



# Prueba de Evaluación de Bachillerato para el Acceso a la Universidad (EBAU)

Universidad de Extremadura

Curso 2023-2024

Materia: Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II

Tiempo máximo de la prueba: 1h 30 min

## INSTRUCCIONES PARA REALIZAR EL EXAMEN

El examen consta de **10 problemas**, cuyo valor es de **2 puntos**. El estudiante ha de elegir **5 problemas**.

En ningún caso deberá responder a un número mayor del indicado porque en la corrección sólo se tendrán en cuenta los cinco primeros problemas resueltos. Si se desea que alguno de ellos no sea tenido en cuenta, el estudiante ha de tacharlo y dejarlo claramente indicado. En ese caso, además de los cuatro primeros problemas sin tachar, se corregiría el que ocupe el sexto lugar.

**Observación importante:** Se permitirá una regla pequeña y bolígrafos de colores (salvo el rojo y verde) para las gráficas.

### PROBLEMA 1 (2 puntos)

Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$  e  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  la matriz identidad de orden 2.

Hallar la matriz  $X$  que verifique la ecuación matricial  $3X - 2I = B^t - A \cdot X$  siendo  $B^t$  la matriz traspuesta de  $B$ . Justificar la respuesta.

### PROBLEMA 2 (2 puntos)

Sean las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & x & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ x & -1 \end{pmatrix}$ . Se pide, justificando las respuestas:

- Determinar para qué valores de  $x$  existe la inversa de  $A \cdot B^t + 3C$ , siendo  $B^t$  la matriz traspuesta de la matriz  $B$ . **(1.5 puntos)**
- Calcular la inversa de  $A \cdot B^t$  para  $x=1$ . **(0.5 puntos)**

### PROBLEMA 3 (2 puntos)

Cierto modelo de lavadora tiene un programa de 90 minutos de duración que consta de tres etapas: lavado, aclarado y centrifugado. Se sabe que el tiempo que dura el aclarado es el doble que el del centrifugado. Además, el tiempo dedicado al aclarado y al centrifugado es, entre los dos, la mitad del dedicado al lavado. Calcular, justificando la respuesta, la duración de cada etapa de dicho programa.

### PROBLEMA 4 (2 puntos)

Una almazara peleña comercializa dos tipos de aceite de oliva de excelente calidad: el virgen extra, que se vende a 10 euros el litro y el de orujo, del que cada litro se vende a 7 euros. Sabemos que por motivos de almacenamiento no puede producir más de un total de 3.000 litros de aceite al día (entre los dos tipos) ni más de 2.000 litros de aceite de orujo y que, para atender a la demanda, la cantidad de aceite de oliva virgen extra que produce debe ser, como mucho, el doble que la de orujo. Suponiendo que vende todo el aceite que produce, calcular, justificando las respuestas, el número de litros de cada tipo de aceite de oliva que debe producir diariamente esta almazara para obtener unos ingresos máximos, así como el valor de dichos ingresos máximos.

### PROBLEMA 5 (2 puntos)

El consumo de combustible (en miles de litros) de una gran empresa de transporte  $C(t)$ , depende del tiempo transcurrido desde principios de año,  $t$  en meses, según la función:

$$C(t) = \begin{cases} t^2 - 3Bt + 2A & 1 \leq t < 4 \\ Bt & 4 \leq t \leq 12 \end{cases}$$

Determinar, razonando la respuesta, las constantes  $A$  y  $B$  sabiendo que la función  $C(t)$  es continua y que el consumo en el mes 3 es de 7 mil litros.

**PROBLEMA 6 (2 puntos)**

La producción de un árbol frutal,  $P(x)$  en kilogramos, depende de la cantidad diaria de agua,  $x$  en litros, con la que se riegue de acuerdo con la función:

$$P(x) = 2x^3 - 21x^2 + 60x + 10 \quad 0 \leq x \leq 6$$

Se pide, razonando las respuestas:

- Determinar para qué cantidades de agua se alcanzan las producciones máxima y mínima del árbol y a cuánto ascienden estas producciones. **(1.5 puntos)**
- Representar gráficamente la producción en función de la cantidad de agua destinada al riego. **(0.5 puntos)**

**PROBLEMA 7 (2 puntos)**

Determinar, razonando la respuesta, las asíntotas de la función:

$$g(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 2x}{x^2 - 5x + 6}$$

**PROBLEMA 8 (2 puntos)**

Se sabe que el 50% de los libros de una biblioteca son novelas, el 30% libros de poemas y el resto ensayos. El 60% de las novelas, el 80% de los libros de poemas y el 50% de los ensayos son de autores hispanohablantes. Se pide, razonando las respuestas:

- Calcular la probabilidad de que un libro elegido al azar en dicha biblioteca sea novela y haya sido escrita por un autor no hispanohablante. **(1 punto)**
- Calcular la probabilidad de que un libro de dicha biblioteca tenga un autor hispanohablante. **(1 punto)**

**PROBLEMA 9 (2 puntos)**

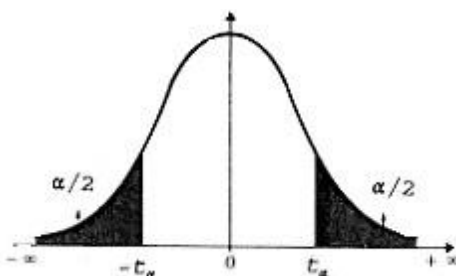
En una carretera se han instalado dos radares A y B. En el proceso de calibración, se ha establecido que el radar A sólo detecta al 80% de los infractores, mientras que el radar B detecta al 85%. El 95% de los infractores es detectado por al menos uno de los radares (por A o por B). Se pide, razonando las respuestas:

- La probabilidad de que un infractor sea detectado por el radar A y por el radar B. **(1 punto)**
- Sabiendo que un infractor ha sido detectado por el radar A, ¿cuál es la probabilidad de que también lo detecte el radar B? **(1 punto)**

**PROBLEMA 10 (2 puntos)**

En una asociación cultural hay 4.000 personas entre 18 y 30 años, 5.000 entre 30 y 60 años y 1.000 mayores de 60 años. Se desea obtener una muestra de 500 personas para una encuesta sobre la participación de la asociación en un festival de cine. Se pide, razonando las respuestas:

- ¿Cuántas entrevistas se deberían realizar en cada grupo de edad si atendemos a razones de proporcionalidad? **(1 punto)**
- Si el número de encuestados entre 30 y 60 años que se han mostrado favorables a participar en el festival de cine es de 150, dar un intervalo de confianza, al nivel de confianza del 99%, para la proporción de socios de este segmento de edad favorables a participar en dicho festival. **(1 punto)**



| $\alpha$ | 0.00     | 0.01  | 0.02  | 0.03  | 0.04  | 0.05  | 0.06  | 0.07  | 0.08  | 0.09  |
|----------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0.0      | $\infty$ | 2.576 | 2.326 | 2.170 | 2.054 | 1.960 | 1.881 | 1.812 | 1.751 | 1.695 |
| 0.1      | 1.645    | 1.598 | 1.555 | 1.514 | 1.476 | 1.440 | 1.405 | 1.372 | 1.341 | 1.311 |
| 0.2      | 1.282    | 1.254 | 1.227 | 1.200 | 1.175 | 1.150 | 1.126 | 1.103 | 1.080 | 1.058 |
| 0.3      | 1.036    | 1.015 | 0.994 | 0.974 | 0.954 | 0.935 | 0.915 | 0.896 | 0.878 | 0.860 |
| 0.4      | 0.842    | 0.824 | 0.806 | 0.789 | 0.772 | 0.755 | 0.739 | 0.722 | 0.706 | 0.690 |