

El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que puede responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera. Si responde más preguntas de las permitidas, **solo serán corregidas las 5 primeras respondidas**.

PREGUNTA 1. Números y Álgebra. (2 puntos)

Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ x & y \end{pmatrix}$, dé respuesta a los dos apartados siguientes:

- Calcule los valores de x e y que hacen que A conmute con todas las matrices antisimétricas X de orden 2, es decir, que hacen que se cumpla la igualdad $AX = XA$ para toda matriz antisimétrica X de orden 2.
- Si $x = -1$ e $y = 1$, calcule la matriz M que satisface la igualdad $2M = A^{-1} - AM$.

PREGUNTA 2. Números y Álgebra. (2 puntos)

Discuta, según los valores del parámetro m , el siguiente sistema:
$$\begin{cases} 2x + y + z = m, \\ x - y + 2z = 2m, \\ mx + 3z = m. \end{cases}$$

PREGUNTA 3. Análisis. (2 puntos)

Dada la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + bx - 1 & \text{si } x \leq 0, \\ \frac{k - xe^x}{x} & \text{si } x > 0, \end{cases}$ se pide responder a las siguientes cuestiones:

- ¿Cuál es el valor de k que hace que f sea continua en $x = 0$ para cualquier valor de b ?
- ¿Para qué valores de b y k es f derivable en $x = 0$?

PREGUNTA 4. Análisis. (2 puntos)

Determine el valor del número positivo a que hace que el área de la región encerrada por la recta $y = -2x$ y la parábola $y = ax^2 + 4x$ sea igual a 9 unidades cuadradas.

PREGUNTA 5. Geometría. (2 puntos)

Considérense el plano $\pi: x + 2y - 2z = 0$ y la recta r que pasa por los puntos $A(2,1,2)$ y $B(0,1,1)$. Se pide:

- Estudiar la posición relativa de la recta r y el plano π .
- Obtener la ecuación implícita o general del plano que contiene a r y es perpendicular a π .

PREGUNTA 6. Geometría. (2 puntos)

Sean r la recta que pasa por los puntos $A(-1,3,-5)$ y $B(1,2,-5)$ y π el plano que pasa por el punto $C(5,0,1)$ y es perpendicular a r . Se piden las ecuaciones paramétricas de r , la ecuación implícita o general de π y el punto de corte de r con π .

PREGUNTA 7. Estadística y Probabilidad. (2 puntos)

En una determinada colonia de cormoranes, cada huevo que se pone tiene un 13% de probabilidades de ser infértil. Si se observa la puesta de 7 huevos, calcule la probabilidad de que entre ellos haya por lo menos 2 infértiles.

PREGUNTA 8. Estadística y Probabilidad. (2 puntos)

La durabilidad de un determinado aparato electrónico sigue una distribución normal de media 20000 horas y desviación típica 2500 horas.

- Si elegimos al azar uno de estos aparatos, ¿cuál es la probabilidad de que dure menos de 17000 horas?
- ¿Cuál es la durabilidad, en horas, excedida por el 98,5% de estos aparatos?