

INSTRUCCIONES: El estudiante deberá resolver los cuatro ejercicios propuestos. En **los ejercicios 3 y 4** deberá contestar solamente a **UNO** de los dos apartados propuestos. Si resuelve más, se corregirá solo el primero de los dos apartados resueltos. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas. Solo están permitidas **las calculadoras de tipo 1 y 2**. **Cada ejercicio completo puntuará 2.5 puntos**.
Duración de la prueba: 90 minutos.

Ejercicio 1.- En una ciudad, el 40% de los desplazamientos laborales se hacen en transporte público, el 45% en transporte privado y el 15% restante, caminando. En estos tipos de desplazamientos, las mujeres suponen el 55% en el transporte público, el 40% en el privado y el 60% entre las personas que se desplazan caminando.

- a) Calcula la probabilidad de que un desplazamiento laboral, elegido al azar, corresponda a una mujer. **(1 punto)**
- b) Si dicho desplazamiento laboral es realizado por una mujer, calcule la probabilidad de que haya sido hecho caminando. **(1 punto)**
- c) Si se seleccionan al azar dos desplazamientos laborales, calcule la probabilidad de que uno sea en transporte público y otro en transporte privado. **(0.5 puntos)**

Ejercicio 2.- Una determinada compañía de teatro presenta una obra en el Recinto Ferial de Albacete, dando sólo tres representaciones. Se sabe que el número de espectadores que asiste a la segunda representación se incrementó en un 12 % respecto a la primera, que en la tercera representación asistieron 336 espectadores menos que a la segunda y que el número de espectadores de la primera superó en 36 espectadores el de la tercera. Calcular el número de espectadores que asistieron a cada representación. **(Planteamiento: 1.5 puntos. Resolución: 1 punto)**

Ejercicio 3.- Elige y resuelve **sólo uno** de los dos apartados siguientes:

Apartado a) Se considera la función $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 3x + 10 & \text{si } x \leq k \\ x^2 - 4x + 9 & \text{si } x > k \end{cases}$

- a.1) ¿Para qué valores de k la función $f(x)$ es continua en $x = k$? **(1 punto)**
- a.2) Si $k = 1$, calcula los máximos y mínimos relativos de la función $f(x)$. **(0.5 puntos)**
- a.3) En ese mismo supuesto, determina en qué intervalos la función es creciente y en cuáles es decreciente. **(0.5 puntos)**
- a.4) Determina el área encerrada entre las dos curvas que definen la función $f(x)$. **(0.5 puntos)**

Apartado b) El índice de popularidad de cierto gobernante era de 2.5 puntos cuando inició su mandato. A los 50 días alcanzó el máximo índice de popularidad con 7.2 puntos. Sabiendo que durante los primeros 100 días de su mandato dicho índice fue cambiando de acuerdo con la expresión $I(t) = At^2 + Bt + C$ con $0 \leq t \leq 100$,

b.1) Determina, de forma justificada, el valor de las constantes A, B y C. **(1.5 puntos)**

b.2) Halla todas las matrices de la forma $A = \begin{pmatrix} a & a \\ 0 & b \end{pmatrix}$, donde $a, b \in \mathbb{R}$, distinta de $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ tales que

$$A^2 - A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad \textbf{(1 punto)}$$

Ejercicio 4.- Elige y resuelve **sólo uno** de los dos apartados siguientes:

Apartado a) El café mezcla se compone de la mezcla de otros dos, natural y tostado. Se tienen 500 kg de café natural y 500 kg de café tostado. En la mezcla, el doble de la cantidad de tostado debe ser menor o igual que el triple de la cantidad de natural. Para satisfacer la demanda, la producción debe ser mayor o igual a 600 kg de café. Sabiendo que cada kg de café natural cuesta 5 € el kg y cada kg de tostado cuesta 4 €,

a.1) Expresa la función objetivo, escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido. **(1.5 puntos)**

a.2) Determina los kg de café tostado y natural que deben emplearse para hacer un café mezcla de coste mínimo que cumpla con los requisitos anteriores y obtén ese coste mínimo. **(1 punto)**

Apartado b) Una empresa envasa agua mineral en botellas de 1 litro. La cantidad de agua que la máquina embotelladora inyecta en cada botella sigue una distribución normal con una desviación típica de $\sigma = 0.05$ litros. Se toma una muestra aleatoria de 16 botellas y se observa que el contenido medio es de 0.98 litros. Con un nivel de confianza del 95%,

b.1) Obtén un intervalo de confianza para el contenido medio poblacional de una botella. **(1 punto)**

b.2) Explica, justificando la respuesta, cuál sería la amplitud del intervalo de confianza anterior si se aumenta la muestra a 64 botellas. **(0.75 puntos)**

b.3) Si se quiere que un contenido medio de 0.96 litros no esté contenido en el intervalo del primer apartado, justifique si se debe aumentar o disminuir el nivel de confianza. **(0.75 puntos)**

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767