

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

El examen consta de 6 ejercicios, **todos con la misma valoración máxima (3,33 puntos)**, de los que puede realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como quiera. Si realiza más ejercicios de los permitidos, **sólo se corregirán los tres primeros realizados**.

EJERCICIO 1. Álgebra. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

- a) Calcule la matriz A^t (siendo A^t la matriz transpuesta de A) y calcule la matriz $A \cdot B$.
b) Calcule la matriz $X = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ que cumple $A \cdot B \cdot X = C + I$ donde $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ e I es la matriz identidad 2×2 .

EJERCICIO 2. Álgebra. Un grupo empresarial desea crear una red de producción formada por plantas de dos tipos: A y B. Cada planta de producción A generaría unos costes mensuales de 1.000 euros y necesitaría 8 empleados para su funcionamiento, mientras que cada planta de producción B generaría unos costes mensuales de 2.000 euros y necesitaría 4 empleados. El número de plantas de producción A no deberá superar al doble de las de tipo B. Además, los costes mensuales de esta red de producción no deben superar los 42.000 euros y tampoco debe suponer la contratación de más de 120 empleados.

- a) Formule el sistema de inecuaciones asociado al problema. b) Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices. c) Si se sabe que cada planta de producción A generaría unos beneficios mensuales de 24.000 euros y cada planta de producción B de 20.000 euros, ¿cuántas plantas de producción de cada tipo deberían formar la red para que los beneficios mensuales sean máximos?

EJERCICIO 3. Análisis. El volumen de agua (en millones de litros) almacenado en un embalse a lo largo de un periodo de 11 años en función del tiempo t (en años) viene dado por la función $V(t) = t^3 - 24t^2 + 180t + 8000$, $0 \leq t \leq 11$

- a) Determine los periodos de crecimiento y decrecimiento del agua almacenada.
b) Calcule la cantidad de agua almacenada en el último año ($t = 11$).
c) Calcule el año del periodo en el que el volumen almacenado fue máximo y el volumen máximo que tuvo el embalse a lo largo de ese periodo.

EJERCICIO 4. Análisis. Los beneficios obtenidos durante el primer año (en cientos de euros) por un establecimiento dedicado al reparto de comida a domicilio vienen dados por la función

$$B(t) = t(t - a)^2, \quad 0 \leq t \leq 12$$

en donde t es el tiempo transcurrido en meses desde la apertura del establecimiento.

- a) Calcule el valor del parámetro a teniendo en cuenta que $B(t)$ presenta un punto de inflexión en $t = 6$.
b) Para $a = 9$, ¿cuál ha sido el mayor beneficio obtenido? ¿En qué momento o momentos se ha producido? Justifica las respuestas. c) Para $a = 9$, represente la gráfica de la función $B(t)$ teniendo en cuenta la información anterior y el estudio de sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

EJERCICIO 5. Estadística y Probabilidad. En una ciudad, el 70% de la población recibe publicidad de un establecimiento, de los cuales un 90% realiza alguna compra en dicho establecimiento. También se sabe que de los que no reciben publicidad, un 60% realiza alguna compra en dicho establecimiento.

- a) ¿Qué porcentaje de la población de la ciudad realiza alguna compra en ese establecimiento?
b) Si elegimos una persona al azar que ha realizado alguna compra en ese establecimiento, ¿cuál es la probabilidad de que haya recibido publicidad del mismo?
c) ¿Son independientes los sucesos “realizar alguna compra en ese establecimiento” y “recibir publicidad del mismo”? Justifique la respuesta.

EJERCICIO 6. Estadística y Probabilidad. En una muestra aleatoria de 120 empresas inspeccionadas, de entre las visitadas un año por los inspectores de trabajo de una provincia, se ha sancionado a 30 de ellas.

- a) Calcule, con un nivel de confianza del 90%, un intervalo de confianza para la proporción de empresas sancionadas por la Inspección de Trabajo.
b) Si ignoramos los datos iniciales y con un nivel de confianza del 95%, ¿cuál es el tamaño mínimo de la muestra necesaria para estimar la proporción de empresas sancionadas con un error máximo del 2%?