

El examen consta de **4 preguntas de respuesta obligatoria**, puntuadas cada una con **2,5 puntos**: la primera sin apartados optativos y las tres siguientes con posibilidad de elección entre apartados.

PREGUNTA 1. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD. (2,5 puntos)**CONTEXTO**

Una de las principales novedades de las pruebas PAU 2025 es que el examen de cada materia debe incluir un ejercicio obligatorio y de carácter “más competencial”. Aunque las notas se publican la semana siguiente de haberse realizado el examen, los miembros del grupo de trabajo de la materia Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II están interesados en determinar cuanto antes si se han producido cambios relevantes en la nota media de la materia que coordinan con relación a las notas de cursos pasados.

Con este objetivo han contactado previamente con un grupo de correctores, de los que cada uno de ellos se ha comprometido a corregir un máximo de 25 exámenes el primer día. Por los datos de otros cursos, las notas de esta materia pueden suponerse que siguen una distribución normal con desviación típica igual a 1,5.

Responda estos tres apartados: 1.1., 1.2. y 1.3.

1.1. Si se quiere estimar esta nota media con un error máximo de 0,25, empleando un nivel de confianza del 95%, ¿cuál es el número mínimo de correctores que se necesitan?

1.2. Una vez corregidos los 100 primeros exámenes, la nota media resultó ser igual a 7,2. A partir de esta muestra, calcule un intervalo de confianza con nivel de confianza del 95% de la nota media.

1.3. Una vez corregidos todos los exámenes, se eligen 25 al azar, ¿cuál es la probabilidad de que la nota media de estos 25 exámenes sea superior a 7 si sabemos que $\mu=7,3$?

PREGUNTA 2. ÁLGEBRA. (2,5 puntos)

Responda uno de estos dos apartados: 2.1. o 2.2.

2.1. Consideramos las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}.$$

2.1.1. Calcule la inversa de la matriz A .

2.1.2. Calcule la matriz BA^t y determine su rango (siendo A^t la matriz traspuesta de A).

2.1.3. Despeje X en la ecuación matricial $XA + B = BA^t$ y calcúlela.

2.2. Considere el sistema de inecuaciones dado por:

$$x + y \leq 4 \qquad 3x \leq 4 + 5y \qquad y \leq 7x + 12$$

2.2.1. Represente gráficamente la región factible determinada por el sistema de inecuaciones anterior y calcule sus vértices.

2.2.2. Justifique si los puntos $P(2,1)$ y $Q(0,-1)$ están o no en la región factible.

2.2.3. Determine, si existen, los máximos y los mínimos de la función $f(x,y) = 6x - 10y$ sujeta a las restricciones definidas por el sistema de inecuaciones anterior.

PREGUNTA 3. ANÁLISIS. (2,5 puntos)

Responda uno de estos dos apartados: 3.1. o 3.2.

3.1. La evolución del precio (en euros) de un protector de pantalla para móvil a lo largo del año 2024 viene dado por la función

$$P(t) = \begin{cases} 9 - t^2 + 8t & \text{si } 0 \leq t < 7 \\ (t - 10)^2 + 7 & \text{si } 7 \leq t \leq 12 \end{cases}$$

en donde t es el tiempo transcurrido en meses.

3.1.1. ¿Cuál fue el precio inicial de ese protector de pantalla? ¿Cuál ha sido su precio al final del año?

3.1.2. Determine en qué períodos ha aumentado y disminuido el precio del protector.

3.1.3. ¿Cuál ha sido el precio máximo alcanzado? ¿Y el mínimo? ¿En qué momentos se producen? Razone las respuestas.

3.2. Dada la función $f(x) = -8x^2 + 24x - 10$.

3.2.1. Realice su representación gráfica estudiando sus puntos de corte con los ejes, monotonía y extremo relativo.

3.2.2. Calcule el área del recinto limitado por la gráfica de la función f y las rectas $x=1$, $x=2$ e $y=4$.

PREGUNTA 4. TRES BLOQUES DE LA MATERIA. (2,5 puntos)

Responda uno de los siguientes apartados: 4.1., 4.2. o cualquiera de los apartados no escogidos de las preguntas 2 y 3 (2.1, 2.2, 3.1 o 3.2)

4.1. Sean A y B dos sucesos tales que:

$$P(A|B) = 1/2, P(B|A) = 1/3 \text{ y } P(A \cup B) = 1/4.$$

4.1.1. Calcule $P(A \cap B)$.

4.1.2. Justifique si los sucesos A y B son o no independientes.

4.2. Un estudio revela que el 40% de los automóviles nuevos matriculados en Galicia en el último año son propulsados por un motor con tecnología híbrida. Si en un control de carreteras son inspeccionados 5 automóviles nuevos matriculados en Galicia en el último año.

4.2.1. ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno de ellos cuente con un motor con tecnología híbrida?

4.2.2. Calcule la probabilidad de que, entre los 5 automóviles, más de 3 cuenten con un motor con tecnología híbrida.