

Examen Resolt

1

a) De la figura, el radi de Cal·listo és 4410 km i, del formulari, $M_T = 5.9736 \cdot 10^{24}$ kg.

$$g = G \frac{M_T / 55.5}{(4410 \cdot 10^3 \text{ m})^2} \Rightarrow g = 1.24 \text{ m/s}^2$$

b) Per la tercera llei de Kepler,

$$\frac{a^3}{T^2} = \text{constant} \rightarrow \frac{a^3}{(400.6 \text{ h})^2} = \frac{(1070400 \text{ km})^3}{(7.155 \times 24 \text{ h})^2} \Rightarrow a = 1.88 \cdot 10^6 \text{ km}$$

c) El semieix gran és $a = (5.6 + 9.2)/2 \cdot 10^6 \text{ km} = 7.4 \cdot 10^6 \text{ km}$.

$$\frac{T^2}{a^3} = \text{constant} \rightarrow \frac{T^2}{(7.4 \cdot 10^6 \text{ km})^3} = \frac{(7.155 \text{ d})^2}{(1070400 \text{ km})^3} \Rightarrow T = 130.1 \text{ d}$$

2

a) L'energia mecànica de l'asteroide és

$$E_m = \frac{1}{2} m v^2 - G \frac{m M_p}{r} \Rightarrow E_m = -1.20 \cdot 10^{19} \text{ J}$$

b) Amb la velocitat mínima $v_{\min}$ per escapar des d'una distància r_1 , la velocitat serà zero a l'infinit. L'energia mecànica ha de ser zero:

$$\frac{1}{2} m v_{\min}^2 - G \frac{m M_p}{r_1} = 0 \Rightarrow v_{\min} = 0.708 \text{ km/s}$$

La velocitat de 0.650 km/s no és suficient per escapar.

b) Velocitat quan $r_2 = r_1/2$:

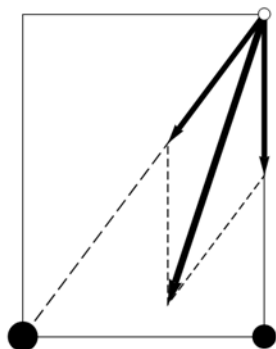
$$\frac{1}{2} m v_1^2 - G \frac{m M_p}{r_1} = \frac{1}{2} m v_2^2 - G \frac{m M_p}{r_1/2} \Rightarrow v_2 = 0.962 \text{ km/s}$$

3

a) Quocient entre els mòduls dels camps.

$$\frac{\left| K \frac{-16 \text{ nC}}{(8 \text{ cm})^2} \right|}{\left| K \frac{-25 \text{ nC}}{(8^2+6^2) \text{ cm}^2} \right|} = 1 \Rightarrow \text{quocient} = 1$$

b) Representació de les forces sobre un protó en el punt P i suma gràfica.



c) Força total sobre el protó

$$\mathbf{F} = |e| \mathbf{E} = |e| K \left(\frac{16 \text{ nC}}{0.08^2} (0, -1) + \frac{25 \text{ nC}}{0.1^2} \frac{(-0.06, -0.08)}{0.1} \right),$$

$$\mathbf{F} = (-2.16, -6.48) 10^{-15} \text{ N} \quad F = 6.83 10^{-15} \text{ N}$$

d) Treball de la força externa

$$V(P) = -4050 \text{ V}$$

$$V(M) = K \frac{-16 \text{ nC}}{0.0854 \text{ m}} + K \frac{-25 \text{ nC}}{0.0854 \text{ m}} = -4318.8 \text{ V},$$

$$W = -10^{-6} \text{ C} (V(P) - V(M)) \rightarrow W = 269 \mu\text{J}$$

4

a) Intensitat I_1 . El camp dels dos fils va cap a dins el pla del dibuix.

$$B(C) = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi 0.07} + \frac{\mu_0 3 I_1}{2\pi 0.14} = 25 \mu\text{T} \rightarrow I_1 = 3.5 \text{ A}$$

b) Intensitat I_e . Per la regla de la mà dreta, el camp de l'espira circular també va cap a dins el pla del dibuix.

$$B(C) = 25 \mu\text{T} + \frac{\mu_0 1.44}{2 \times 0.03} \rightarrow B(C) = 55.2 \mu\text{T}$$

5

$$\text{a)} \pi R^2 B_0 = \pi 0.02^2 B_0 = 9 \mu\text{Wb} \rightarrow B_0 = 7.16 \text{ mT}$$

$$\text{b)} \phi_m = \pi R^2 B_0 \cos(\alpha) = \pi 0.02^2 12 \cdot 10^{-3} \cos(20^\circ) \rightarrow B_0 = 14.2 \mu\text{Wb}$$

$$\text{c)} \text{fem} = -\frac{d\phi(t)}{dt} = -(10 t(t-6) + 5 t^2) 10^{-3} = -15 t(t-4) 10^{-3}$$

El màxim de la funció $f(t) = -t(t-4)$

$$\text{es dona quan } f'(t) = -(t-4) - t = 0 \rightarrow t_m = 2 \text{ s} \rightarrow \text{fem màx} = 0.06 \text{ V}$$

6

a) Segon l'enunciat: $A = 4 \text{ cm}$, $\lambda = 42 \text{ cm}$, $v_p = 7 \text{ cm/s}$ cap a l'esquerra.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, T = \frac{\lambda}{v_p} = 6 \text{ s} \rightarrow \gamma(x, t) = 4 \text{ cm} \cos\left(2\pi\left(\frac{x}{42 \text{ cm}} + \frac{t}{6 \text{ s}}\right)\right)$$

Amb una fase 0, la pertorbació és màxima a l'origen de coordenades a $t = 0$.

b) El temps mínim que passa és un quart del període

$$\text{temps} = 1.5 \text{ s}$$

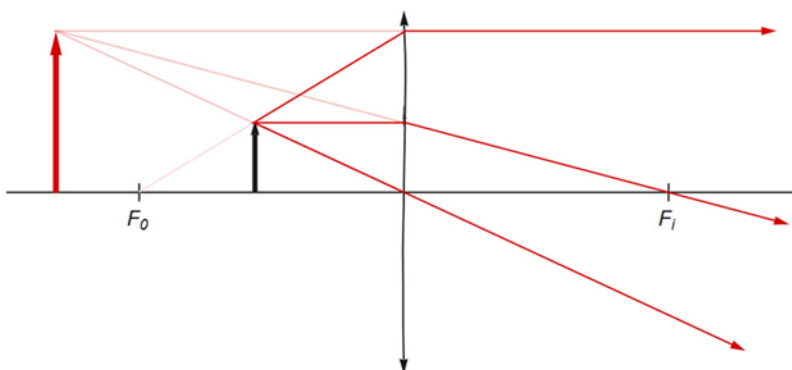
c) Es pot usar qualsevol punt. A $x = 0$, el nivell és zero a $t = T/4 = 1.5 \text{ s}$ i és -2.5 cm a un temps t_1 tal que

$$\gamma(0, t_1) = 4 \cos\left(2\pi \frac{t_1}{6 \text{ s}}\right) = -2.5$$

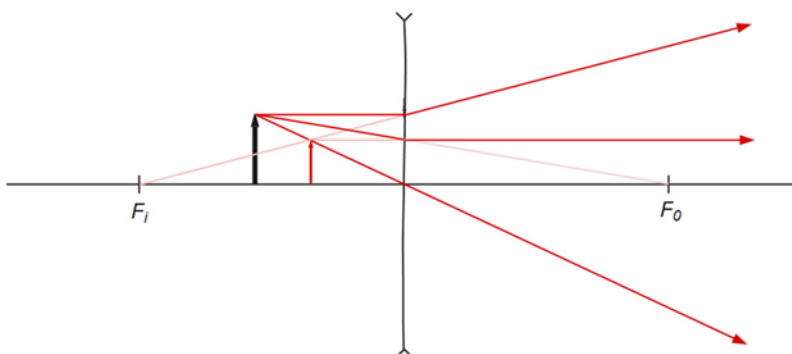
$$t_1 = \frac{3}{\pi} \arccos\left(\frac{-2.5}{4}\right) \rightarrow t_1 = 2.14 \text{ s} \rightarrow \text{temps} = 0.64 \text{ s}$$

7

a) Diagrama dels tres raigs principals que formen la imatge.



b) Diagrama dels tres raigs principals que formen la imatge.



8

a) El segon medi té l'índex de refracció més gran perquè el raig s'acosta a la normal.

b) $1.4 \sin(\theta_1) = n_2 \sin(\theta_2) \rightarrow n_2 = 1.80$

c) Hi pot haver reflexió total quan el raig va del medi 2 al medi 1.

$$1.6 \sin(\theta_{\text{lím}}) = 1.4 \sin(90^\circ) \rightarrow \theta_{\text{lím}} = 61.0^\circ$$

9

a) $\lambda = \frac{\ln(2)}{T_{1/2}} = \frac{\ln(2)}{5730 \text{ a}}$

$A(t) = A_0 \exp(-\lambda t) = A_0 \exp(-\lambda t) = \frac{1}{6} A_0 \rightarrow t = 14\,800 \text{ a}$

b) Desintegració β^-

c) Antiguitat

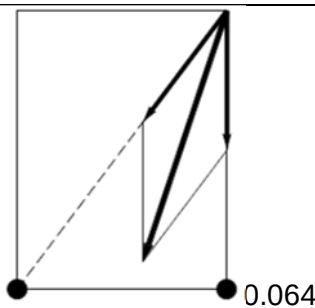
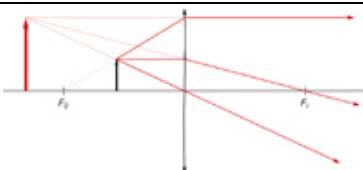
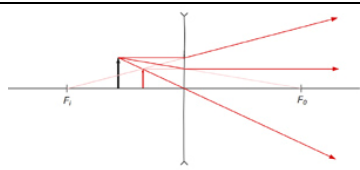
$$497 \frac{\text{desintegracions}}{\text{hora}} = 24 \times 497 \frac{\text{desintegracions}}{\text{dia}}$$

$$11\,928 \exp(-\lambda t) = 8300 \rightarrow t = 3000 \text{ a}$$

La massa de fusta actual tardarà 3000 a en tenir una activitat de 497 desintegracions per hora, per tant, suposam que l'antiguitat de l'objecte de fusta és

$$t = 3000 \text{ a}$$

Solucions

1a	1.24 m/s ²		
1b	1.88 10 ⁶ km		
1c	130 d		
2a	-1.20 10 ¹⁹ J		
2b	0.709 km/s. La velocitat de 0.650 km/s no és suficient per escapar.		
2c	0.962 km/s		
3a	1		
3b			
3c	(-1.23, -5.04) 10 ⁻¹⁵ N, 5.19 10 ⁻¹⁵ N		
3d	269 μJ		
4a	3.50 A		
4b	55.2 μT		
5a	7.16 mT		
5b	14.2 μWb		
5c	0.06 V		
6a	$y(x, t) = 4 \text{ cm} \cos(2\pi (x / (42 \text{ cm}) + t / (6 \text{ s}))$		
6b	1.5 s		
6c	0.64 s		
7a		7b	
8a	El segon té l'índex de refracció més gran perquè el raig s'acosta a la normal		
8b	1.80		
8c	61.0°		
9a	14800 a		
9b	Desintegració β ⁻		
9c	3000 a		