

O exame consta de **4 preguntas de resposta obrigatoria**: a primeira sen apartados optativos e as tres seguintes con posibilidade de elección entre apartados. Deben xustificarse todas as respostas.

PREGUNTA 1. ESTATÍSTICA E PROBABILIDADE (2 puntos).

CONTEXTO

A caída dos tipos de interese no segundo semestre de 2024 permitiulles ás familias aforrar arredor de 200 euros ao mes en comparación co que viñan pagando polas súas hipotecas e préstamos. Este aforro equivalía a máis de 2000 euros anuais. Ante este escenario, os bancos ofreceron condicións máis atractivas para captar clientes, o que xerou unha forte competencia entre as entidades. Unha delas lanzou os seguintes produtos: Préstamo 24 Horas, Préstamo Auto e Préstamo Estuda. Cada cliente podía contratar, como máximo, un deles. A política da empresa determinou que o reparto final dos préstamos concedidos fora o seguinte: un 45 % correspondeu a Préstamos 24 Horas, un 40 % a Préstamos Auto e un 15 % a Préstamos Estuda. Ademais, analizouse a porcentaxe de impago nestes produtos, que foi do 20 % en Préstamos 24 Horas, do 30 % en Préstamos Auto e do 25 % en Préstamos Estuda.

Responda estes catro apartados: 1.1., 1.2., 1.3. e 1.4.

- 1.1.** Seleccionado un préstamo ao azar, calcule a probabilidade de que non se pagara.
- 1.2.** Sabendo que non se pagou un préstamo, calcule a probabilidade de que sexa un Préstamo Auto.
- 1.3.** Se se pagou o préstamo, calcule a probabilidade de que sexa un Préstamo Estuda.
- 1.4.** Segundo os datos proporcionados polo enunciado, indique dous sucesos relacionados con este problema que sexan incompatibles.

PREGUNTA 2. ÁLXEBRA (2 puntos).

Responda un destes dous apartados: 2.1. ou 2.2.

2.1. Unha fábrica de produtos químicos produce 3 fármacos diferentes. Anualmente, esta fábrica ten 4 clientes que, durante o mes de febreiro, realizaron compras ou devolucións, as cales se recolleron (en miles de unidades) na seguinte matriz:

$$\begin{pmatrix} 9 & 5 & 2 \\ 3 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}.$$

- 2.1.1.** Indique que representan as filas e as columnas, e especifique tanto as compras como as devolucións realizadas por cada cliente durante o mes de febreiro.
- 2.1.2.** Sabendo que o primeiro cliente gastou un total de 3250 €, o segundo un total de 2850 € e o cuarto un total de 2800 €, cal é o prezo por unidade de cada fármaco?

2.2. Discuta, segundo os valores do parámetro m , o sistema
$$\begin{cases} x + y + mz = 1, \\ x + my + z = 1, \\ mx + y + z = 1. \end{cases}$$

PREGUNTA 3. ANÁLISE (4 puntos).

Responda dous destes tres apartados: 3.1., 3.2., 3.3.

3.1. Sexa $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ a función dada por $f(x) = \arctan(x + \pi)$, onde $\arctan$ denota a función arcotanxente.

3.1.1. Determine os intervalos de concavidade e de convexidade de f . Estude e ache, se existen, os puntos de inflexión de f (abscisas onde se obteñen e valores que se alcanzan).

3.1.2. Calcule

$$\lim_{x \rightarrow -\pi} \frac{f(x)}{\sin x}.$$

Cal sería o valor do límite se cambiamos no denominador $\sin x$ por $g(x)$, sendo $g(x) = \sin x$ se $x \neq -\pi$ e $g(-\pi) = 2$?

3.2. A suma dos perímetros dun cadrado e un triángulo equilátero é igual a 100 metros. Cales deben ser as medidas dos lados do cadrado e do triángulo para que a suma das súas áreas sexa mínima?

3.3. Responda:

3.3.1. Calcule a área encerrada polas gráficas das funcións $f(x) = -x^2 + 2$ e $g(x) = |x|$.

3.3.2. Razoe, sen calcular a integral, se $\int_1^2 x e^x dx$ ten signo positivo ou negativo. Logo, calcule a integral.

PREGUNTA 4. XEOMETRÍA (2 puntos).

Responda un destes dous apartados: 4.1. ou 4.2.

4.1. Responda:

4.1.1. Considere o triángulo de vértices $A(0, 0, 0)$, $B(2, 4, 0)$ e $C(5, 0, 0)$. Utilizando produtos vectoriais, calcule a súa área. Logo, comprobe o resultado mediante outro método.

4.1.2. Calcule a distancia do punto $P(2, 4, 2)$ ao plano que pasa polos puntos $A(0, 0, 0)$, $C(5, 0, 0)$ e $D(0, 0, 3)$.

4.2. Responda:

4.2.1. Considéranse o plano $\pi: ax + y + z = 1$ e a recta $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{3}$, onde a é un parámetro real.

- Estude a posición relativa de π e r en función de a ,
- obteña o valor de a que fai que π e r sexan perpendiculares e
- razoe se r pode estar contida en π ou non.

4.2.2. Se π é o plano de ecuación $-3x + y + z = 1$, diga que valor debe tomar o parámetro real b para que a recta $s: \frac{x-1}{2} = \frac{y-b}{3} = \frac{z+1}{3}$ estea contida en π .