

O exame consta de **4 preguntas de resposta obrigatoria**: a primeira sen apartados optativos e as tres seguintes con posibilidade de elección entre apartados. Deben xustificarse todas as respostas.

PREGUNTA 1. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE. (2 puntos)

CONTEXTO

Os índices de lectura tanto de libros coma de cómics están aumentando nos últimos anos, con especial incidencia entre os adolescentes. Segundo un informe sobre hábitos de lectura, máis do 60 % da poboación leu un libro ou un cómic nos últimos tres meses.

Para promover o hábito da lectura, dentro da política cultural do concello, os responsables municipais dunha cidade galega están a organizar unha feira de cómics para o vindeiro mes de setembro. Segundo os datos proporcionados polos organizadores doutras feiras similares, o tempo que unha persoa vai pasar en dita feira pode considerarse que segue unha distribución normal de media igual a 50 minutos e desviación típica igual a 19.5 minutos.

Responda estes dous apartados: 1.1. e 1.2.

(Será preciso usar algún ou algúns dos seguintes valores, aínda que non todos (enténdase que Z segue unha distribución $N(0,1)$): $P(Z \leq 0.1) = 0.5398$, $P(Z \leq 0.26) = 0.6026$, $P(Z \leq 0.51) = 0.6950$, $P(Z \leq 1.03) = 0.8485$, $P(Z \leq 1.28) = 0.8997$, $P(Z \leq 2.33) = 0.9901$.)

1.1. Calcule a probabilidade de que un asistente pase entre 45 e 70 minutos na feira.

1.2. Se unha persoa entrou á feira ás 17:00, calcule a probabilidade de que saia antes das 18:00 sabendo que ás 17:45 aínda estaba na feira.

PREGUNTA 2. ÁLXEBA. (2 puntos)

Responda un destes dous apartados: 2.1. ou 2.2.

2.1. Dadas as matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, pídese responder as seguintes cuestións:

2.1.1. Calcule as matrices $X = AA^T$ e $Y = A^T A$, sendo A^T a matriz trasposta de A . Son X ou Y invertibles? Razoe a resposta e calcule as inversas en caso de que sexa posible.

2.1.2. Calcule as matrices da forma $M = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ tales que $BM = M$.

2.2. Discuta, segundo os valores do parámetro m , o sistema

$$\begin{cases} 2x + (2m-2)y + (m+6)z = 9, \\ x + (m-2)y + 3z = 2, \\ 2y + (2m+2)z = m-5. \end{cases}$$

PREGUNTA 3. ANÁLISE. (4 puntos)

Responda dous destes tres apartados: 3.1., 3.2., 3.3.

3.1. Dado o polinomio $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, calcule os coeficientes a , b , c e d se se sabe que p ten un extremo relativo en $(1, -6)$ e que a ecuación da recta tanxente á gráfica de p en $x = -1$ é $y = 4x + 2$.

3.2. Debuxe a gráfica dunha función $f: \mathbb{R} \setminus \{2\} \rightarrow \mathbb{R}$ que teña as seguintes propiedades:

- f , f' e f'' teñen o mesmo signo no intervalo $(-1, 2)$ e
- $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$.

Logo, dea explicacións relacionando o debuxo coa monotonía, a convexidade ou concavidade e o concepto de asíntota.

3.3. Dadas as funcións $f(x) = \cos x$ e $g(x) = \frac{4}{\pi^2} \left(x - \frac{\pi}{2}\right)^2$, debuxe a rexión encerrada polas súas gráficas e calcule a súa área.

PREGUNTA 4. XEOMETRÍA. (2 puntos)

Responda un destes dous apartados: 4.1. ou 4.2.

4.1. Considere a recta $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{3}$.

4.1.1. Calcule a ecuación implícita ou xeral do plano π que contén á recta r e ao punto $Q(2, -1, 1)$.

4.1.2. Comprobe que a recta r é paralela ao plano $\pi^*: x + y - z - 1 = 0$. Calcule a distancia de r a π^* .

4.2. Considere o punto $P(3, 0, -1)$.

4.2.1. Calcule o punto P' simétrico de P con respecto ao punto $Q(2, -1, 2)$.

4.2.2. Calcule o punto P'' simétrico de P con respecto ao plano $\pi: x + 2y + z - 8 = 0$.