

O exame consta de **4 preguntas de resposta obrigatoria**, puntuadas cada unha con 2,5 puntos. A primeira, máis competencial, sen apartados optativos. As outras tres cun primeiro apartado de resposta única e un segundo apartado con dous problemas a elixir un.

PREGUNTA 1. INTERACCIÓN GRAVITATORIA. (2,5 puntos)

TEXTO: Misión Proba-3

A misión Proba-3 da Axencia Espacial Europea (ESA) ten como obxectivo crear eclipses solares artificiais no espazo. Para iso utilízanse dous satélites, chamados Occulter e Coronagraph, que se desprazan moi ben aliñados entre si. Grazas a esta precisión, os científicos poden observar con gran detalle a coroa solar, a parte máis externa do Sol, onde partículas cargadas interactúan intensamente co campo gravitacional do Sol. Para que o experimento funcione correctamente, é fundamental calcular con alta precisión as órbitas dos satélites.

Os enxeñeiros responsables da Misión sitúan os satélites nunha órbita elíptica arredor da Terra cun apoxeo a uns 60000 km de distancia e un perixeo a 600 km (medidos ambos dende a superficie terrestre). Esta configuración permite reducir a influencia doutros corpos celestes e crear as condicións ideais para estudar a coroa solar sen interferencias.

1.1. Responda a estes apartados. (1 punto)

Se vostede é un estudante en prácticas e forma parte do equipo da ESA que ten que monitorizar o movemento dos satélites, debe realizar as seguintes tarefas:

1. Debuxar un esquema da órbita dun destes satélites indicando apoxeo e perixeo.
2. Indicar no esquema a forza gravitacional que a Terra exerce sobre o satélite
3. Calcular a aceleración gravitacional que experimenta o satélite no apoxeo e no perixeo.

1.2. Indique e xustifique a resposta correcta. (0,5 puntos)

A velocidade no apoxeo será:

- a) Maior que no perixeo
- b) Menor que no perixeo
- c) Igual a do perixeo.

1.3. Responda a estes dous apartados. (1 punto)

O equipo da ESA decide facer un novo experimento e por tanto debe substituír o satélite Occulter. Para isto, en primeiro lugar, deben actuar para modificar a órbita do satélite para que sexa unha órbita circular ao redor da Terra a unha altura constante de 600 km.

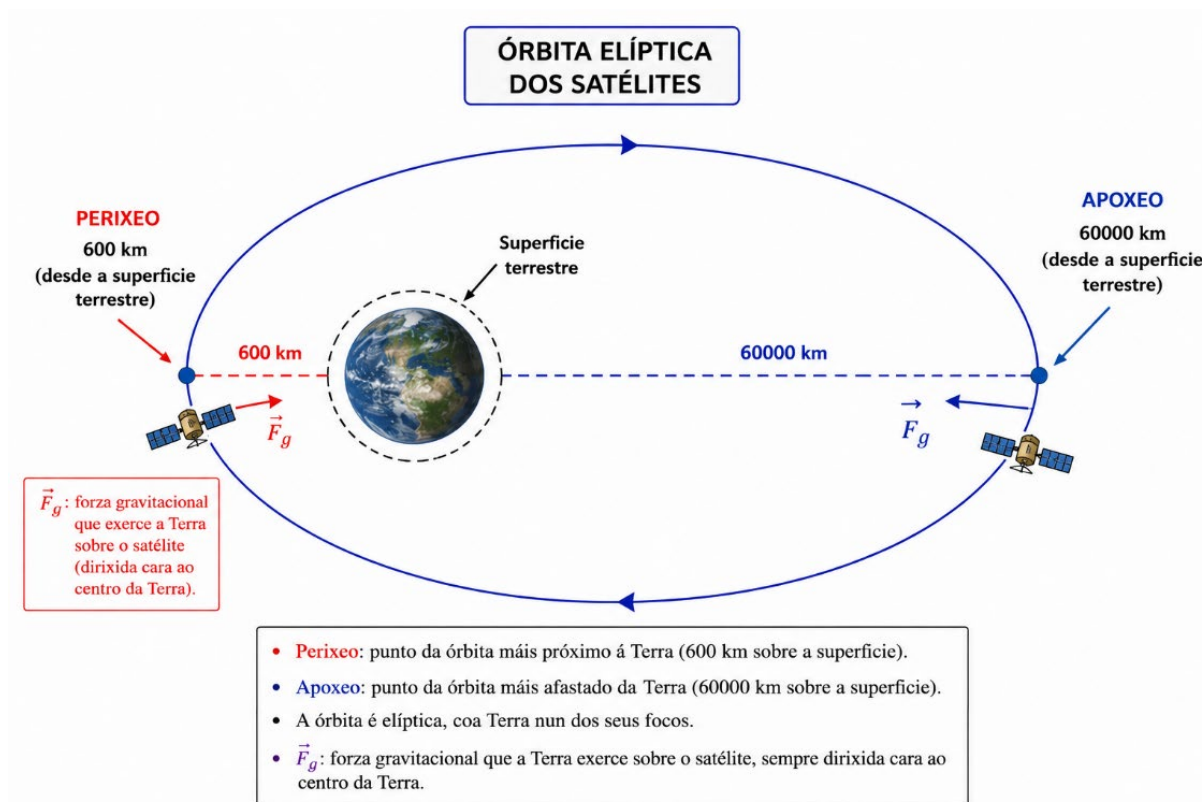
- a) Calcule a enerxía mecánica do satélite na nova órbita.
- b) O satélite caerá posteriormente desde esa altura no medio do océano Pacífico, ¿cal será a velocidade co que o satélite impactará na auga?

DATOS: $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$; $R_T = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$; $M_T = 5,98 \times 10^{24} \text{ kg}$, masa do Occulter = 230 kg.

Solución:

1.1.

1.-Debe quedar claro no debuxo que a órbita é elíptica, a Terra está nun dos focos da elipse, o apoxeo é o punto máis afastado da Terra e o perixeo é o punto máis próximo.



2.-Débase indicar claramente que a forza é dirixida cara a Terra sobre a recta que une cada un destes puntos e a Terra

3.-Para calcular a aceleración no perixeo e apoxeo empregamos:

$$g = \frac{GM_T}{r^2}$$

No perixeo ($r = R_T + 6 \cdot 10^5 = 6,97 \times 10^6 \text{ m}$)

$$g_p = \frac{(6,67 \times 10^{-11})(5,98 \times 10^{24})}{(6,97 \times 10^6)^2}$$

$$g_p = 8,21 \text{ m/s}^2$$

No apoxeo ($r = R_T + 6 \cdot 10^7 = 6,64 \times 10^7 \text{ m}$)

$$g_a = \frac{(6,67 \times 10^{-11})(5,98 \times 10^{24})}{(6,64 \times 10^7)^2}$$

$$g_a = 9,05 \cdot 10^{-2} \text{ m/s}^2$$

1.2.

A resposta correcta é: **b) Menor que no perixeo.**

Xustificacións posibles:

a) Por ser a interacción gravitacional unha forza central, verificase que se conserva o momento angular

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \text{cte.}$$

Como no perixeo e no apoxeo $\vec{r}$ e $\vec{v}$ son perpendiculares verificase:

$$r_{\text{perixeo}} \cdot m \cdot v_{\text{perixeo}} = r_{\text{apoxeo}} \cdot m \cdot v_{\text{apoxeo}}$$

Polo tanto: $v_{\text{apoxeo}} < v_{\text{perixeo}}$

b) Tamén pode xustificarse coa **segunda lei de Kepler**: o raio vector que une a Terra co satélite varre áreas iguais en tempos iguais. Para cumprir esta lei, o satélite debe moverse máis rápido cando está preto da Terra e máis lento cando está lonxe.

- c) Usando a conservación da enerxía mecánica que establece, $E_m = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = \text{cte}$, polo que se r é máximo (apoxeo) a velocidade deberá ser mínima e viceversa. É dicir: $v_{\text{apoxeo}} < v_{\text{perixeo}}$

Nota importante: Debe terse en conta que nunha órbita elíptica a velocidade do satélite non vai a ser constante, polo que NON é válido usar a expresión de velocidade orbital circular seguinte para xustificar a resposta.

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

1.3.

- a) Agora si que se trata dunha órbita circular:

$$E_m = E_c + E_p = -\frac{GM_T m}{r} + \frac{1}{2}mv^2$$

Usando:

$$F_N = m \frac{v^2}{r} = \frac{GM_T m}{r^2}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{GM_T m}{2r}$$

e polo tanto:

$$E_m = -\frac{GM_T m}{r} + \frac{1}{2}\left(\frac{GM_T m}{r}\right) = -\frac{GM_T m}{2r}$$

onde:

m é a masa do satélite

$$r = R_T + h = 6,97 \times 10^6 \text{ m}$$

Substituíndo:

$$E_m = -\frac{(6,67 \times 10^{-11} \times 5,98 \times 10^{24})(230)}{2(6,97 \times 10^6)} = -6,58 \times 10^9 \text{ J} = \text{Cte}$$

b) Velocidade de impacto na auga.

Imos aplicar a conservación da enerxía mecánica, pero temos 2 posibilidades (igual de válidas aínda que leven a respostas diferentes):

- I. O satélite vaise acercando á Terra perdendo altura sen modificar a súa enerxía mecánica
- II. O satélite cae por efecto da interacción coa Terra e para iso párase previamente (a velocidade é perpendicular á forza de interacción satélite-Terra).

Hipótese I)

A enerxía mecánica total é a calculada no apartado anterior.

$$E_i = -\frac{GM_T m}{2r} = -6,58 \times 10^9 \text{ J}$$

Ao chegar á superficie:

$$E_f = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GM_T m}{R_T}$$

Igualando ambas expresións e despexando v :

$$v = 8,24 \text{ km/s}$$

Hipótese II)

A enerxía cinética inicial (do proceso de caída sobre a Terra) é nula, polo que a ecuación de conservación da enerxía neste caso queda:

$$-\frac{GM_T m}{r_{\text{órbita}}} = -\frac{GM_T m}{R_{\text{Terra}}} + \frac{1}{2} m v_{\text{impacto}}^2$$
$$v = \sqrt{2GM_T \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{r_{\text{orb}}} \right)}$$

$v = 3,28 \text{ km/s}$

PREGUNTA 2. INTERACCIÓN ELECTROMAGNÉTICA. (2,5 puntos)

2.1. Indique e xustifique a resposta correcta. (1 punto)

Un fio condutor transporta unha corrente e crea, por tanto, un campo magnético de intensidade B nun punto situado a unha distancia perpendicular, r , do condutor. A unha distancia $2r$ do fio, a intensidade de campo magnético é:

- a) $2B$,
- b) $B/2$,
- c) $B/4$,
- d) B

A intensidade do campo magnético creado por un fio rectilíneo moi longo polo que circula unha intensidade de corrente I a unha distancia r ven dada por:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Obsérvase que o campo magnético é **inversamente proporcional á distancia** ao fio:

$$B \propto \frac{1}{r}$$

Se nos afastamos ata unha distancia $2r$ a intensidade de campo magnético, B' , virá dado por:

$$B' = \frac{\mu_0 I}{2\pi(2r)}$$

$$B' = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$B' = \frac{B}{2}$$

Resposta correcta: b) $\frac{B}{2}$

2.2. Resolva un destes dous problemas: (1,5 puntos)

2.2.1. Un electrón acelérase desde o repouso mediante unha diferenza de potencial de 1000 V; a continuación entra cunha velocidade $v\vec{j}$ nun campo magnético estacionario e uniforme $\vec{B} = -0,24\vec{k}(T)$. Calcule:

- a) o módulo v da velocidade coa que entra o electrón no campo magnético
- b) o radio da traxectoria do electrón no seo do campo magnético.

- a) O electrón parte do repouso, polo que a enerxía potencial eléctrica transfórmase integramente en enerxía cinética:

$$|W| = |q| \Delta V = \frac{1}{2} m v^2$$

despexamos v :

$$v = \sqrt{\frac{2q\Delta V}{m}}$$

Substituíndo:

$$v = \sqrt{\frac{2(1,60 \times 10^{-19})(1000)}{9,11 \times 10^{-31}}} = 1,87 \times 10^7 \text{ m/s}$$

- b) Para calcular o radio, usamos que a forza que actúa sobre unha partícula cargada que se move nun campo magnético ven dada por:

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

como a velocidade é perpendicular ao campo magnético ($\vec{v} = v \hat{j}$ e $\vec{B} = -0,24 \hat{k}$) o módulo da forza pódese escribir:

$$F = e v B$$

Sendo esta forza tamén perpendicular á velocidade, resulta:

$$e v B = m \cdot a_N = \frac{mv^2}{r}$$

Despexando o radio:

$$r = \frac{mv}{eB}$$

Substituíndo datos:

$$r = \frac{(9,11 \times 10^{-31})(1,88 \times 10^7)}{(1,60 \times 10^{-19})(0,24)} = 4,46 \times 10^{-4} \text{ m} = 0,446 \text{ mm}$$

2.2.2. Dúas cargas puntuais $Q_1 = +5 \mu\text{C}$ e $Q_2 = +2 \mu\text{C}$ están situadas no baleiro nos puntos $A(0,0)$ e $B(0,10)$ respectivamente (distancias en m).

- Calcule o campo electrostático creado por estas cargas no punto medio do segmento que une as cargas.
- Calcule o traballo necesario para desprazar un protón dende ese punto medio ata o punto $(5, 5)$

DATOS: $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$; $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

- a) Módulo do campo debido a Q_1

$$E_1 = \frac{(9 \times 10^9)(5 \times 10^{-6})}{5^2} = 1,8 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$

Como Q_1 é positiva, o campo apunta afastándose dela, é dicir, cara arriba (+y).

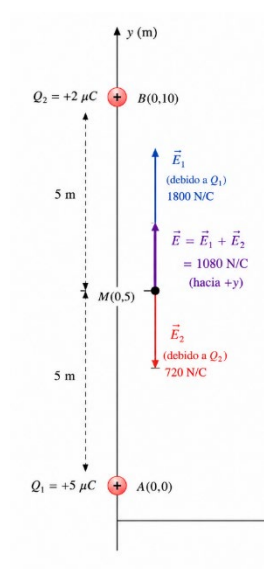
$$\vec{E}_1 = 1,80 \cdot 10^3 \hat{j} \text{ N/C}$$

Módulo do campo debido a Q_2

$$E_2 = \frac{(9 \times 10^9)(2 \times 10^{-6})}{5^2} = 0,72 \cdot 10^3 \text{ N/C}$$

Ao ser tamén carga positiva, no punto medio o campo apunta afastándose de Q_2 , é dicir, cara abaixo (-y).

$$\vec{E}_2 = -0,72 \cdot 10^3 \hat{j} \frac{\text{N}}{\text{C}}$$



O vector campo eléctrico resultante

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$\vec{E} = (1,80 - 0,72) \cdot 10^3 \hat{j} = 1,08 \cdot 10^3 \hat{j} \text{ N/C}$$

b) Para calcular o traballo realizado polo campo para o desprazamento do protón usamos:

$$W = -q_p(V_P - V_M)$$

Procedemos a calcular o potencial creado polas dúas cargas en cada un dos puntos, aplicando o principio de superposición:

Potencial no punto medio M(0,5)

$$r_{1M} = r_{2M} = 5 \text{ m:}$$

$$V_M = K \left(\frac{Q_1}{r_{1M}} + \frac{Q_2}{r_{2M}} \right) = 9 \times 10^9 \left(\frac{5 \times 10^{-6}}{5} + \frac{2 \times 10^{-6}}{5} \right) = 12,6 \cdot 10^3 \text{ V}$$

Potencial no punto P(5,5)

As distancias deste punto a ambas cargas son iguais e valen:

$$r_{1P} = r_{2P} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50} = 7,07 \text{ m}$$

$$V_P = 9 \times 10^9 \left(\frac{5 \times 10^{-6}}{7,07} + \frac{2 \times 10^{-6}}{7,07} \right) = 8,9 \cdot 10^3 \text{ V}$$

A carga do protón é positiva e igual á do electrón $q_p = +1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$

Polo tanto, substituíndo na ecuación anterior, o traballo realizado polo campo é:

$$W = -(+1,6 \times 10^{-19}) \cdot (8,9 \cdot 10^3 - 12,6 \cdot 10^3) = 5,90 \times 10^{-16} \text{ J}$$

Se se calculase o traballo realizado por unha forza externa para este desprazamento, sería igual pero de signo oposto.

Danse por boas ambas opcións ao non especificarse no enunciado.

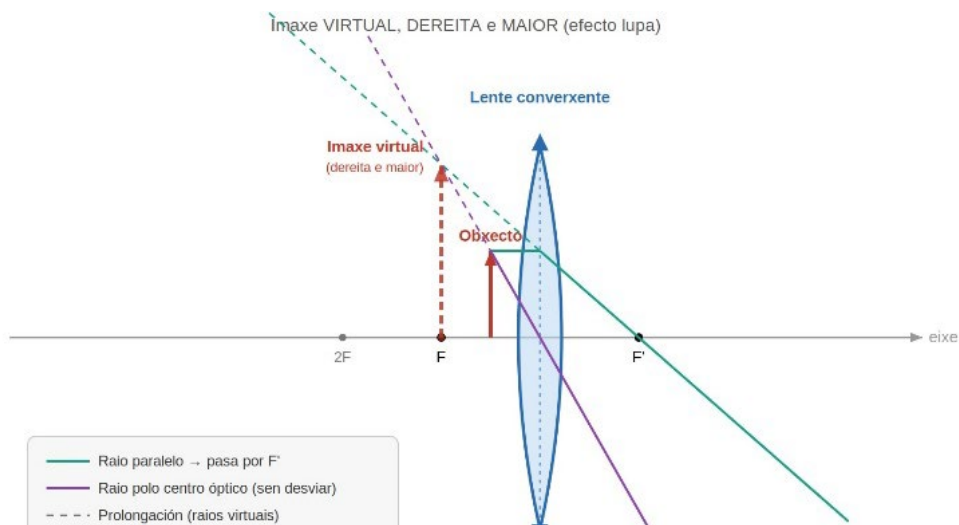
PREGUNTA 3. ONDAS E ÓPTICA XEOMÉTRICA. (2,5 puntos)

3.1. Indique e xustifique a resposta correcta. (1 punto)

Para obter unha imaxe virtual e dereita cunha lente delgada converxente de potencia 10 D, o obxecto debe estar colocado, con respecto á lente a:

- a) Unha distancia menor de 10 cm
- b) Unha distancia maior que 10 e menor que 20 cm
- c) Unha distancia maior que 20 cm
- d) Non é posible obter unha imaxe virtual e dereita neste caso.

A distancia focal (f') da lente é 10 cm ($P=1/f'$ (m)). Para que unha lente converxente forme unha imaxe virtual, dereita e aumentada, o obxecto debe ir colocado entre a lente e o foco obxecto, como se mostra no esquema seguinte.

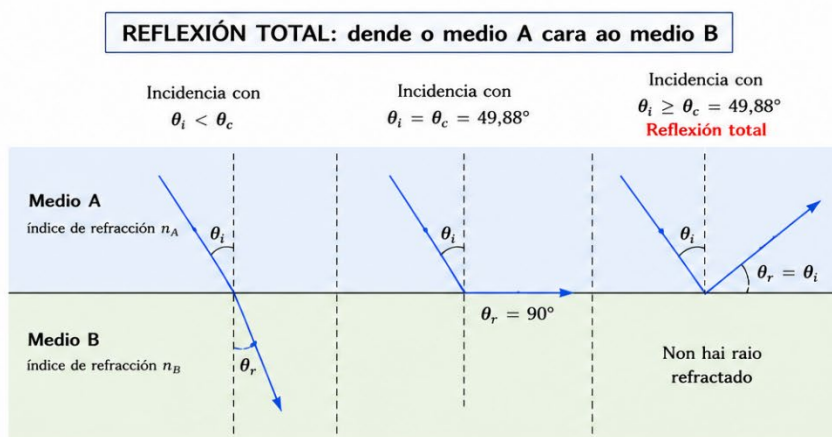


Resposta correcta a) Unha distancia menor de 10 cm

3.2. Resolva un destes dous problemas: (1,5 puntos)

3.2.1 Un raio de luz incide desde un medio A de índice de refracción n_A a outro B de índice de refracción n_B . Os índices de refracción de ámbolos dous medios verifican a relación $n_A + n_B = 3$. Se o ángulo de incidencia desde A hacia B es superior o igual a $49,88^\circ$ observárase reflexión total.

- Calcule os valores dos índices de refracción dos dous medios.
- ¿En cal dos dous medios a luz se propaga a maior velocidade? Razoe a resposta.



Para que exista reflexión total debe cumprirse: $n_A > n_B$ (a luz pasa do medio máis denso ao menos denso)

a) Cálculo dos índices de refracción

Para o ángulo crítico (θ_c):

$$\sin \theta_c = \frac{n_B}{n_A}$$

Dado: $\theta_c = 49,88^\circ$

$$\sin 49,88^\circ \approx 0,765$$

$$\text{Así, } n_B = 0,765 n_A \quad \dots (1)$$

$$\text{Ademais, } n_A + n_B = 3 \quad \dots (2)$$

Substituíndo (1) en (2):

$$n_A + 0,765 n_A = 3$$

$$1,765 n_A = 3$$

$$n_A = \frac{3}{1,765} \approx 1,70$$

$$n_A \approx 1,70$$

$$n_B = 3 - 1,70 \approx 1,30$$

b) ¿En cal dos medios a luz se propaga a maior velocidade?

A velocidade de propagación da luz nun medio vén dada por:

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{n}$$

c = velocidade da luz no baleiro
 n = índice de refracción do medio

A velocidade é inversamente proporcional ao índice de refracción.

$$\text{Como } n_B = 1,30 < n_A = 1,70 \Rightarrow v_B > v_A$$

A luz propágase máis rapidamente no medio B,
porque ten menor índice de refracción.

θ_i : ángulo de incidencia (medido respecto da normal)

θ_r : ángulo de refracción (no medio B)

θ_c : ángulo crítico para o que $\theta_r = 90^\circ$

Se $\theta_i \geq \theta_c \Rightarrow$ **reflexión total**

Datos do problema:

- $n_A + n_B = 3$
- Reflexión total para $\theta_i \geq 49,88^\circ$

3.2.2 Unha onda harmónica unidimensional vén dada pola ecuación: $y(t, x) = 4 \sin[2\pi(50t - 0,20x)]$, en unidades do SI. Calcule:

- a) a velocidade de propagación;
- b) a velocidade máxima dunha partícula do medio no que se propaga a onda.

a) A ecuación da onda é:

$$y(t, x) = 4 \sin [2\pi(50t - 0,20x)]$$

Comparando coa ecuación xeral dunha onda harmónica:

$$y = A \sin \left[2\pi \left(ft - \frac{x}{\lambda} \right) \right]$$

obtemos:

- Amplitude: $A = 4 \text{ m}$
- Frecuencia: $f = 50 \text{ Hz}$
- lonxitude de onda: $\lambda = \frac{1}{0,20} = 5 \text{ m}$

a) A velocidade dunha onda é: $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f$

Substituíndo: $v = 5 \text{ m} \cdot 50 \text{ s}^{-1} = 250 \text{ m/s}$

b) A velocidade dunha partícula do medio obtense derivando respecto do tempo:

$$v_p = \frac{dy}{dt} = A \cdot 2\pi f \cdot \cos \left[2\pi \left(ft - \frac{x}{\lambda} \right) \right]$$

O seu valor máximo é:

$$v_{p,\max} = A \cdot 2\pi f = A\omega$$

onde

$$\omega = 2\pi(50) = 100\pi \text{ rad/s}$$

Polo tanto:

$$v_{p,\max} = 400\pi \text{ m/s} = 1,26 \times 10^3 \text{ m/s} = 1,26 \text{ km/s}$$

PREGUNTA 4. FÍSICA DO SÉCULO XX. (2,5 puntos)

4.1. Indique e xustifique a resposta correcta. (1 punto)

A lonxitude de onda no baleiro da luz emitida por un LED azul é 450 nm. ¿Cal é a enerxía dos seus fotóns?

- a) 1,24 eV
- b) 2,76 eV
- c) 4,50 eV
- d) 450 eV

A enerxía dos fotóns é inversamente proporcional á lonxitude de onda. Para unha luz azul de 450 nm, a enerxía resulta ser:

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63 \times 10^{-34} \cdot 3,0 \times 10^8}{450 \times 10^{-9}} = 4,42 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Para pasar a eV dividimos por $1,60 \times 10^{-19} \text{ J/eV}$

Resposta correcta **b) 2,76 eV**

4.2. Resolva un destes dous problemas: (1,5 puntos)

4.2.1 O Iodo-131 utilízase en medicina nuclear e ten un período de semidesintegración de 8 días. Un paciente recibe unha dose que contén 2×10^{15} núcleos de Iodo-131.

- a) ¿Cal é a actividade inicial da mostra en Bq?
- b) ¿Cantos núcleos quedarán sen desintegrar pasados 24 días?

a) Actividade inicial ven dada por

$$A = \lambda N_0$$

Onde N_0 é o número inicial de núcleos e λ a constante de desintegración que se calcula como.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{\ln 2}{8 \cdot 24 \cdot 3600} = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

Actividade inicial é, por tanto:

$$A = \lambda \cdot N_0 = 1,0 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{15} = \mathbf{2,0 \cdot 10^9 \text{ Bq}}$$

b) Recordamos (só a modo orientador):

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt$$

integrando obtemos

$$\ln N = -\lambda t + C$$

Considerando que en $t=0$ $N=N_0$ deducimos que

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t \quad \text{e por tanto} \quad N = N_0 e^{-\lambda t}$$

Substituíndo os datos do enunciado nesta expresión obtemos:

$$N = 2 \cdot 10^{15} e^{-1,0 \cdot 10^{-6} (24 \cdot 24 \cdot 3600)} = 2,5 \cdot 10^{14} \text{ núcleos}$$

4.2.2. Considere unha superficie metálica de níquel, perfectamente pulida, para a que o traballo de extracción é 5,35 eV. Ilumínase esta superficie cunha luz monocromática e obsérvase que a velocidade máxima dos electróns emitidos é de $5 \cdot 10^6$ m/s. Calcule:

- A frecuencia limiar e a frecuencia da luz monocromática incidente.
- A lonxitude de onda de De Broglie dos electróns emitidos coa velocidade máxima.

DATOS: $c = 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$; $q_e = -1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$; $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$; $1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$.

a) A frecuencia limiar obtense a partir da ecuación:

$$W_0 = h f_0$$

Primeiro pasamos o traballo de extracción ao sistema internacional de unidades:

$$W_0 = (5,35)(1,60 \times 10^{-19}) = 8,56 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Logo:

$$f_0 = \frac{W_0}{h} = \frac{8,56 \times 10^{-19}}{6,63 \times 10^{-34}} = 1,29 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

Esta sería a frecuencia da onda incidente que corresponde coa mínima enerxía para arrancar un electrón, é dicir, para que este saíra cunha enerxía cinética nula.

En calquera outra situación a enerxía incidente vai ser maior que o traballo de extracción e a diferenza corresponde á enerxía cinética dos electróns saíntes. É dicir:

$$hf = W_0 + E_c$$

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

Calculamos a enerxía cinética dos electróns arrancados:

$$E_c = \frac{1}{2}(9,11 \times 10^{-31})(5 \times 10^6)^2 = 1,14 \times 10^{-17} \text{ J}$$

Entón:

$$hf = 8,56 \times 10^{-19} + 1,14 \times 10^{-17} = 1,23 \times 10^{-17} \text{ J}$$

Despexando:

$$f = \frac{1,23 \times 10^{-17}}{6,63 \times 10^{-34}} = 1,86 \times 10^{16} \text{ Hz}$$

c) A lonxitude de onda de De Broglie é:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

Substituíndo:

$$\lambda = \frac{6,63 \times 10^{-34}}{(9,11 \times 10^{-31})(5 \times 10^6)} = 1,46 \times 10^{-10} \text{ m} = 0,146 \text{ nm}$$

$$\lambda = 1,46 \times 10^{-10} \text{ m}$$