

FÍSICA (Examen resuelto y criterios de corrección)

- Responda en el pliego en blanco a **cinco preguntas cualesquiera** a elegir de las ocho que se proponen. Todas las preguntas se calificarán con un máximo de **2 puntos**.
- Agrupaciones de preguntas que sumen más de 10 puntos o que no coincidan con las indicadas conllevarán la **anulación** de la(s) última(s) pregunta(s) seleccionada(s) y/o respondida(s).

DATOS y CONSTANTES FÍSICAS

$R_T = 6370 \text{ km}$	$k = 9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$	$m_{p+} = 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$	$c = 3.0 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
$M_{\text{Tierra}} = 5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$	$ q_{e-} = q_{p+} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$	$m_{e-} = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$	$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1}$	$I_0 = 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$	$V_{\text{sonido}} = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
$M_{\text{Sol}} = 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$	$1 \text{ ua} = 1.5 \cdot 10^{11} \text{ m}$	$N_A = 6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$	$n_{\text{aire}} = 1$

Pregunta 1

Un satélite de $1.5 \cdot 10^9 \text{ kg}$ de masa, gira describiendo una órbita circular a una altura de $9.0 \cdot 10^3 \text{ km}$ sobre la superficie de un cierto planeta P, de masa $M_P = 6.0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ y radio $R_P = 3.5 \cdot 10^3 \text{ km}$.

- a) Determina el periodo y la velocidad orbital del satélite. **(1 punto)**
- b) Calcula el valor y representa el campo gravitatorio en un punto de la superficie del planeta P y en un punto de la órbita del satélite. **(1 punto)**

SOLUCIÓN:

- a) La velocidad orbital del satélite, que se encuentra describiendo una trayectoria circular alrededor del planeta:

$$F_C = F_G \Rightarrow \frac{m \cdot v_{orb}^2}{(R_P + h_{orb})} = G \frac{m \cdot M_P}{(R_P + h_{orb})^2} \Rightarrow v_{orb} = \sqrt{\frac{G \cdot M_P}{(R_P + h_{orb})}}; \text{ y sustituyendo datos:}$$
$$v_{orb} = \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot 6.0 \times 10^{24} \text{ kg}}{12.5 \times 10^6 \text{ m}}} \approx 5.66 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}; \text{ ó bien: } 5658.27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

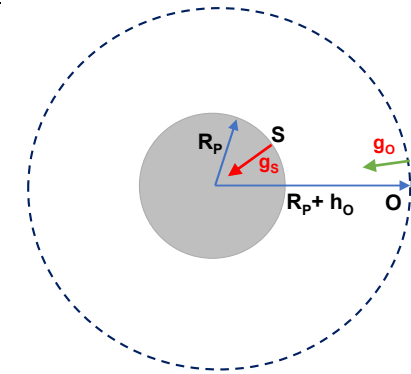
Y el período de rotación orbital:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi(R_P + h)}{\omega(R_P + h)} = \frac{2\pi \cdot (R_P + h_{orb})}{v_{orb}} = \frac{2\pi \cdot 12.5 \times 10^6 \text{ m}}{5658.27 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} = 1.38 \times 10^4 \text{ s} \approx 1.4 \times 10^4 \text{ s}$$

- b) El campo gravitatorio tanto en la superficie del planeta, $\mathbf{g_s}$, como en un punto cualquiera de la órbita del satélite, $\mathbf{g_o}$, va dirigido hacia el centro del planeta según se ilustra en el esquema de la figura adjunta, y sus respectivos módulos serán:

$$g_S = G \frac{M_p}{R_p^2} = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \frac{6.0 \times 10^{24} \text{ kg}}{(3.5 \times 10^6 \text{ m})^2} \approx 32.67 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$g_0 = G \frac{M_p}{(R_p + h_0)^2} = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot \frac{6.0 \times 10^{24} \text{ kg}}{(12.5 \times 10^6 \text{ m})^2} \approx 2.56 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$



El campo gravitatorio es más intenso en la superficie del planeta que en un punto de la órbita del satélite, puesto que, en este caso, se encuentra a mayor distancia del centro del planeta.

Pregunta 2

El planeta Urano tiene una masa de $8.68 \cdot 10^{25} \text{ kg}$ y el valor de la aceleración de la gravedad en su superficie es de $8.9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. Calcula:

a) el radio medio de Urano y la velocidad de escape en su superficie. **(1 punto)**

b) Si se deja caer una piedra desde una altura de 1 m sobre la superficie del planeta, ¿cuál será su velocidad al chocar con la superficie? **(1 punto)**

Nota: Cualquier expresión aproximada que sea utilizada sobre la variación de la energía de la piedra, o la aceleración a la que está sometida en su movimiento, debe ser justificada.

SOLUCIÓN:

a) El radio de Urano, conocidos el valor del campo gravitatorio en la superficie y la masa del planeta:

$$g_{S_U} = G \frac{M_U}{R_U^2} \Rightarrow R_U = \sqrt{G \frac{M_U}{g_{S_U}}} = \sqrt{\frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot 8.68 \times 10^{25} \text{ kg}}{8.9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}} = 2.55 \times 10^7 \text{ m}$$

La velocidad de escape para dicho planeta:

$$E_M^i = E_C^i + E_P^i = E_M^f = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v_e^2 + \left(-G \frac{m \cdot M_U}{R_U} \right) = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} m \cdot v_e^2 = \frac{G \cdot m \cdot M_U}{R_U}; \text{ de donde:}$$

$$v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot G \cdot M_U}{R_U}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \cdot 8.68 \times 10^{25} \text{ kg}}{2.55 \times 10^7 \text{ m}}} \approx 21,31 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}}; \text{ o bien: } v_e \approx 21.309,23 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b) La velocidad a la que impacta la piedra al suelo si se deja caer desde una altura de 1 m desde la superficie del planeta, a partir de la conservación de la energía mecánica:

$$E_M^i = E_C^i + E_P^i = E_M^f = E_C^f + E_P^f \Rightarrow -G \frac{m \cdot M_U}{R_U + h} = \frac{1}{2} m \cdot v_f^2 + \left(-G \frac{m \cdot M_U}{R_U} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -G \frac{M_U}{R_U + h} + G \frac{M_U}{R_U} = \frac{1}{2} v_f^2 \Rightarrow v_f = \sqrt{2G \frac{M_U}{R_U} \left(\frac{h}{R_U + h} \right)} = \sqrt{2G \cdot \frac{M_U}{R_U^2} \cdot h \left(\frac{1}{1 + h/R_U} \right)}; \text{ (y siendo } R_U \gg h) \Rightarrow v_f \cong \sqrt{2G \cdot \frac{M_U}{R_U^2} \cdot h} \equiv \sqrt{2 \cdot g_U \cdot h}$$

Y sustituyendo datos:

$$\Rightarrow v_f \cong \sqrt{2 \cdot g_U \cdot h} = \sqrt{2 \cdot 8.9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot 1 \text{ m}} \approx 4.22 \text{ m s}^{-1}$$

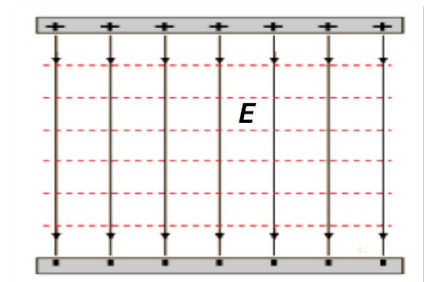
Pregunta 3

Un dispositivo eléctrico que permite detectar partículas cargadas consta de un condensador de láminas planoparalelas entre las que se establece un campo eléctrico de 150 V/cm según se indica en la figura adjunta, el cual desvía perpendicularmente la trayectoria de las partículas que penetran horizontalmente, según el eje X, desde la izquierda del dispositivo.

a) ¿Qué fuerza experimentará un electrón cuando penetre en la región entre las placas del condensador? ¿Hacia dónde se desviará su trayectoria al atravesar las placas del condensador? Justifica gráficamente la respuesta. **(0.75 puntos)**

b) ¿Cuál será la aceleración que adquirirá un protón al penetrar en la región entre las placas del condensador? ¿Hacia dónde se desviará su trayectoria mientras atraviesa las placas del condensador? Justifica gráficamente la respuesta. **(0.75 puntos)**

c) ¿Hacia dónde se desviará la trayectoria de un neutrón al penetrar en la zona entre las placas del condensador? Justifica la respuesta. **(0.5 puntos)**

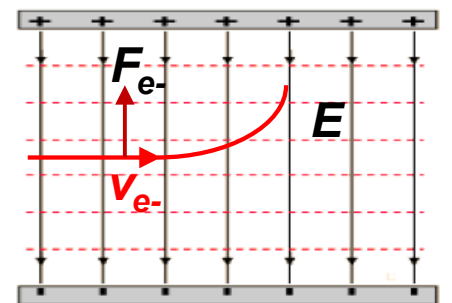


SOLUCIÓN:

a) Considerando que el electrón, con carga negativa, penetra desde la izquierda en la región del dispositivo, según el eje X positivo y que el campo eléctrico entre las placas del condensador está dirigido desde la placa positiva hacia la negativa, según el eje OY negativo, el electrón experimentará una fuerza eléctrica que lo desviará en sentido opuesto a la dirección del campo eléctrico:

$$\vec{F}_{e^-} = e^- \cdot \vec{E} \equiv -1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \cdot (-150 \text{ j}) \text{ V} \cdot \text{cm}^{-1} \times 100 \text{ cm/m} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \cdot 1.5 \times 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1} \text{ j} \approx 2.4 \times 10^{-15} \text{ N j}$$

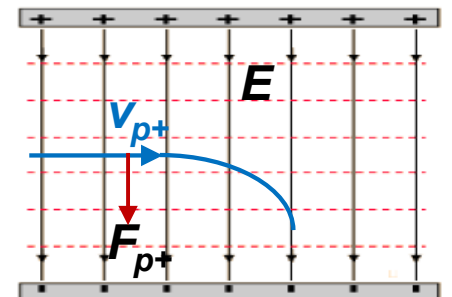
El electrón penetra inicialmente con una velocidad horizontal en la zona del campo eléctrico del dispositivo, experimentando una fuerza dirigida en sentido contrario al campo eléctrico del condensador, por lo que el electrón continúa su movimiento rectilíneo uniforme con velocidad constante según el eje X, pero bajo una fuerza constante según el eje Y positivo. La trayectoria del electrón se desvía siguiendo un movimiento uniformemente acelerado dirigido según el eje Y positivo, describiendo una parábola hacia la placa positiva del condensador.



b) El protón, con carga positiva, penetra desde la izquierda en la región del dispositivo, según el eje X positivo y el campo eléctrico entre las placas del condensador está dirigido desde la placa positiva hacia la negativa, según el eje OY negativo. El protón experimentará una fuerza eléctrica que lo desviará en el mismo sentido que la dirección del campo eléctrico:

$$\vec{F} = \vec{F}_{p^+} \Rightarrow m_p \cdot \vec{a} = e^+ \cdot \vec{E} \Rightarrow \vec{a} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}}{1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}} \cdot (-150 \text{ j}) \text{ V} \cdot \text{cm}^{-1} \times 100 \text{ cm/m} = -\frac{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}}{1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}} \cdot 1.5 \times 10^4 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1} \text{ j} \approx -1.412 \times 10^{12} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ j}$$

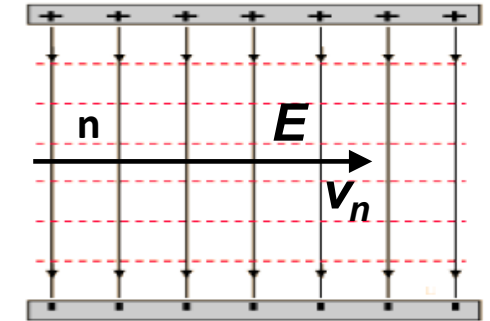
El protón penetra inicialmente con una velocidad horizontal en la zona del campo eléctrico del dispositivo, experimentando una fuerza dirigida en el mismo sentido del campo eléctrico del condensador, por lo que el protón continúa su movimiento rectilíneo uniforme con velocidad constante según el eje X y con una aceleración constante según el eje Y negativo. La trayectoria del protón se desvía siguiendo un movimiento uniformemente acelerado dirigido según el eje Y negativo, describiendo una parábola hacia la placa negativa del condensador.



c) El neutrón tiene carga neutra (o nula) y penetra desde la izquierda en la región del dispositivo según el eje X positivo. El campo eléctrico entre las placas del condensador está dirigido desde la placa positiva hacia la negativa, según el eje OY negativo.

$$\vec{F}_n = q \cdot \vec{E} \equiv 0 \Rightarrow \vec{v}_n = v_n \vec{i}$$

Por lo tanto, el neutrón no experimenta fuerza eléctrica y no se desviará de su trayectoria horizontal, siguiendo un movimiento rectilíneo con velocidad uniforme.



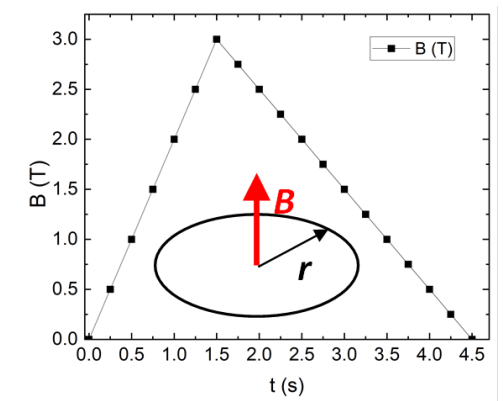
Pregunta 4

Una espira conductora circular de radio $r = 10$ cm se encuentra orientada en todo momento perpendicularmente al flujo de un campo magnético homogéneo producido por un dispositivo electromagnético, que varía su intensidad con el tiempo según se indica en la gráfica de la figura adjunta, donde los valores están expresados en unidades del S.I.

a) Determina el instante de tiempo en que se produce el mayor flujo magnético a través de la superficie de la espira y calcula su valor. **(0.5 puntos)**

b) ¿En qué situación se genera el mayor valor de *fem* inducida en la espira? Justifica la respuesta. **(1 punto)**

c) Si la espira conductora tiene una resistencia $R = 10$ Ohms, obtén el valor más elevado de la intensidad de corriente inducida en la espira e indica el sentido de circulación por el conductor. Justifica la respuesta. **(0.5 puntos)**



SOLUCIÓN:

a) El flujo del campo magnético B generado por el dispositivo, a través de la sección S de la espira en un instante de tiempo viene dado por la expresión:

$$\Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Teniendo en cuenta que el campo magnético B es homogéneo y perpendicular a la superficie de la espira, según se indica en la figura, y alcanza un valor máximo de $B = 3$ T en el instante $t = 1.5$ s, se cumplirá que el mayor flujo magnético que atraviesa la superficie de la espira se obtendrá en dicho instante de tiempo en el que B alcanza su máximo valor y será:

$$\Phi_{Max} = \iint \vec{B}_{Max} \cdot d\vec{S} = \iint \vec{B}_{Max} \cdot \vec{n}_s \cdot dS \equiv \vec{B}_{Max} \cdot \vec{S} = B_{Max} \cdot S_{espira} \cdot \cos(0^\circ) = B_{Max} \cdot \pi \cdot r^2 = 3 \text{ T} \cdot \pi \cdot (0.1 \text{ m})^2 \approx 9.43 \times 10^{-2} \text{ Wb} \cong 0.094 \text{ Wb}$$

b) A partir de la ley de Faraday-Henry-Lenz, se establece que en el circuito cerrado de la espira a través del cual varía el flujo magnético, ($\Phi=BS$), se induce una fuerza electromotriz (ε) proporcional a la variación temporal

del flujo: $\varepsilon = - \frac{d\Phi}{dt} \equiv - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = - \frac{\Delta(B \cdot S)}{\Delta t} = - \frac{\Delta B \cdot S}{\Delta t}$

En la gráfica se observa que, en los dos intervalos de tiempo $\Delta t_1 = (0, 1.5)$ s, y $\Delta t_2 = (1.5, 4.5)$ s, el valor del campo de inducción magnética varía linealmente con el tiempo y por tanto el flujo del campo magnético que atraviesa la superficie de la espira es variable, induciéndose una fem y generándose una corriente eléctrica en la espira circular en ambos intervalos de tiempo.

- En el primer intervalo de tiempo de 0 a 1.5 s el campo de inducción magnética aumenta linealmente con el tiempo y en consecuencia, también aumenta el flujo magnético que atraviesa la superficie de la espira debido al aumento del valor del campo magnético entrante en la espira. Por lo tanto la fem inducida en la espira será:

$$\varepsilon_1 = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t_1} = -\frac{\Delta B \cdot S_{\text{espira}}}{\Delta t_1} = -\frac{\Delta B \cdot \pi \cdot r_{\text{espira}}^2}{\Delta t_1} = -\frac{(3-0)T \cdot \pi \cdot (0.1)^2 m^2}{(1.5-0)s} = -\frac{3 \cdot \pi \times 10^{-2} Wb}{1.5 s} \approx -6.28 \times 10^{-2} V$$

- En el segundo intervalo de tiempo de 1.5 s a 4.5 s el campo de inducción magnética disminuye linealmente y por tanto el flujo magnético que atraviesa la superficie de la espira decrece proporcionalmente, de donde la fem inducida en la espira será en este caso:

$$\varepsilon_2 = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t_2} = -\frac{\Delta B_2 \cdot S_{\text{espira}}}{\Delta t_2} = -\frac{\Delta B_2 \cdot \pi \cdot r_{\text{espira}}^2}{\Delta t_2} = -\frac{(0-3)T \cdot \pi \cdot (0.1)^2 m^2}{(4.5-1.5)s} = -\frac{-3 \cdot \pi \times 10^{-2} Wb}{3 s} \approx 3.14 \times 10^{-2} V$$

Comparando los módulos de las respectivas fem inducidas en la espira en ambos intervalos de tiempo, se tiene que:

$$|\varepsilon_1| = 6.28 \times 10^{-2} V; |\varepsilon_2| = 3.14 \times 10^{-2} V \Rightarrow |\varepsilon_1| = 2 |\varepsilon_2|$$

Por lo tanto, el voltaje o fem inducida en la espira en el primer intervalo de tiempo es el doble mayor que la fem inducida durante el segundo intervalo.

c) La ley de Lenz indica que las corrientes inducidas en la espira tendrán un sentido de circulación tal que se opongan a la variación del flujo magnético que las produce, por lo tanto, en dichos intervalos se tendrá que:

- en el primer intervalo de tiempo de 0 a 1.5 s se produce una variación lineal del incremento del valor del campo de inducción magnética entrante en la espira, lo que produce un aumento del flujo magnético a través de la espira, por lo que, aplicando la ley de Faraday para calcular la fuerza electromotriz inducida ($fem = \varepsilon$)

$$\varepsilon_1 = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t_1} = -\frac{\Delta B \cdot S_{\text{espira}}}{\Delta t_1} \approx -6.28 \times 10^{-2} V$$

Dado que la espira tiene una resistencia $R = 10 \Omega$, el valor de la intensidad de corriente inducida en la espira aplicando la ley de Ohm, será en este caso:

$$I_{\text{inducida } 1} = \frac{|\varepsilon_1|}{R} \approx \frac{0.063 V}{10 \Omega} \cong 6.28 \times 10^{-3} A \equiv 6.28 mA$$

Y el sentido de la circulación de la corriente inducida por la espira en este primer intervalo de tiempo tendrá sentido horario, de tal manera que la corriente inducida por la espira genere a su vez un campo que se oponga al aumento del flujo magnético.

- en el segundo intervalo de tiempo de 1.5 s a 4.5 s se produce una variación lineal del decremento del valor del campo de inducción magnética entrante en la espira, lo que produce una disminución del flujo magnético a través de la espira, por lo que, aplicando la ley de Faraday para calcular la fuerza electromotriz inducida ($fem = \varepsilon$)

$$\varepsilon_2 = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t_2} = -\frac{\Delta B \cdot S_{\text{espira}}}{\Delta t_2} \approx 3.14 \times 10^{-2} V$$

El valor de la intensidad de corriente inducida, teniendo en cuenta la resistencia de la espira y aplicando la ley de Ohm, será en este caso

$$I_{\text{inducida } 2} = \frac{|\varepsilon_2|}{R} \approx \frac{0.031 V}{10 \Omega} \cong 3.14 \times 10^{-3} A \equiv 3.14 mA$$

El sentido de la circulación de la corriente inducida por la espira en el segundo intervalo de tiempo tendrá sentido antihorario, de tal manera que la corriente inducida por la espira genere a su vez un campo que contrarreste la disminución del flujo magnético.

Luego el mayor valor de la intensidad de corriente inducida en la espira corresponde al de la mayor variación del flujo magnético y por tanto del campo magnético, producidos en el primer intervalo de tiempo de 0 a 1.5 s, siendo la circulación de la corriente inducida en la espira durante dicho intervalo en sentido horario.

Pregunta 5

Se dispone de un sistema óptico formado por una lente convergente que tiene una distancia focal de 0.2 m. Realiza el trazado de rayos correspondiente identificando los elementos principales de la lente, y determina las características (si es real o virtual, derecha o invertida, y de mayor o menor tamaño que el objeto), así como la posición y el tamaño de la imagen formada por la lente, en estos dos casos:

a) si un objeto de 4 cm de altura sitúa a una distancia de 0.15 m de la lente. **(1 punto)**

b) si el mismo objeto se sitúa a una distancia de 0.3 m de la lente. **(1 punto)**

SOLUCIÓN:

a) Al ser una lente convergente, la focal imagen es positiva, $f' > 0$. Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas para esta lente convergente con $f' = 0.2$ m, $s = -0.15$ m ($s < f$), para un objeto de tamaño $y = 0.04$ m:

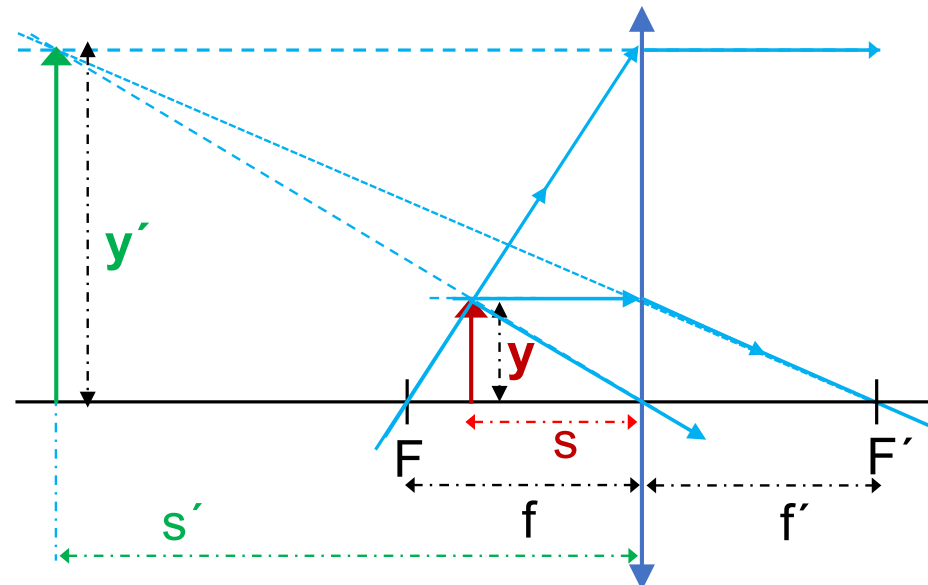
$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-0.15} = \frac{1}{0.2} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{0.2} - \frac{1}{0.15} = -\frac{0.05}{0.03} = -\frac{5}{3} \Rightarrow s' = -\frac{3}{5} \approx -0.6 \text{ m}$$

Y a partir de la relación para el aumento lateral:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{-0.6 \text{ m}}{-0.15 \text{ m}} = 4 \Rightarrow y' = 4 \cdot y = 4 \cdot 0.04 \text{ m} = 0.16 \text{ m}$$

Luego la imagen formada es de mayor tamaño que el objeto, es virtual y directa (derecha).

El diagrama de rayos correspondiente a la formación de la imagen en este caso es:



b) Aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas para el caso de esta lente convergente de focal $f' = 0.2$ m y $s = -0.3$ m ($s > f$):

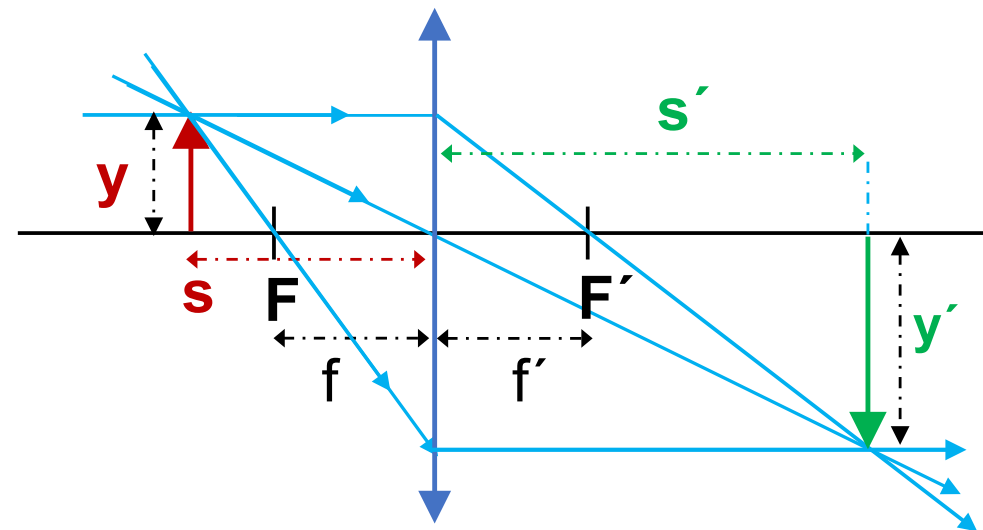
$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{s'} - \frac{1}{-0.3} = \frac{1}{0.2} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{0.2} - \frac{1}{0.3} = \frac{0.1}{0.06} = \frac{1}{0.6} \Rightarrow s' = 0.6 \text{ m}$$

Y a partir de la relación para el aumento lateral:

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{y'}{y} = \frac{0.6 \text{ m}}{-0.3 \text{ m}} = -2 \Rightarrow y' = -2 \cdot y = -2 \times 0.04 \text{ m} = -0.08 \text{ m}$$

Luego la imagen formada tiene el doble del tamaño que el objeto, está invertida y es real.

El diagrama de rayos correspondiente a la formación de la imagen en este caso es el siguiente:



La imagen obtenida es real, invertida y con un tamaño del doble que el objeto.

Pregunta 6

Un rayo de luz monocromático cuya frecuencia es $f = 6.05 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ incide desde un medio A con índice de refracción n_A hacia otro medio B cuyo índice de refracción es n_B , teniendo que el ángulo para la reflexión total es de 60° . Si se cumple que la diferencia entre los índices de refracción de ambos medios es $n_A - n_B = 0.3$, determina:

- los índices de refracción de cada medio n_A y n_B , respectivamente. **(1 punto)**
- las longitudes de onda del rayo incidente cuando se propaga por cada uno de los dos medios, A y B. **(1 punto)**

SOLUCIÓN:

a) Los índices de refracción de ambos medios se determinarán aplicando la ley de Snell teniendo en cuenta que el ángulo de incidencia límite es de 60° , para el cual se obtiene reflexión total, cuando el rayo pasa del medio A al B.

$$n_A \cdot \sin(\varphi_i) = n_B \cdot \sin(\varphi_r) \Rightarrow n_A \cdot \sin(\varphi_L) = n_B \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = n_B$$

Así, cuando el ángulo de incidencia del rayo en el medio A es mayor o igual que $\varphi_i \geq 60^\circ$, se tiene la condición de reflexión total por la que se cumplirá la relación:

$$n_A \cdot \text{sen}(60^\circ) = n_B \cdot \text{sen}(90^\circ) = n_B \Rightarrow n_B = n_A \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Y teniendo en cuenta que se cumple que $n_A - n_B = 0.3$:

$$n_A - n_B = 0.3; n_B = n_A \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow n_A - \frac{\sqrt{3}}{2} n_A = 0.3 \Rightarrow n_A \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 0.3 \Rightarrow n_A = \frac{0.6}{(2 - \sqrt{3})} \approx 2.24$$

Y por tanto, $n_B = 2.24 - 0.3 \approx 1.94$

b) Teniendo en cuenta que al cambiar de medio, la frecuencia del rayo no se modifica, luego, la longitud de onda del rayo cuando se propaga en el vacío (aire) será:

$$n_{\text{aire}} = 1 = \frac{c}{v_{\text{aire}}} \Rightarrow v_{\text{aire}} = c = \lambda_0 \cdot f_0 \Rightarrow \lambda_0 = \frac{c}{f_0} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{6.05 \times 10^{14} \text{ Hz}} \approx 495.867 \times 10^{-9} \text{ m} = 495.87 \text{ nm}$$

Y para un medio cualquiera de índice de refracción n_x , se cumplirá que:

$$n_x = \frac{c}{v_x} \Rightarrow v_x = \lambda_x \cdot f_x \equiv \lambda_x \cdot f_0 \Rightarrow \lambda_x = \frac{v_x}{f_0} = \frac{c}{n_x \cdot f_0}$$

De donde, la longitud de onda del rayo cuando se propaga por cada medio será:

$$\lambda_A = \frac{c}{n_A \cdot f_0} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{2.24 \cdot 6.05 \times 10^{14} \text{ Hz}} \approx 221.369 \times 10^{-9} \text{ m} = 221.37 \text{ nm}$$

$$\lambda_B = \frac{c}{n_B \cdot f_0} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{1.94 \cdot 6.05 \times 10^{14} \text{ Hz}} \approx 255.602 \times 10^{-9} \text{ m} = 255.60 \text{ nm}$$

Pregunta 7

La función de trabajo para el potasio es de 2.3 eV.

- Determina la frecuencia mínima umbral con la que se debe emitir la luz que irradia una lámina de potasio para producir el efecto fotoeléctrico. **(0.5 puntos)**
- Calcula el potencial de frenado de los electrones emitidos cuando se irradia la lámina de potasio con radiación de longitud de onda de 395 nm. ¿Cuál será la velocidad máxima de los electrones? **(1.5 puntos)**

SOLUCIÓN:

a) La energía del trabajo de extracción del potasio es:

$$W = 2.3 \text{ eV} \cdot 1.6 \times 10^{-19} \frac{\text{C}}{\text{e}} = 3.68 \times 10^{-19} \text{ J}$$

La frecuencia mínima umbral:

$$W = h \cdot \nu_0 \Rightarrow \nu_0 = \frac{W}{h} = \frac{3.68 \times 10^{-19} \text{ J}}{6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}} \approx 5.55 \times 10^{14} \text{ s}^{-1} = 5.55 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

El trabajo de extracción tendrá lugar si se irradia el potasio con una radiación de frecuencia $\nu \geq \nu_0$.

b) Si se irradia el potasio con una radiación cuya $\lambda = 395 \text{ nm}$, la relación de la energía cinética máxima de los electrones emitidos con el trabajo de extracción del material será:

$$E = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda} = W + E_C \Rightarrow E_C = h \cdot \frac{c}{\lambda} - W = h \cdot \frac{c}{\lambda} - h \cdot \nu_0$$

Y sustituyendo datos:

$$E_{C\max} = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \frac{3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{3.95 \times 10^{-7} \text{ m}} - 3.68 \times 10^{-19} \text{ J} \approx 1.36 \times 10^{-19} \text{ J}$$

De donde el potencial de frenado requerido para detener los electrones emitidos con dicha energía cinética máxima:

$$E_{C\max} = q_e \cdot V_{\text{frenado}} \Rightarrow V_{\text{frenado}} = \frac{E_{C\max}}{q_e} = \frac{1.36 \times 10^{-19} \text{ J}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}} = 0.85 \text{ V}$$

Y la velocidad máxima de los electrones emitidos:

$$E_{C\max} = h \cdot \frac{c}{\lambda} - W = \frac{1}{2} m_e v_e^2 \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{C\max}}{m_e}} = \sqrt{\frac{2}{m_e} \cdot \left(h \frac{c}{\lambda} - W \right)}$$

Sustituyendo datos:

$$\Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2}{9.11 \times 10^{-31} \text{ kg}} \cdot \left(6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot \left(\frac{3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{3.95 \times 10^{-7} \text{ m}} \right) - 3.68 \times 10^{-19} \text{ J} \right)} \approx 5.5 \times 10^5 \text{ m/s}$$

(No es necesario realizar correcciones relativistas, ya que: $v_e \sim c/545$)

Pregunta 8

Un protón se acelera en un acelerador lineal de partículas con una energía cinética de 120 eV.

Calcula:

a) la longitud de onda asociada al protón. **(0.5 puntos)**

b) la longitud de onda que tendría un fotón con la misma energía que el protón. **(0.5 puntos)**

c) la longitud de onda de De Broglie asociada a un diminuto grano de arena de 0.35 μg de masa y que se mueve con la misma velocidad que la del protón. **(1 punto)**

SOLUCIÓN:

a) Para calcular la longitud de onda asociada al protón a partir de la relación de De Broglie, se necesita obtener la velocidad del principio de conservación de la energía mecánica:

$$E \equiv W = E_C \Rightarrow e \cdot \Delta V = \frac{1}{2} m_p \cdot v_p^2$$

Dado que el protón se acelera desde el reposo, su velocidad será:

$$E_C = e \cdot \Delta V \Rightarrow v_p = \sqrt{\frac{2 \cdot E_C}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot e \Delta V}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 120 \text{ eV} \cdot 1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV}}{1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}}} \approx 1.52 \times 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Y la longitud de onda asociada al protón:

$$\lambda_p = \frac{h}{p_p} = \frac{h}{m_p \cdot v_p} = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m_p \cdot E}} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{\sqrt{2 \cdot 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg} \cdot 1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV} \cdot 120 \text{ eV}}} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{2.53 \times 10^{-22} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}} = 2.62 \times 10^{-12} \text{ m}$$

b) La longitud de onda de un fotón con la misma energía cinética que la del protón:

$$E_C = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{E_C} = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \cdot 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{120 \text{ eV} \cdot 1.6 \times 10^{-19} \text{ J/eV}} \approx 1.036 \times 10^{-8} \text{ m}$$

c) La longitud de onda de De Broglie asociada a la partícula de arena si se mueve con la misma velocidad que el protón:

$$\lambda_a = \frac{h}{m_a \cdot v_a} \equiv \frac{h}{m_a \cdot v_p} \Rightarrow \lambda_a = \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{0.35 \times 10^{-9} \text{ kg} \cdot 1.52 \times 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}} \approx 1.25 \times 10^{-29} \text{ m}$$

Criterios de corrección comunes:

En todos los apartados de los ejercicios que soliciten cálculos de magnitudes físicas se penalizará con 0.25 puntos no expresar la unidad correcta de la magnitud calculada, no se exige (se aconseja) la expresión explícita de unidades en los cálculos previos, tal y como aparecen en el examen resuelto, pero sí que las magnitudes se expresen en la unidad adecuada conforme a las constantes utilizadas. Una errónea expresión de las magnitudes utilizadas conduce a un error del resultado final, que no será imputable a un error de cálculo (menor penalización). Se valorará positivamente el planteamiento correcto, la justificación de las respuestas, la coherencia con los conceptos físicos y el correcto empleo de la terminología científica propia de la materia. Obligatoriedad de dibujar trazado de rayos e indicar el sentido de los mismos con las flechas correspondientes, en los problemas de óptica geométrica. Empleo de cifras significativas adecuadas en la expresión de magnitudes y redondeo.