

Instrucciones: Elegir un grupo (A o B). Elegir un problema entre el 1 y el 2, y otro problema entre el 3 o el 4. Haga las cuatro cuestiones del grupo elegido.

GRUPO A

Problemas

Campo gravitatorio

1.- Se lanza un satélite artificial desde la superficie de un planeta, verticalmente y con una velocidad de 20 km/s. La masa del planeta es dos veces la masa de la Tierra y su radio la mitad del radio terrestre. Calcule:

- La velocidad de escape del planeta ¿Se escapa el satélite artificial de dicho planeta?
- Si en el momento del lanzamiento el satélite tiene una energía cinética de 10^{11} J, calcule su masa y la fuerza que ejerce el planeta sobre él.
- Admitiendo que el satélite queda ligado al planeta en una órbita circular, y recordando que fue lanzado con una velocidad de 20 km/s, calcule el radio de dicha órbita.

Datos: $G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$; $M_{\text{Tierra}}=5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_{\text{Tierra}}=6370 \text{ km}$;

$$a) (v_{\text{lanzamiento}} = 20 \frac{\text{km}}{\text{s}} = 20000 \text{ m/s})$$

$$v_{\text{escape}} = \sqrt{2 \cdot G \frac{M_p}{R_p}} = \sqrt{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{11,96 \cdot 10^{24}}{3,185 \cdot 10^6}} = 22381,48 \text{ ms}^{-1}$$

Como la velocidad de lanzamiento es menor que la de escape, el satélite no escapa de la atracción gravitatoria del planeta.

b)

$$E_c = \frac{1}{2} m_s v_s^2 \Rightarrow 10^{11} = \frac{1}{2} m_s (2 \cdot 10^4)^2 \Rightarrow m_s = \frac{2 \cdot 10^{11}}{4 \cdot 10^8} = 500 \text{ kg}$$

$$\vec{F} = -G \frac{M_p m_s}{R_s^2} \vec{u} = -6,67 \cdot 10^{-11} \frac{11,96 \cdot 10^{24} \cdot 500}{(3,185 \cdot 10^6)^2} \vec{u} = -39319,5 \vec{u} \text{ (N)}$$

c) La energía del satélite en el momento del lanzamiento viene dada por:

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m_s v_s^2 - G \frac{M_p m_s}{R_s} = \frac{1}{2} 500 (2 \cdot 10^4)^2 - 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{11,96 \cdot 10^{24} \cdot 500}{3,185 \cdot 10^6} \Rightarrow$$

$$E = 10^{11} - 1,25 \cdot 10^{11} = -2,5 \cdot 10^{11} \text{ J}$$

Y la energía en la órbita será:

$$E = E_c + E_p = -\frac{1}{2} E_p = -\frac{1}{2} G \frac{M_p m_s}{r_o} = -\frac{1}{2} 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{11,96 \cdot 10^{24} \cdot 500}{r_o}$$

Igualando la energía de lanzamiento del satélite con la que tiene en órbita, se tiene:

$$-2,5 \cdot 10^{10} = -\frac{1}{2} 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{11,96 \cdot 10^{24} \cdot 500}{r_o} \Rightarrow$$

$$r_o = -\frac{1}{2} 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{11,96 \cdot 10^{24} \cdot 500}{-2,5 \cdot 10^{10}} \Rightarrow r_o = 7,91 \cdot 10^6 \text{ m}$$

2.- Un satélite meteorológico tiene una masa de 1070 kg y se encuentra en la actualidad a una altura de 36000 km por encima del ecuador describiendo una órbita circular en torno a la Tierra. Calcule:

- La velocidad y la energía del satélite en su órbita.
- La aceleración y el peso del satélite en su órbita.
- La pérdida de energía del satélite, si después de unos años en funcionamiento, se encontrase a una altura de 35426 km en una nueva órbita.

Datos: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $M_{\text{Tierra}} = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$; $R_{\text{Tierra}} = 6370 \text{ km}$

$$h = 36000 \text{ km} = 3,6 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$r = R_T + h = 6,37 \cdot 10^6 + 3,6 \cdot 10^7 = 4,237 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$m_s = 1070 \text{ kg}$$

- Aplicando la Segunda Ley de Newton y teniendo en cuenta que la fuerza de atracción gravitatoria está en todo momento dirigida en la dirección centrípeta, se tiene

$$F_{\text{gravedad}} = m a_{\text{centrípeta}} \Rightarrow G \frac{M \cdot m}{r^2} = \frac{m v^2}{r}$$

Despejando la velocidad, se obtiene:

$$v = \sqrt{G \frac{M_p}{r}} = \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{5,98 \cdot 10^{24}}{4,237 \cdot 10^7}} = 3068,20 \text{ m/s}$$

La energía total en la órbita viene dada por

$$E = E_c + E_p = \frac{1}{2} m_s v_s^2 - G \frac{M_p m_s}{R_s} = \frac{1}{2} 1070 \cdot 3068,20^2 - 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{5,98 \cdot 10^{24} \cdot 1070}{4,237 \cdot 10^7} = -5,036 \cdot 10^9 \text{ J}$$

$$(\text{O bien: } E = \frac{1}{2} E_p = -\frac{1}{2} G \frac{M_p m_s}{R_s} = -\frac{1}{2} 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{5,98 \cdot 10^{24} \cdot 1070}{4,237 \cdot 10^7} = -5,036 \cdot 10^9 \text{ J})$$

- La aceleración orbital del satélite en su órbita viene dada por:

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \frac{3068,20^2}{4,237 \cdot 10^7} = 0,22 \text{ m/s}^2$$

$$(\text{O bien: } \vec{g}_p(r) = -G \frac{M_p}{r^2} \vec{u} \Rightarrow a_c = g_p(r) = G \frac{M_p}{r^2} = 0,22 \text{ m/s}^2)$$

$$\text{Y su peso será: } P = m \cdot g = 1070 \cdot 0,22 = 235,4 \text{ N}$$

- La nueva órbita será $r = R_T + h = 6,37 \cdot 10^6 + 3,5426 \cdot 10^7 = 4,1796 \cdot 10^7 \text{ m}$, y la nueva energía

$$E = \frac{1}{2} E_p = -\frac{1}{2} G \frac{M_p m_s}{r} = -\frac{1}{2} 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{5,98 \cdot 10^{24} \cdot 1070}{4,1796 \cdot 10^7} = -5,097 \cdot 10^9 \text{ J}$$

Por lo tanto, el incremento de energía será $\Delta E = E_2 - E_1 = -5,097 \cdot 10^9 - (-5,036 \cdot 10^9) \Rightarrow \Delta E = -6,1 \cdot 10^7 \text{ J}$

Óptica

3.- Un objeto de 5 cm de altura se coloca a 0,5 m de una lente delgada produciendo una imagen derecha de 15 cm de alto. Calcule:

- A qué distancia de la lente se forma la imagen del objeto, así como la distancia focal de la lente.
¿La imagen es real o virtual?
- La potencia de la lente y realice el trazado de rayos ¿Se trata de una lente convergente o divergente?
- La posición a la que debe situarse el objeto respecto de la lente para que su imagen se forme en el infinito. Realice el trazado de rayos.

Solución:

a) Utilizando el aumento lateral $A_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \quad \frac{15}{5} = \frac{s'}{s} \quad s' = 3s = 3 \cdot (-50) = -150 \text{ cm}$

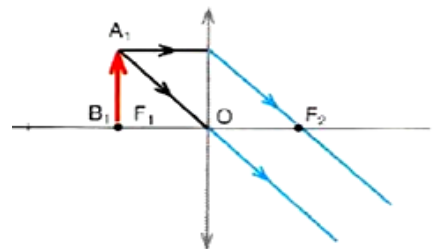
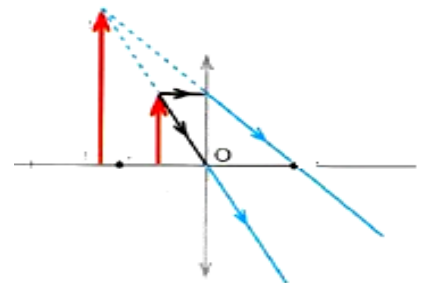
Utilizando la ecuación de los focos $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad \frac{1}{-1,5} - \frac{1}{-0,5} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = 0,75 \text{ m}$

La imagen es virtual por formarse en el espacio objeto ($s' < 0$).

b) La lente es convergente por tener una focal imagen positiva ($f' > 0$).

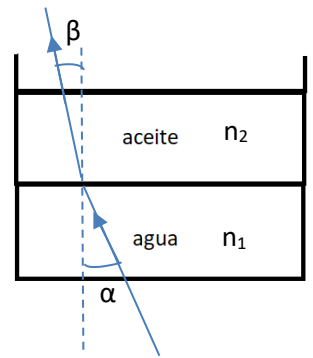
$$P = \frac{1}{f'} = 1,33 \text{ D}$$

c) $1/s' - 1/s = 1/f'$ y si $s' \rightarrow \infty \Rightarrow -1/s = 1/f' \Rightarrow s = -f' = -0,75 \text{ m}$



4.- Un recipiente contiene agua y aceite. Calcule:

- El ángulo de refracción de un rayo de luz que, procedente del fondo del recipiente, incide en la capa de aceite con un ángulo de 40° .
- El ángulo de incidencia de un rayo de luz para que, incidiendo desde el aceite hacia el agua, se produzca la reflexión total.
- La longitud de onda del haz de luz en el aceite, si la longitud de onda del haz de luz en el agua es de 450 nm .



DATOS: $n_{\text{agua}}=1,33$; $n_{\text{aceite}}=1,45$; $c=3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

a) Aplicando la Ley de Snell:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} \quad \frac{\sin 40}{\sin \beta} = \frac{1,45}{1,33} \Rightarrow \sin \beta = \frac{1,33 \cdot 0,6427}{1,45} = 0,589 \Rightarrow \beta = 36,13^\circ$$

$$\text{b) } \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{\sin \alpha}{\sin 90} = \frac{1,33}{1,45} \Rightarrow \alpha = 66,5^\circ$$

$$\text{c) } \lambda = 450 \text{ nm} = 4,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Para el agua: $n_1 = \frac{c}{v_1} \Rightarrow v_1 = \frac{c}{n_1} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,33} = 2,26 \cdot 10^8 \text{ m/s}$; $\lambda_1 = \frac{v_1}{f} \Rightarrow f = \frac{v_1}{\lambda_1} = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$

Para el aceite (y teniendo en cuenta que la frecuencia no cambia):

$$v_2 = \frac{c}{n_2} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,45} = 2,07 \cdot 10^8 \text{ m/s}; \quad \lambda_2 = \frac{v_2}{f} = 4,128 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Cuestiones

1.- Explique brevemente en qué consiste el fenómeno ondulatorio, qué se entiende por onda transversal y ponga un ejemplo de onda transversal. Una onda se propaga según la ecuación $y(x,t) = 0,5 \sin(0,628 t - 0,785 x)$, donde x e y se miden en metros y t en segundos. Calcule la longitud de onda, la frecuencia y la velocidad de propagación de la onda.

Consiste en la propagación de una perturbación, de una magnitud física dada, a lo largo del espacio (y el tiempo). Para una onda mecánica, es necesario un medio material para que tenga lugar este fenómeno.

En una onda transversal, que se propaga en un medio material, la dirección de propagación de la perturbación es perpendicular al movimiento de las partículas del medio material. Por ejemplo, una onda sobre una cuerda es una onda transversal.

$$y(x,t) = 0,5 \sin(0,628 t - 0,785 x)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{0,628} = 10 \text{ s} \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{1}{10} = 0,1 \text{ Hz}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{0,785} = 8 \text{ m} \quad v = \frac{\lambda}{T} = \frac{8}{10} = 0,8 \text{ m/s}$$

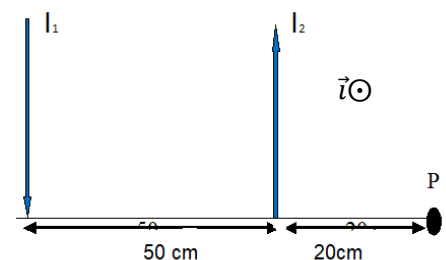
2.- Se tienen dos hilos conductores rectilíneos, indefinidos, paralelos entre sí, separados 50 cm , por los que circulan dos corrientes en sentidos opuestos de $I_1=2 \text{ A}$ e $I_2=5 \text{ A}$. Calcule la Intensidad del campo magnético en el punto P.

Dato: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{A}^{-2}$.

$$B_{1,P} = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d_1} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2}{2\pi \cdot 0,7} = 5,71 \cdot 10^{-7} \text{ T}(\odot)$$

$$B_{2,P} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d_2} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5}{2\pi \cdot 0,2} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ T}(\otimes)$$

$$B_P = B_{1,P} + B_{2,P} = 5,71 \cdot 10^{-7} - 5 \cdot 10^{-6} = -4,429 \cdot 10^{-6} \text{ T}(\otimes)$$



$$\text{O bien: } \vec{B}_1 = 5,71 \cdot 10^{-7} \vec{i} \text{ (T)}; \quad \vec{B}_2 = -5 \cdot 10^{-6} \vec{i} \text{ (T)} \Rightarrow \vec{B}_T = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = -4,429 \cdot 10^{-6} \vec{i} \text{ (T)}$$

3.- Un electrón se mueve con una velocidad de $5 \cdot 10^6$ m/s. Determine el módulo del momento lineal y la longitud de onda de De Broglie que tiene asociada. Compare esta longitud de onda con la asociada a una pelota de golf de masa 200g que se moviera a la misma velocidad. Comente brevemente qué supone que ambas partículas tengan una longitud de onda de De Broglie tan diferente. Dato: $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg; $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Js.

$$P = m v = 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 5 \cdot 10^6 = 4,56 \cdot 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{4,55 \cdot 10^{-24}} = 1,45 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

$$P = m v = 0,2 \cdot 5 \cdot 10^6 = 1 \cdot 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{1 \cdot 10^6} = 6,63 \cdot 10^{-40} \text{ m}$$

Las longitudes de onda asociadas a los electrones estarán en la banda de lo detectable y la de la pelota de tenis quedaría fuera de nuestro alcance (mucho más pequeña)

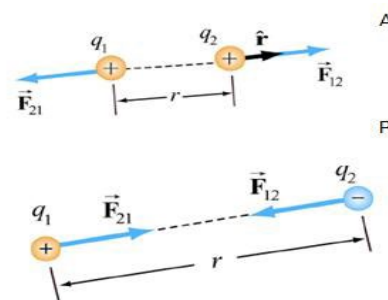
4.- Enuncie y formule vectorialmente la ley de fuerzas de Coulomb e indique, en el Sistema Internacional, las unidades de todas las magnitudes que intervienen. Finalmente, realice un dibujo indicando todas las magnitudes que aparecen en dicha ley.

Dadas dos cargas puntuales q_1 y q_2 (o dos cuerpos supuestos esféricos), la intensidad o módulo de la fuerza electrostática que se ejercen entre sí es directamente proporcional al producto de sus cargas e inversamente proporcional al cuadrado de las distancias que las separa. Esta fuerza será atractiva si las cargas son de signo diferentes, y repulsiva en caso contrario. En el Sistema Internacional de Unidades, las distancias vienen dadas en metros (m), las cargas en culombios (C) y la fuerza en newtons (N).

Vectorialmente, la fuerza que ejerce la carga q_1 sobre la carga q_2 se puede expresar como

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

Siendo la k la constante de proporcionalidad, que para el caso en el que las dos cargas se encuentren en el vacío viene dada por $k = 8,9874 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.



Instrucciones: Instrucciones: Elegir un grupo (A o B). Elegir un problema entre el 1 y el 2, y otro problema entre el 3 o el 4. Haga las cuatro cuestiones del grupo elegido.

GRUPO B

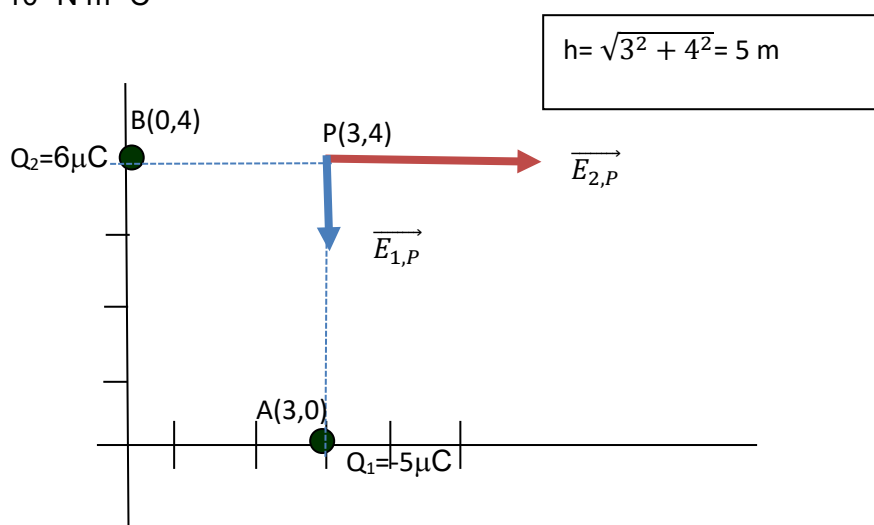
Problemas

Campo Eléctrico y Magnético

1.- Dos cargas puntuales de $-5\mu\text{C}$ y $+6\mu\text{C}$ se encuentran colocadas en los puntos A (3,0) y B (0,4), respectivamente, de un sistema coordenado. Sabiendo que las coordenadas están dadas en metros, calcule:

- El vector intensidad de campo eléctrico en el punto P(3,4).
- El vector fuerza electrostática que ejerce la carga de $-5\mu\text{C}$ sobre la carga de $+6\mu\text{C}$.
- El trabajo realizado por el campo para llevar una carga de $-1\mu\text{C}$ desde el origen de coordenadas (0,0) hasta el punto P(3,4).

Datos: $K=9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$



a) Intensidad de campo

$$E_{1,P} = \frac{kQ_1}{r_{1,P}^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{4^2} = 2812,5 \frac{\text{N}}{\text{C}} \quad E_{2,P} = \frac{kQ_2}{r_{2,P}^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{3^2} = 6000 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

$$\vec{E}_{1,P} = -2812,5 \vec{j} \left(\frac{\text{N}}{\text{C}} \right) ; \vec{E}_{2,P} = 6000 \vec{i} \left(\frac{\text{N}}{\text{C}} \right) ; \vec{E}_{T,P} = 6000 \vec{i} - 2812,5 \vec{j} \left(\frac{\text{N}}{\text{C}} \right)$$

$$b) \vec{F}_{1,2} = \frac{kQ_1Q_2}{r^2} \vec{u}_r = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-5 \cdot 10^{-6}) \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{5^2} \vec{u}_r = -0,0108 \vec{u}_r \text{ (N)} \text{ con } \vec{u}_r = -0,6 \vec{i} + 0,8 \vec{j}$$

$$\vec{F}_{1,2} = 6,48 \cdot 10^{-3} \vec{i} - 8,64 \cdot 10^{-3} \vec{j} \text{ (N)}$$

c) El potencial en el punto O(0,0) será:

$$V_{1,O} = \frac{kQ}{r} = \frac{9 \cdot 10^9 (-5 \cdot 10^{-6})}{3} = -15000 \text{ V}$$

$$V_{2,O} = \frac{kQ}{r} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{4} = 13500 \text{ V}$$

$$V_{T,O} = -1500 \text{ V}$$

Calculamos el potencial en el punto P (3,4):

$$V_{1,P} = \frac{kQ}{r} = \frac{9 \cdot 10^9 (-5 \cdot 10^{-6})}{4} = -11250 \text{ V}$$

$$V_{2,P} = \frac{kQ}{r} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{3} = 18000 \text{ V}$$

$$V_{T,P} = 6750 \text{ V}$$

El trabajo para llevar la partícula desde O(0,0) hasta P(3,4) será :

$$W_{O \rightarrow P} = -q\Delta V = -q(V_P - V_O) = 1 \cdot 10^{-6}(6750 - (-1500)) = 8,25 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

2.- Un electrón entra con una velocidad $\vec{v} = 5 \times 10^4 \vec{i}$ (m/s) en una región del espacio donde hay un campo magnético uniforme $\vec{B} = -2,5 \vec{j}$ (T). Para el instante de entrada, determine:

- El vector fuerza que ejerce el campo magnético sobre el electrón y el vector aceleración.
- El radio de la trayectoria que describe el electrón al moverse en el interior del campo. Dibuje la trayectoria, el vector campo magnético, así como su velocidad y aceleración en un punto arbitrario de la trayectoria.
- La energía cinética y el tiempo que tarda en completar una vuelta.

Datos: $q_e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

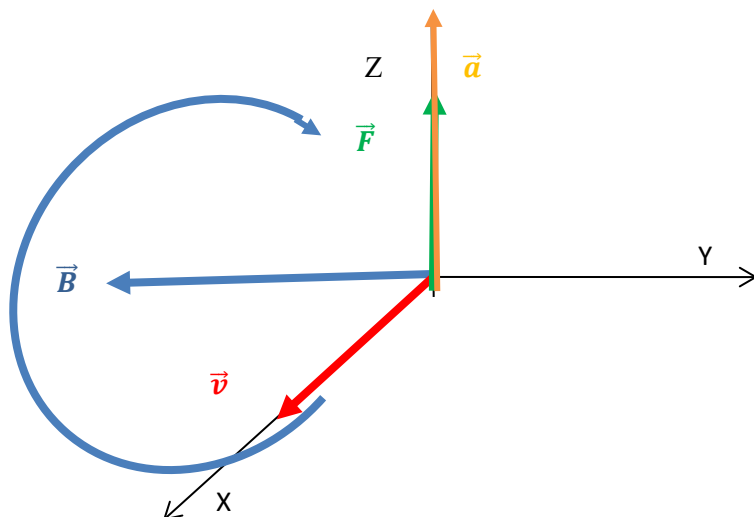
a)

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B}) = -1,6 \cdot 10^{-19} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 5 \cdot 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & -2,5 & 0 \end{vmatrix} = 2 \cdot 10^{-14} \vec{k} \text{ (N)}$$

$$\vec{a} = \frac{1}{m} \vec{F} = \frac{2 \cdot 10^{-14}}{9,11 \cdot 10^{-31}} \vec{k} = 2,19 \cdot 10^{16} \vec{k} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

b) A partir de $F = q v B$ y $F = m a = m v^2/R$, obtenemos la expresión del radio

$$R = \frac{m v}{q B} = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot 5 \cdot 10^4}{1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 2,5} = 1,14 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$



c) $E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (5 \cdot 10^4)^2 = 1,14 \cdot 10^{-21} \text{ J}$

El tiempo que tarda en dar una vuelta completa sería: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi \cdot 1,14 \cdot 10^{-7}}{5 \cdot 10^4} = 1,43 \cdot 10^{-11} \text{ s}$

Ondas

3.- La ecuación de una onda transversal sinusoidal que se propaga por una cuerda en el sentido positivo del eje X viene dada por $y(x,t) = 0,5 \cdot \sin(5t - 10x + \varphi_0)$, donde x e y se miden en metros y t en segundos. Si en el instante inicial (t=0), la elongación en el origen de coordenadas (x=0) es 0,5, calcule:

- El periodo, la longitud de onda y la fase inicial.
- La velocidad de propagación de la perturbación, así como la velocidad máxima de vibración de cualquier punto de la cuerda.
- La diferencia de fase, para un instante dado, entre dos puntos de la cuerda separados entre sí una distancia de 40 cm.

Datos: $A = 0,5 \text{ m}$; $\omega = 5 \text{ rad/s}$; $k = 10 \text{ m}^{-1}(\text{rad/m})$

a) $y(x,t) = A \sin(\omega t - kx + \varphi_0) \text{ (m)}$

Calculamos las magnitudes correspondientes: $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5} = 1,25 \text{ s}$; $\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{10} = 0,2 \pi \text{ m}$

$y(x,t) = 0,5 \sin(5t - 10x + \varphi_0)$

Aplicamos condiciones iniciales: $y(0,0) = 0,5 \Rightarrow 0,5 = 0,5 \cdot \sin \varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = \pi/2 \text{ rad}$

b) La velocidad de propagación viene dada por: $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,2\pi}{1,25} = 0,5 \text{ m/s}$

La velocidad máxima de propagación la obtenemos a partir de: $v(x,t) = A \cdot \omega \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$

Y la velocidad máxima se obtendrá cuando $\cos(\omega t - kx + \varphi_0) = \pm 1$, por lo tanto, para los valores $\pm v_{\max}$ con $v_{\max} = A \omega = 0,5 \cdot 5 = 2,5 \text{ m/s}$.

c) La diferencia de fase $\Delta\varphi = k \cdot \Delta x - \omega \cdot \Delta t$, y para un tiempo dado: $\Delta\varphi = k \cdot \Delta x = 10 \cdot 0,4 = 4 \text{ rad}$

4.- Una onda de amplitud 10 cm se propaga en el sentido positivo del eje X con una velocidad de propagación de 4m/s y un periodo de 0,4 s. En el instante inicial y en el origen de coordenadas la onda tiene una elongación de 4 cm. Calcule:

- La fase inicial de la onda. Escriba la ecuación de la onda.
- La diferencia de fase, para un instante dado, entre los puntos $x=0$ m y $x=4$ m.
- La velocidad transversal de un punto situado en $x=4$ m en el instante $t=5$ s.

Datos: $A = 0,1$ m ; $v = 4$ m/s ; $T = 0,4$ s

a)

Calculamos las magnitudes necesarias

$$v = \frac{\lambda}{T} \quad \lambda = v T = 1,6 \text{ m}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1,6} = \frac{5}{4} \pi \frac{\text{rad}}{\text{m}} \quad (3,93 \text{ m}^{-1}) \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,4} = 5\pi \text{ rad/s}$$

Con estos datos, y teniendo en cuenta que la onda se propaga en sentido positivo del eje X, se tiene: $y(x,t) = 0,1 \sin(5\pi t - \frac{5}{4} \pi x + \varphi_0)$ (m)

Aplicamos condiciones iniciales: $y(0,0)=0,04 \Rightarrow 0,04 = 0,1 \cdot \sin \varphi_0 \Rightarrow \varphi_0 = 0,411 \text{ rad}$

Y finalmente, la ecuación de la onda viene dada por:

$$y(x,t) = 0,1 \sin(5\pi t - \frac{5}{4} \pi x + 0,411) \text{ (m)}$$

$$\text{b) } \Delta\varphi = kx_2 - kx_1 = k \Delta x = \frac{5}{4} \pi \cdot 4 = 5\pi \text{ rad}$$

$$\text{c) } v(x,t) = A \cdot \omega \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$$

$$v(x,t) = 0,1 \cdot 5\pi \cos(5\pi t - \frac{5}{4} \pi x + 0,411)$$

$$v(4,5) = 0,1 \cdot 5\pi \cos(5\pi \cdot 5 - \frac{5}{4} \pi \cdot 4 + 0,411) = 1,44 \text{ m/s}$$

Cuestiones

1.- Calcule la velocidad con la que ha de ser lanzado un satélite para colocarlo en órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de su superficie igual al radio de ésta. Datos: $M_T = 5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$; $R_T = 6370 \text{ km}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$.

Considerando que se conserva la energía, se tiene:

$$E_c(\text{suelo}) + U(\text{suelo}) = E_c(\text{órbita}) + U(\text{órbita})$$

$$\frac{1}{2} m v_s^2 - G \frac{M_T m}{R_T} = \frac{1}{2} m v_o^2 - G \frac{M_T m}{r_o} \Rightarrow \frac{1}{2} m v_s^2 - G \frac{M_T m}{R_T} = \frac{1}{2} m v_o^2 - G \frac{M_T m}{2R_T}$$

Teniendo en cuenta que $v_o = \sqrt{\frac{G \cdot M}{2R_T}}$, podemos escribir ahora:

$$\frac{1}{2} m v_s^2 - G \frac{M_T m}{R_T} = \frac{1}{2} m \frac{G M}{2R_T} - G \frac{M_T m}{2R_T} \Rightarrow \frac{1}{2} m v_s^2 - G \frac{M_T m}{R_T} = -\frac{1}{4} \frac{G M_T m}{R_T} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m v_s^2 = \frac{3}{4} \frac{G M_T m}{R_T} \Rightarrow v_s^2 = \frac{6}{4} \frac{G M_T}{R_T} \Rightarrow v_s = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{G M_T}{R_T}} = 9691,5 \text{ m/s}$$

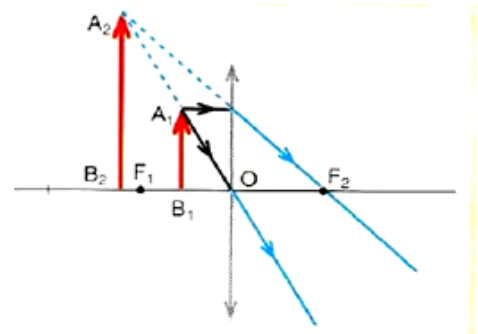
2.- Enuncie la Ley de Faraday-Henry y Lenz. Aplíquela para calcular la fuerza electromotriz inducida en una espira, sabiendo que el flujo magnético a través de la espira viene dado por $\Phi(t) = 5 \cdot \cos(5\pi t)$ (Tm²).

La Ley de inducción de Faraday-Henry-Lenz establece que, dada una espira cerrada sometida a un campo magnético ($\vec{B}$), en el que el flujo del campo magnético ($\phi_S(\vec{B})$) que atraviesa la superficie (S) soportada por dicha espira es variable en el tiempo, entonces se produce en la espira una fuerza electromotriz (ε) que da lugar a una corriente eléctrica sobre ella (en sentido opuesto a la causa que la origina).

Esta ley se puede expresar como: $\varepsilon = -\frac{d\phi_S(\vec{B})}{dt}$, donde $\phi_S(\vec{B}) = B S$

Aplicación $\phi(t) = 5 \cos(5\pi t)$ (Tm²) $\Rightarrow \varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = 25\pi \sin(5\pi t)$ (V)

3.- Determine, mediante trazado de rayos, la imagen que produce una lente convergente para un objeto situado a una distancia comprendida entre el foco objeto y la lente. Indique si la imagen formada es real o virtual, y si está derecha o invertida.



La imagen es virtual, por formarse en el espacio objeto ($s' < 0$), y derecha.

4. - Se hace incidir luz monocromática, procedente de un láser de He-Ne, sobre una superficie de potasio. El láser tiene una longitud de onda de 632 nm, mientras que la superficie tiene un trabajo de extracción de 2,22 eV. Determine la energía de los fotones ¿Se producirá emisión fotoeléctrica? ¿Qué ocurrirá si aumentamos la intensidad del láser? Justifique sus respuestas.

Datos: $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Js ; $c = 3 \cdot 10^8$ m/s ; $1 \text{ eV} = 1,602 \cdot 10^{-19}$ J

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{6,32 \cdot 10^{-7}} = 4,74 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

$$E = h f = 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 4,74 \cdot 10^{14} = 3,14 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

No se producirá emisión fotoeléctrica.

El trabajo de extracción del potasio es 2,22 eV, y en julios $2,22 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} = 3,56 \cdot 10^{-19}$ J

Y en este caso, la energía de los fotones es menor que el trabajo de extracción, por lo que no se produce el efecto fotoeléctrico.

Al aumentar la intensidad del láser no se producirá ningún cambio para el efecto fotoeléctrico. Se debe a que el efecto fotoeléctrico se produce cuando los fotones llevan la energía suficiente, mayor que el trabajo de extracción del material, y esto no se consigue aumentando el número de fotones, es decir, la intensidad de la luz monocromática.