

El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que puede responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera. Si responde más preguntas de las permitidas, **solo serán corregidas las 5 primeras respondidas**.

PREGUNTA 1. Números y Álgebra. (2 puntos)

Sean A y B dos matrices tales que $A + 2B = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ y $A + B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

- Calcule A^2 .
- Calcule la matriz X que satisface la igualdad $A^2X - (A + B)^T = 3I - 2X$, siendo I la matriz identidad de orden 2 y $(A + B)^T$ la traspuesta de $(A + B)$.

PREGUNTA 2. Números y Álgebra. (2 puntos)

Discuta, según los valores del parámetro m , el siguiente sistema:
$$\begin{cases} mx + (m+2)y + z = 3, \\ 2mx + 3my + 2z = 5, \\ (m-4)y + mz = m. \end{cases}$$

PREGUNTA 3. Análisis. (2 puntos)

- Enuncie los teoremas de Rolle y de Bolzano.
- Calcule $\int x^3 e^{x^2}$.

PREGUNTA 4. Análisis. (2 puntos)

Calcule los siguientes límites:

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \ln(1+x)}{x \sin x}$.
- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - e^x}{x^2}$.

PREGUNTA 5. Geometría. (2 puntos)

- Considérese el plano $\pi: 4x + 2y + bz = 2$ y la recta $r: \frac{x-2}{3} = \frac{y-c}{2} = \frac{z-3}{4}$, donde b y c son parámetros reales. Calcule los valores que tienen que tomar b y c para que la recta r esté contenida en π .
- Calcule la distancia del punto $P(1,3,1)$ al plano $\pi': 4x + 2y - 4z = 2$.

PREGUNTA 6. Geometría. (2 puntos)

- Considérense los puntos $Q(-1,3,-5)$, $R(3,1,0)$ y $S(0,1,2)$. Obtenga la ecuación implícita o general del plano π que contiene a Q , R y S .
- Obtenga las ecuaciones paramétricas y la ecuación continua de la recta que pasa por el punto $P(3,-1,-1)$ y sea perpendicular al plano $\pi: 4x + 23y + 6z - 35 = 0$.

PREGUNTA 7. Estadística y Probabilidad. (2 puntos)

Sabiendo que $P(A) = \frac{1}{3}$ y $P(B) = \frac{1}{2}$.

- Suponiendo que A y B son sucesos independientes, calcule $P(A \cup B)$ y $P(\bar{A} | (\bar{A} \cup \bar{B}))$.
 - Suponiendo que A y B son sucesos incompatibles, calcule $P(A \cup B)$ y $P(\bar{A} | (\bar{A} \cup \bar{B}))$.
- (Nota: $\bar{A}$ y $\bar{B}$ son los sucesos contrarios o complementarios de A y B , respectivamente).

PREGUNTA 8. Estadística y Probabilidad. (2 puntos)

Una máquina que distribuye agua en botellas echa una cantidad de agua que sigue una distribución normal con media igual a 500 mililitros y desviación típica igual a 4 mililitros.

- Si elegimos al azar una de las botellas, ¿cuál es la probabilidad de que lleve entre 499 y 502 mililitros?
- ¿Cuál es la cantidad de agua, en mililitros, excedida por el 97,5% de estas botellas?