

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

El examen consta de 6 ejercicios, **todos con la misma valoración máxima (3,33 puntos)**, de los que puede realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como quiera. Si realiza más ejercicios de los permitidos, **sólo se corregirán los tres primeros realizados**.

EXERCICIO 1. Álgebra. Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & a & a \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Calcule los valores de a para los cuales la matriz A tiene inversa.

b) Para $a=1$, calcule, si es posible, la inversa de la matriz A .

c) Exprese en forma matricial el sistema de ecuaciones siguiente y resuélvalo:
$$\begin{cases} 2x + y + z = 2 \\ 2y - z = -1 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

EXERCICIO 2. Álgebra. Un barco pesquero se dedica a la captura de jurel y caballa. Las normas sobre cuotas son: Las capturas totales no pueden exceder de 30 toneladas (Tm); la cantidad de jurel como máximo puede triplicar la de caballa y la cantidad de caballa no puede superar las 18 Tm.

Si el precio al que vende el jurel es de 5 €/kg y el de la caballa 6€/kg

a) Formule y resuelva el problema que determina las cantidades que debe pescar de cada especie para maximizar los ingresos, cumpliendo las normas.

b) Represente gráficamente la región factible e indique sus vértices. ¿A cuánto ascienden los ingresos máximos?

c) ¿Cumpliría las normas sobre cuotas pesqueras si captura 20 Tm de jurel y 6 Tm de caballa? Explique su respuesta.

EXERCICIO 3. Análisis. El número de ejemplares vendidos de una revista (en miles de unidades), en los primeros cinco meses del año, viene dado por la función

$$N(t) = \begin{cases} 8 - t(t - 2) & \text{se } 0 \leq t \leq 3 \\ 2t - 1 & \text{se } 3 < t \leq 5 \end{cases} \quad \text{donde } t \text{ es el tiempo transcurrido en meses}$$

a) Estudie el crecimiento y decrecimiento del número de ejemplares vendidos. Calcule en que momentos se produce el máximo y el mínimo número de ventas y a cuánto ascienden.

b) Represente gráficamente la función $N(t)$. Calcule el área de la región delimitada por la gráfica de la función $N(t)$, el eje de abscisas y las rectas $t=0$ y $t=5$.

EXERCICIO 4. Análisis. Dada la función $f(x) = \frac{x}{a} + \frac{a}{x}$, $x \neq 0$, $a \neq 0$

a) Calcule los valores del parámetro " a " para que $f(x)$ tenga un punto crítico en $x_0=3$.

b) Para $a=3$, estudie el crecimiento y decrecimiento de la función y sus máximos y mínimos, si existen. Estudie también sus intervalos de concavidad y convexidad y sus puntos de inflexión, si existen.

EXERCICIO 5. Estadística y Probabilidad. En una urna A hay 8 bolas verdes y 6 rojas y en otra urna B hay 4 verdes y 5 rojas. Se lanza un dado y si sale un número menor que 3 se saca una bola de la urna A y si sale un número mayor o igual a 3 se saca la bola de la urna B. Se extrae una bola al azar,

a) Calcule la probabilidad de que la bola extraída sea roja. b) Sabiendo que se extrajo una bola verde, ¿Cuál es la probabilidad de que haya salido de la urna A? c) ¿Son independientes los sucesos "extraer bola roja" y "la bola procede de la urna A"?

EXERCICIO 6. Estadística y Probabilidad. El salario (en €) de los trabajadores de una empresa se distribuye normalmente con desviación típica $\sigma=300$ €. Se preguntó a 36 trabajadores elegidos al azar, y se establece que el salario medio de los trabajadores de la empresa oscila entre 1552€ e 1748€

a) ¿Cuál ha sido el salario medio de los trabajadores de la muestra? ¿Con qué nivel de confianza se ha establecido el intervalo anterior? b) Si el salario medio de los trabajadores de la empresa es $\mu=1650$ €, ¿Cuál es la probabilidad de que el salario medio de muestras de 36 trabajadores sea superior a 1590€?