

MATEMÁTICAS II

O exame consta de 8 preguntas de 2 puntos, das que pode responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como queira. Se responde máis preguntas das permitidas, **só serán corrixidas as 5 primeiras respondidas**.

1. Números e Álgebra:

Despexe a matriz X da ecuación $XA = A + XB$, se A e B son matrices cadradas tales que $A - B$ é invertible. Logo, calcule X se $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ e $B = (A^2 - A - I)^{-1}$, onde I é a matriz identidade de orde 2.

2. Números e Álgebra:

Discuta, segundo os valores de m , o sistema
$$\begin{cases} mx + (2 + m^2)y = 1 + m, \\ my - z = 1, \\ mx + 2y + (2m - 4)z = 5. \end{cases}$$

3. Análise:

a) Se $f(x) = ae^x + b$, diga que valores deben ter a e b para que se cumpran $f(0) = 0$ e $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 3$.

b) Estude se a función $f(x) = x + \sin x$ ten extremos ou puntos de inflexión no intervalo $(0, 2\pi)$, diga onde están en caso de que existan e esboce a gráfica de f nese intervalo.

4. Análise:

Calcule a área da rexión determinada polas desigualdades $x \geq 1$, $y \leq x$ e $y \geq f(x)$, con $f(x) = x \ln x$. Faga un esbozo gráfico da rexión. **Nota:** $\ln x$ é o logaritmo neperiano de x .

5. Xeometría:

a) Obteña as ecuacións paramétricas da recta r que pasa polos puntos $P(2, -1, 0)$ e $Q(3, 0, 0)$ e a ecuación implícita ou xeral do plano π que pasa polo punto $R(0, 4, -2)$ e é paralelo aos vectores $\vec{u}(1, 0, -1)$ e $\vec{v}(2, 1, -2)$.

b) Calcule o ángulo agudo que forma a recta $r: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{0}$ co plano $\pi: x + z + 2 = 0$.

6. Xeometría:

a) Calcule o punto simétrico de $P(2, -1, 0)$ con respecto ao plano $\pi: x + z + 2 = 0$.

b) Estude a posición relativa das rectas $r: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{0}$ e $s: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$. Se se cortan, calcule o punto de corte.

7. Estatística e Probabilidade:

a) Calcule as catro probabilidades $P(A)$, $P(A \cap \bar{B})$, $P(A|B)$ e $P(B|A)$ sabendo que $P(A \cup B) = 0.8$, $P(A \cap B) = 0.2$ e $P(A) = 2P(B)$. **Nota:** $\bar{B}$ é o suceso contrario ou complementario de B .

b) Nun coñecido congreso, o 60% dos científicos inscritos participan *online* e o resto asisten en persoa. Ademais, o 65% dos inscritos son europeos e o 80% dos que asisten en persoa tamén o son. Se se elixe ao azar a un dos inscritos, calcule a probabilidade de que sexa europeo e, á vez, participe *online*; logo, a de que participe *online* se se sabe que é europeo.

8. Estatística e Probabilidade:

a) Nunha certa zona húmida, a probabilidade de que un cabezolo chegue a ra adulta é do 2%. Se se escollen ao azar 2500 deses cabezolos, cal é a probabilidade de que polo menos 55 deles cheguen a ras adultas?

b) Para conceder bolsas de estudo, un organismo valora os méritos presentados e asigna a cada candidato unha puntuación que indica máis méritos canto maior é o seu valor. Este ano, a puntuación segue unha distribución normal de media 100 e desviación típica 20, e tómase a decisión de conceder a bolsa ao 5% mellor do conxunto de solicitantes. Que puntuación é preciso alcanzar para obter a bolsa?