

**EXAMEN C RESUELTO**

1. Un melón ($m_{\text{melón}} = 2 \text{ kg}$) y una sandía ($m_{\text{sandía}} = 3 \text{ kg}$) se encuentran en reposo y sin posibilidad de moverse en el origen de coordenadas, y en el punto A (1 m, 0 m), respectivamente. Colocamos una naranja ($m_{\text{naranja}} = 200 \text{ g}$) en el eje OX a 30 cm del origen de coordenadas en sentido positivo. La naranja está inicialmente en reposo, pero puede moverse libremente a lo largo del eje OX.
- La naranja, ¿permanecerá en reposo? En el caso de que inicie su movimiento, ¿con qué aceleración lo hará (módulo, dirección y sentido) en ese instante? (1 punto)
 - Calcule la energía potencial gravitatoria de la naranja en el eje OX a 50 cm del origen de coordenadas en sentido positivo. (1 punto)

SOLUCIÓN

a. Fuerza del melón sobre la naranja:

$$F_{\text{melón}} = \frac{G \cdot m_{\text{melón}} \cdot m_{\text{naranja}}}{d_{\text{melón-naranja}}^2} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 2 \text{ kg} \times 0.2 \text{ kg}}{(0.3 \text{ m})^2} = 2.96 \times 10^{-10} \text{ N}$$

$$\vec{F}_{\text{melón}} = -2.96 \times 10^{-10} \text{ N } \vec{i} \quad (\text{hacia el melón, sentido negativo del eje OX})$$

Fuerza de la sandía sobre la naranja:

$$F_{\text{sandía}} = \frac{G \cdot m_{\text{sandía}} \cdot m_{\text{naranja}}}{d_{\text{sandía-naranja}}^2} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 3 \text{ kg} \times 0.2 \text{ kg}}{(0.7 \text{ m})^2} = 8.17 \times 10^{-11} \text{ N}$$

$$\vec{F}_{\text{sandía}} = 8.17 \times 10^{-11} \text{ N } \vec{i} \quad (\text{hacia la sandía, sentido positivo del eje OX})$$

La fuerza resultante hacia la naranja será:

$$\Sigma \vec{F} = \vec{F}_{\text{melón}} + \vec{F}_{\text{sandía}} = (-2.96 \times 10^{-10} + 8.17 \times 10^{-11}) \text{ N } \vec{i} \Rightarrow \Sigma \vec{F} = -2.14 \times 10^{-10} \text{ N } \vec{i}$$

La naranja experimenta una fuerza de $2.14 \times 10^{-10} \text{ N}$ en el sentido negativo del eje OX. No permanecerá en reposo, comenzará a moverse en ese sentido, hacia el origen de coordenadas con una aceleración en el instante inicial:

$$\vec{a} = \frac{\Sigma \vec{F}}{m_{\text{naranja}}} = \frac{-2.14 \times 10^{-10} \text{ N } \vec{i}}{0.2 \text{ kg}} \Rightarrow \vec{a} = -1.07 \times 10^{-9} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \vec{i}$$

b. Energía potencial gravitatoria total de la naranja a 50 cm del melón:

$$E_p = \frac{-G \cdot m_{\text{melón}} \cdot m_{\text{naranja}}}{d_{\text{melón-naranja}}} + \frac{-G \cdot m_{\text{sandía}} \cdot m_{\text{naranja}}}{d_{\text{sandía-naranja}}}$$

$$E_p = \frac{-6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 2 \text{ kg} \times 0.2 \text{ kg}}{0.5 \text{ m}} + \frac{-6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 3 \text{ kg} \times 0.2 \text{ kg}}{0.5 \text{ m}}$$

$$E_p = -1.33 \times 10^{-10} \text{ J}$$



2. El mayor de los satélites que orbitan en torno a Saturno es Titán. Si en una erupción desde uno de los volcanes en la superficie de Titán saliera una roca alcanzando una altura de 300 km sobre la superficie. Calcule:

- La velocidad inicial que la roca volcánica posee durante la erupción justo en la superficie de Titán. (1 punto)
- La relación entre velocidad de escape en Titán y en la Tierra. (1 punto)

SOLUCIÓN

a.

$$E_m = \text{cte} \Rightarrow (E_m)_{\text{superficie}} = (E_m)_h \Rightarrow -\frac{GM_{\text{Titán}}m}{R_{\text{Titán}}} + \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{GM_{\text{Titán}}m}{R_{\text{Titán}} + h}$$

$$v = \sqrt{2GM_{\text{Titán}} \left(\frac{1}{R_{\text{Titán}}} - \frac{1}{R_{\text{Titán}} + h} \right)}$$

$$v = \sqrt{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2} \times 1.35 \times 10^{23} \times \left(\frac{1}{2.574 \times 10^6} - \frac{1}{2.574 \times 10^6 + 0.3 \times 10^6} \right)}$$

$$v = 854.6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \text{ La altura } h \text{ no puede despreciarse}$$

b.

$$\frac{1}{2}m v_{\text{escape}}^2 - \frac{GMm}{R} = 0 \Rightarrow v_{\text{escape}}^2 = \frac{2GM}{R} \Rightarrow v_{\text{escape}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$\frac{v_{\text{escape}}(\text{Tierra})}{v_{\text{escape}}(\text{Titán})} = \sqrt{\frac{M_{\text{Tierra}}R_{\text{Tierra}}}{M_{\text{Titán}}R_{\text{Titán}}}} = \sqrt{\left(\frac{5.98 \times 10^{24} \text{ kg}}{6.37 \times 10^6 \text{ m}} \times \frac{2.574 \times 10^6 \text{ m}}{1.35 \times 10^{23} \text{ kg}} \right)}$$

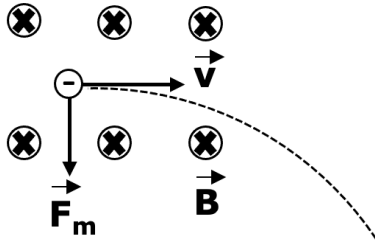
$$v_{\text{escape}}(\text{Tierra}) = 4.23 v_{\text{escape}}(\text{Titán})$$



3. Un electrón viaja en línea recta con velocidad constante de 2×10^6 m/s. El electrón entra en una región donde existe un campo magnético uniforme de magnitud $B = 1$ mT y perpendicular a la velocidad del electrón. Calcule:
- El radio de curvatura del electrón en su trayectoria. (1 punto)
 - La diferencia de potencial necesaria para acelerar al electrón hasta la velocidad con la que viaja. (1 punto)

SOLUCIÓN

a.



$$F_m = \frac{m \cdot v^2}{R} \Rightarrow qvB = \frac{m \cdot v^2}{R} \Rightarrow R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} = \frac{9.1 \times 10^{-31} \times 2 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \times 10^{-3} \text{ T}} \Rightarrow R = 1.1 \times 10^{-2} \text{ m}$$

b.

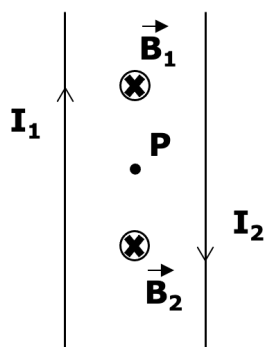
$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = q \cdot \Delta V \Rightarrow \Delta V = \frac{1}{2} \times \frac{9.1 \times 10^{-31} \times (2 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}} \Rightarrow \Delta V = 11.4 \text{ V}$$



4. Colocamos dos varillas rectilíneas de níquel (buen conductor eléctrico) muy largas, de longitud L , mutuamente paralelas y a una distancia de 10 mm entre ellas. Por las varillas circulan corrientes eléctricas de igual magnitud, pero en sentido opuesto. El campo magnético en un punto del plano que determinan las varillas y equidistante entre ellas es de 2 mT. Calcule:
- La intensidad de la corriente en las varillas. Represente el campo magnético en el punto referido, indicando su dirección y sentido respecto al plano que contiene ambas varillas y el sentido de las corrientes eléctricas. (1 punto)
 - La fuerza por unidad de longitud que ejerce cada varilla sobre la otra. Justifique si las varillas se atraen o se repelen. (1 punto)

SOLUCIÓN

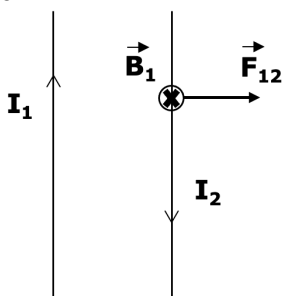
a.



$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} \quad B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2} \quad d_1 = d_2 \quad I_1 = I_2 \Rightarrow B_1 = B_2 \quad \Sigma \vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 \Rightarrow \Sigma B = B_1 + B_2$$

$$2 \times 10^{-3} \text{ T} = 2B_1 \Rightarrow B_1 = 10^{-3} \text{ T} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2} \times I_1}{2\pi \times 5 \times 10^{-3} \text{ m}} \Rightarrow I_1 = I_2 = 25 \text{ A}$$

b.



$$\vec{F}_{12} = I_2 (\vec{l}_2 \wedge \vec{B}_1) \Rightarrow \text{Se repelen} \Rightarrow \frac{F_{12}}{l_2} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2} \times (25 \text{ A})^2}{2\pi \times 10 \times 10^{-3} \text{ m}} \Rightarrow \frac{F_{12}}{l_2} = 1.25 \times 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$



5. Si agarro el extremo libre de una cuerda, cuyo extremo opuesto está fijo a una pared, y lo muevo de forma armónica en dirección vertical (arriba y abajo) provocaré la propagación de ondas en la cuerda. Supongamos que el desplazamiento entre el punto más alto y el más bajo de la mano en su movimiento armónico es de 12 cm, las ondas tienen una frecuencia de 5 Hz y la velocidad de propagación es de 10 m/s. El extremo que sujeto con mi mano se encuentra instantáneamente en reposo y en su desplazamiento positivo máximo cuando pongo en marcha mi cronómetro ($t = 0$). Considere que no hay ondas viajando en el sentido contrario.
- Calcule para dichas ondas: la longitud de onda, la frecuencia angular, el periodo y el número de onda. (1 punto)
 - Escriba la función de onda que describe dichas ondas. (1 punto)

SOLUCIÓN

a.

$$2A = 0.12 \text{ m} \Rightarrow A = 0.06 \text{ m}; \quad f = 5 \text{ Hz}; \quad T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5 \text{ Hz}} \Rightarrow T = 0.2 \text{ s}$$

$$v = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; \quad \lambda = vT = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \times 0.2 \text{ s} \Rightarrow \lambda = 2 \text{ m};$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{2 \text{ m}} \Rightarrow k = \pi \text{ rad} \cdot \text{m}^{-1}; \quad \omega = 2\pi f \Rightarrow \omega = 10\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

b.

$$y(x, t) = A \sin(\omega t - kx + \varphi_0)$$

$$y(0, 0) = A \quad v(0, 0) = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$y(x, t) = 0.06 \sin(10\pi t - \pi x + \varphi_0)$$

$$0.06 = 0.06 \sin \varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$y(x, t) = 0.06 \sin\left(10\pi t - \pi x + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$y(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

$$y(0, 0) = A \quad v(0, 0) = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$y(x, t) = 0.06 \cos(10\pi t - \pi x + \varphi_0)$$

$$0.06 = 0.06 \cos \varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = 0$$

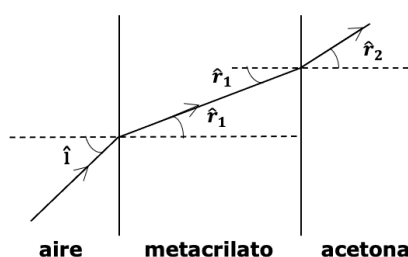
$$y(x, t) = 0.06 \cos(10\pi t - \pi x)$$



6. Disponemos de un depósito cúbico lleno de acetona hasta cierta altura. Las paredes del depósito son planas, con un grosor de 2 cm, y fabricadas con metacrilato transparente cuyo índice de refracción es 1.49. Si un rayo de luz incidiera desde el exterior del depósito (aire) sobre la pared de metacrilato formando un ángulo de 45° respecto a la normal a la pared, calcule:
- El ángulo que formaría el rayo de luz con la normal a la pared de metacrilato en contacto con la acetona. (1.5 puntos)
 - La velocidad de la luz en la acetona. (0.5 puntos)

SOLUCIÓN

a.



$$n_{\text{aire}} < n_{\text{metacrilato}} \Rightarrow i > r_1 \quad n_{\text{metacrilato}} > n_{\text{acetona}} \Rightarrow r_1 < r_2$$

$$n_{\text{aire}} \sin 45^\circ = n_{\text{metacrilato}} \sin(r_1) \Rightarrow \sin(r_1) = \frac{\sqrt{2}/2}{1.49}$$

$$n_{\text{metacrilato}} \sin(r_1) = n_{\text{acetona}} \sin(r_2) \Rightarrow \sin(r_2) = \frac{1.49}{1.36} \times \frac{\sqrt{2}/2}{1.49} \Rightarrow r_2 = 31^\circ 19' 40''$$

b.

$$v_{\text{acetona}} = \frac{v_{\text{aire}}}{n_{\text{acetona}}} \Rightarrow v_{\text{acetona}} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{1.36} \Rightarrow v_{\text{acetona}} = 2.21 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$



7. Nos desplazamos a Cerdanyola del Vallès para realizar un experimento de difracción de rayos X en el Sincrotrón ALBA que es un instituto de investigación internacional. En este centro se producen fotones para el análisis de materiales y estudiar sus propiedades. En nuestro experimento vamos a utilizar fotones con una longitud de onda $\lambda = 0.15 \text{ nm}$.

- ¿Cuál es la energía de dichos fotones? Exprésela en unidades del S.I. y en eV. (1 punto)
- Si un electrón poseyera la misma energía cinética que los fotones del apartado anterior, ¿cuál sería su longitud de onda. (1 punto). **Nota:** No es necesario aplicar correcciones relativistas.

SOLUCIÓN

a.

$$E = h \nu = \frac{h c}{\lambda} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \times 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}{1.5 \times 10^{-10} \text{ m}} \Rightarrow E = 1.33 \times 10^{-15} \text{ J}$$

$$E = 1.33 \times 10^{-15} \text{ V} \cdot \text{C} \times \frac{1 \text{ electrón}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ C}} = 8.28 \times 10^3 \text{ eV}$$

b.

$$\frac{1}{2} m_e \cdot v_e^2 = 1.33 \times 10^{-15} \text{ J} \Rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2 \times 1.33 \times 10^{-15} \text{ J}}{9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}}} = 5.4 \times 10^7 \text{ m s}^{-1}$$

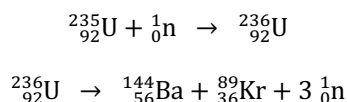
$$\lambda = \frac{h}{m_e \cdot v_e} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{9.1 \times 10^{-31} \text{ kg} \times 5.4 \times 10^7 \text{ m s}^{-1}} \Rightarrow \lambda = 1.35 \times 10^{-11} \text{ m}$$

8. Los 7 reactores de las 5 centrales nucleares que están en funcionamiento en España tienen una potencia eléctrica instalada de aproximadamente 7.4 GW. Su funcionamiento se basa en las reacciones de fisión nuclear del ^{235}U con neutrones. La fisión de cada átomo de ^{235}U libera 200 MeV.

- Complete el siguiente proceso que tiene lugar en la central sustituyendo con el número atómico (Z) y el número másico (A) correspondiente en cada caso: (1 punto)
- Sabiendo que la vida media del ^{235}U es de 7.04×10^8 años, calcule su constante de desintegración radiactiva y su periodo de semidesintegración. (1 punto)

SOLUCIÓN

a.



b.

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{7.04 \times 10^8 \text{ años}} \times \frac{1 \text{ año}}{365 \text{ días}} \times \frac{1 \text{ día}}{24 \text{ horas}} \times \frac{1 \text{ hora}}{3600 \text{ s}} \Rightarrow \lambda = 4.5 \times 10^{-17} \text{ s}^{-1}$$

$$T_{1/2} = \frac{\text{Ln}2}{\lambda} = \frac{1}{4.5 \times 10^{-17} \text{ s}^{-1}} \Rightarrow T_{1/2} = 1.54 \times 10^{16} \text{ s}$$