración del material radiactivo (0,5 puntos) y su periodo de semidesintegración. (0,5 puntos)

Solución:

La constante de desintegración se calcula como

$$\lambda = \frac{\ln(10)}{t} = \frac{\ln(10)}{253 \text{ min}} = \frac{2.3026}{253} = 9,10 \times 10^{-3} \text{ min}^{-1}$$

o cualquier otra unidad de tiempo.

Y el tiempo de semidesintegración como

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{9,10 \times 10^{-3}} = 76,2 \text{ min}$$

O cualquier otra unidad de tiempo.

4c) Si la muestra inyectada tenía una actividad de $A_0=200$ MBq, calcule la constante de desintegración (0,5 puntos) y el número de núcleos radiactivos presentes en el instante inicial (0,5 puntos).

Solución:

La constante de desintegración se calcula como:

$$\lambda = \frac{\ln(10)}{t} = \frac{\ln(10)}{253 \text{ min}} = \frac{2.3026}{253} = 9,10 \times 10^{-3} \text{ min}^{-1}$$

o cualquier otra unidad de tiempo. La constante de tiempo debe pasarse a segundos a la menos uno.

El número de núcleos en el instante inicial se calcula como

$$N_0 = \frac{A_0}{\lambda} = \frac{2,00 \times 10^8}{1,52 \times 10^{-4}} = 1,32 \times 10^{12} \text{ núcleos}$$