

O exame consta de **4 preguntas de resposta obrigatoria, puntuadas cada unha con 2,5 puntos**: a primeira sen apartados optativos e as tres seguintes con posibilidade de elección entre apartados.

PREGUNTA 1. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE. (2,5 puntos)**CONTEXTO**

Unha das principais novidades das probas PAU 2025 é que o exame de cada materia debe incluír un exercicio obrigatorio e de carácter “máis competencial”. Aínda que as notas se publican a semana seguinte de realizarse o exame, os membros do grupo de traballo da materia Matemáticas Aplicadas ás Ciencias Sociais II están interesados en determinar canto antes se se produciron cambios relevantes na nota media da materia que coordinan con relación ás notas de cursos pasados.

Con este obxectivo contactaron previamente cun grupo de correctores, dos que cada un deles se comprometeu a corrixir un máximo de 25 exames o primeiro día. Polos datos doutros cursos, as notas desta materia pode supoñerse que seguen unha distribución normal con desviación típica igual a 1,5.

Responda estes tres apartados: 1.1., 1.2. e 1.3.

1.1. Se se quere estimar esta nota media cun erro máximo de 0,25, empregando un nivel de confianza do 95%, cal é o número mínimo de correctores que se necesitan?

1.2. Unha vez corrixidos os 100 primeiros exames, a nota media resultou ser igual a 7,2. A partir desta mostra, calcule un intervalo de confianza con nivel de confianza do 95% da nota media.

1.3. Unha vez corrixidos todos os exames, elíxense 25 ao azar, cal é a probabilidade de que a nota media destes 25 exames sexa superior a 7 se sabemos que $\mu=7,3$?

PREGUNTA 2. ÁLXEBA. (2,5 puntos)

Responda un destes dous apartados: 2.1. ou 2.2.

2.1. Consideramos as matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}.$$

2.1.1. Calcule a inversa da matriz A .

2.1.2. Calcule a matriz BA^t e determine o seu rango (sendo A^t a matriz trasposta de A).

2.1.3. Despexa X na ecuación matricial $XA + B = BA^t$ e calcúlea.

2.2. Considere o sistema de inecuacións dado por:

$$x + y \leq 4 \qquad 3x \leq 4 + 5y \qquad y \leq 7x + 12$$

2.2.1. Represente graficamente a rexión factible determinada polo sistema de inecuacións anterior e calcule os seus vértices.

2.2.2. Xustifique se os puntos $P(2,1)$ e $Q(0,-1)$ están ou non na rexión factible.

2.2.3. Determine, se existen, os máximos e os mínimos da función $f(x,y) = 6x - 10y$ suxeita ás restriccións definidas polo sistema de inecuacións anterior.

PREGUNTA 3. ANÁLISE. (2,5 puntos)

Responda un destes dous apartados: 3.1. ou 3.2.

3.1. A evolución do prezo (en euros) dun protector de pantalla para móbil ao longo do ano 2024 vén dado pola función

$$P(t) = \begin{cases} 9 - t^2 + 8t & \text{se } 0 \leq t < 7 \\ (t - 10)^2 + 7 & \text{se } 7 \leq t \leq 12 \end{cases}$$

onde t é o tempo transcorrido en meses.

3.1.1. Cal foi o prezo inicial deste protector de pantalla? Cal foi o seu prezo ao final do ano?

3.1.2. Determine en que períodos aumentou e diminuíu o prezo do protector.

3.1.3. Cal foi o prezo máximo alcanzado? E o mínimo? En que momentos se produciron? Razoe as respostas.

3.2. Dada a función $f(x) = -8x^2 + 24x - 10$.

3.2.1. Realice a súa representación gráfica estudando os seus puntos de corte cos eixes, monotonía e extremo relativo.

3.2.2. Calcule a área do recinto limitado pola gráfica da función f e as rectas $x=1$, $x=2$ e $y=4$.

PREGUNTA 4. TRES BLOQUES DA MATERIA. (2,5 puntos)

Responda un dos seguintes apartados: 4.1., 4.2. ou calquera dos apartados non escollidos das preguntas 2 e 3 (2.1, 2.2, 3.1 ou 3.2)

4.1 Sexan A e B dous sucesos tales que:

$$P(A|B) = 1/2, P(B|A) = 1/3 \text{ e } P(A \cup B) = 1/4.$$

4.1.1. Calcule $P(A \cap B)$.

4.1.2. Xustifique se os sucesos A e B son ou non independentes.

4.2. Un estudo revela que o 40% dos automóviles novos matriculados en Galicia no último ano son propulsados por un motor con tecnoloxía híbrida. Se nun control de estradas son inspeccionados 5 automóviles novos matriculados en Galicia no último ano.

4.2.1. Cal é a probabilidade de que ningún deles conte cun motor con tecnoloxía híbrida?

4.2.2. Calcule a probabilidade de que, entre os 5 automóviles, máis de 3 contén cun motor con tecnoloxía híbrida.