

EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD (EBAU/PAU) CURSO 2023-2024

MATERIA: MATEMÁTICAS II

Convocatoria: JULIO

Instrucciones:

- Debe responder sólo una pregunta de cada bloque de contenido. En caso de presentar dos preguntas de un mismo bloque, se considerará sólo la primera pregunta respondida.
- En el desarrollo de cada pregunta, detalle y explique los procedimientos empleados para solucionarla. Se califica todo el proceso.
- Se puede utilizar cualquier calculadora científica no programable ni con conexión a Internet.

Bloque 1.- Análisis (seleccione solo una pregunta)

1A. Se considera la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - bx + 9}{x^2 + 3}, & x \leq 0 \\ \frac{ax}{e^x - 1} + 2, & x > 0 \end{cases}$$

- a) Estudiar los valores de los parámetros a y b para que $f(x)$ sea continua y derivable en $x = 0$. 1.75 pts
- b) Para los valores $a = 1$ y $b = -2$, hallar la ecuación de la recta tangente a la función $f(x)$ en $x = -1$ 0.75 pts

1B. El ayuntamiento ha decidido crear una base metálica para una estatua del reconocido físico canario Blas Cabrera. Dicha base metálica estará delimitada por las parábolas $y = x(3 - x)$ e $y = x^2 - 7x + 8$, donde la unidad de medida es el metro. Representar un esbozo de la base metálica y calcular el presupuesto de su construcción si el precio del m^2 del material para construir la base metálica es de 65 €. 2.5 pts

Bloque 2.- Álgebra (seleccione solo una pregunta)

2A. Tres amigos, Aythami, Besay y Chamaida deciden hacer un fondo común con el dinero que tienen para merendar. La razón (o cociente) entre la suma y la diferencia de las cantidades de dinero que ponen Aythami y Besay es $11/5$. La diferencia entre las cantidades aportadas por Aythami y Chamaida es el doble de lo que ha puesto Besay. Además, el doble de la suma de las cantidades que ponen Besay y Chamaida excede en 2 euros a la que aporta Aythami. Hallar la cantidad de dinero que aporta cada uno. 2.5 pts

2B. Dada la siguiente matriz: $M_k = \begin{pmatrix} k & 0 & k \\ 0 & k & 0 \\ 2k - 3 & 0 & k \end{pmatrix}, k \in \mathbb{R}$

- a) Estudiar el rango de la matriz M_k , dependiendo de los valores del parámetro k . 1.25 pts
- b) Tomamos M_1 como la matriz anterior para el valor $k = 1$, y $B = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, hallar la matriz X que satisface la ecuación: $X \cdot M_1 + X \cdot M_1^T = B$ 1.25 pts

Bloque 3.- Geometría (seleccione solo una pregunta)

3A. En el espacio tridimensional tenemos las rectas siguientes:

$$r_1: \begin{cases} x - 3y + 2z + 2 = 0 \\ 2x + y - 3z = 3 \end{cases}, \quad r_2: \frac{1-x}{2} = y = \frac{1-z}{2}$$

- a) Estudiar la posición relativa de las rectas anteriores. 1 pto
- b) Hallar la ecuación de la recta s que tiene dirección perpendicular a ambas rectas y que pasa por $P(0, \frac{1}{2}, 0)$. Calcular el punto de corte de la recta s con la recta r_1 . 1.5 ptos

3B. Responder a las siguientes cuestiones

- a) Justificar si pueden existir vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$, que comparten el punto de origen, y cumplen que $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 3$ y $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$ 0.75 ptos
- b) En el espacio tridimensional, dados el plano y la recta secantes siguientes: 1.75 ptos

$$\pi: x + 3y + 2z + 3 = 0, \quad r: \begin{cases} 2x - 3y - z = 4 \\ x + y + 2z = -3 \end{cases}$$

Calcular el punto de corte de la recta y el plano, así como el ángulo que forman.

Bloque 4.- Probabilidad (seleccione solo una pregunta)

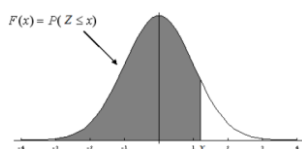
4A. Cierta enfermedad puede ser producida por tres tipos de virus A, B, C. En un laboratorio se tienen tres tubos con el virus A, dos con el B y cinco con el C. La probabilidad de que el virus A produzca la enfermedad es $1/3$, que la produzca B es $2/3$ y que la produzca C es $1/7$.

- a) Se elige uno de los tubos anteriores al azar y se inyecta el virus contenido en el tubo a un animal, ¿cuál es la probabilidad de que al animal le produzca la enfermedad? 1.5 ptos
- b) Si se inyecta un virus de los anteriores a un animal y no le produce la enfermedad, ¿cuál es la probabilidad de que se haya inyectado el virus C? 1 pto

4B. El delantero de un equipo de fútbol suele marcar gol en tres de cada cinco penaltis lanzados. Sabemos que realiza 70 lanzamientos en cada entrenamiento.

- a) Calcular la probabilidad de marcar entre 40 y 45 penaltis en un entrenamiento. 1.25 ptos
- b) Si la probabilidad de que marque más de la mitad de los penaltis es superior al 90%, se seleccionará para jugar en una categoría superior. ¿Será seleccionado este delantero? Justificar la respuesta. 0.75 ptos
- c) Si en una temporada lanza 450 penaltis, calcular el número de penaltis que se espera que haya marcado este jugador durante una temporada. 0.5 ptos

$F(x) = P(Z \leq x)$



	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767