

O exame consta de **4 preguntas de resposta obrigatoria, puntuadas cada unha con 2,5 puntos**: a primeira sen apartados optativos e as tres seguintes con posibilidade de elección entre apartados.

PREGUNTA 1. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE. (2,5 puntos)

CONTEXTO

Nos últimos anos, hai unha tendencia que segue en aumento: empregar calzado deportivo non unicamente para realizar actividade física, senón como calzado de uso diario. Os motivos principais son a súa versatilidade e comodidade, xa que poden combinarse con case calquera vestimenta ao mesmo tempo que permiten realizar movementos naturais.

Antón é un apaixonado deste tipo de calzado, do que ten 60 pares, gardando cada par na súa correspondente caixa. O 80% son zapatillas tradicionais e o 20% zapatillas de deseño. Entre as zapatillas de deseño, o 75% están en bo estado, pero só o 50% das zapatillas tradicionais están en bo estado. Un día que se ergueu co tempo xusto, para non chegar tarde ao traballo, colleu ao azar unha caixa e calzou as zapatillas desa caixa.

Responda estes tres apartados: 1.1., 1.2. e 1.3.

- 1.1.** Cal é a probabilidade de que Antón vaia calzado con zapatillas tradicionais ou zapatillas en bo estado?
- 1.2.** Ao saír do traballo, Antón decide ir ao cine con dous amigos. Antón non quere levar calzadas zapatillas que non estean en bo estado nin zapatillas tradicionais, cal sería a probabilidade de que non teña que pasar pola súa casa a cambiar as zapatillas?
- 1.3.** Antón ten 8 pares de zapatillas tradicionais de cor branca. Sabendo que se se escolle ao azar unha caixa das súas zapatillas os sucesos “ser brancas” e “ser de deseño” son sucesos independentes, cantos pares de zapatillas brancas de deseño ten Antón?

PREGUNTA 2. NÚMEROS E ÁLXEBA. (2,5 puntos)

Responda un destes dous apartados: 2.1. ou 2.2.

2.1. Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & k \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

2.1.1. Que condición ten que cumprir k para que A sexa invertible? Calcule A^{-1} cando sexa posible.

2.1.2. Para $k = 0$, calcule a matriz X que satisfai a igualdade $AX - A = B^2 + A^T$ sendo A^T a trasposta de A .

2.2. Discuta, segundo os valores do parámetro m , o sistema
$$\begin{cases} x + my + z = m, \\ x + (3-m)z = 2m, \\ my + 2z = 3m. \end{cases}$$

PREGUNTA 3. ANÁLISE. (2,5 puntos)

Responda un destes dous apartados: 3.1. ou 3.2.

3.1. Responda as dúas cuestións seguintes:

3.1.1. Enuncie o teorema do valor medio do cálculo diferencial.

3.1.2. Calcule $\int e^x \cos 3x dx$.

3.2. Dada a función $f(x) = \begin{cases} xe^{4x} & \text{se } x < 0 \\ \frac{\ln(1+x)}{1+x} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$, pídese responder ás seguintes cuestións:

3.2.1. Estude a continuidade da función $f(x)$ en $x = 0$.

3.2.2. Estude a derivabilidade da función $f(x)$ en $x = 0$.

3.2.3. Calcule a ecuación da recta tanxente á curva $f(x)$ en $x = -1$.

PREGUNTA 4. XEOMETRÍA. (2,5 puntos)

Responda un destes dous apartados: 4.1. ou 4.2.

4.1. Considérense os planos $\pi: 2x + 3y + z + 1 = 0$ e $\pi': x + z - 1 = 0$ e os puntos $A(2,1,0)$ e $B(-1,-2,3)$.

4.1.1. Calcule a distancia do punto A ao plano paralelo a π que pasa por B .

4.1.2. Obteña as ecuacións paramétricas da recta intersección dos planos π e π' .

4.2. Dadas as rectas $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{1}$ e $s: \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{2}$.

4.2.1. Calcule a posición relativa das rectas r e s .

4.2.2. Obteña a ecuación do plano que contén ás rectas r e s .