



GUÍA DE CALIFICACIÓN DE LA MATERIA

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS

CIENCIAS SOCIALES

PAU CURSO 2025-2026

Índice:

1. Introducción.
2. Normativa aplicable.
3. Criterios de corrección y calificación:
 - 3.1 Criterios generales de corrección y calificación.
 - 3.2 Criterios específicos de corrección y calificación.
4. Criterios específicos para el alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo.
5. Ejemplo de ejercicio:
 - 5.1. Estructura del ejercicio.
 - 5.2. Matriz de especificaciones.
 - 5.3. Modelo de examen.
 - 5.4. Solucionario del modelo propuesto.
6. Ponderación de las preguntas.
7. Instrumentos de evaluación.
8. Materiales auxiliares permitidos para el examen.

1. Introducción

El Real Decreto 534/2024, de 11 de junio, por el que se regulan los requisitos de acceso a las enseñanzas universitarias oficiales de Grado, las características básicas de la prueba de acceso y la normativa básica de los procedimientos de admisión (BOE de 12 de junio) en su artículo 18 establece lo siguiente:

“4. Al inicio de cada curso escolar, la comisión organizadora hará públicos los criterios de organización, la estructura básica de los ejercicios y los criterios generales de evaluación.

5. La comisión organizadora elaborará una guía de calificación de cada ejercicio. La guía incluirá, necesariamente, los criterios de corrección y calificación; los criterios específicos para el alumnado con necesidad específica de apoyo educativo, en los casos en que corresponda; la ponderación de cada una de las preguntas; así como los instrumentos de evaluación que se consideren necesarios para valorar objetivamente las posibles respuestas dadas por el alumnado.”

El Decreto 3/2024, de 30 de enero, por el que se establece en el ámbito de la Comunidad Autónoma de La Rioja, la coordinación del procedimiento ordinario de acceso a la universidad (BOR de 1 de febrero), establece en sus artículos 11 y 12 las funciones de los coordinadores de materia de enseñanza universitaria y de los coordinadores de materia de bachillerato, entre las que destacan:

- Definir, conforme a la normativa estatal, la estructura de las propuestas de examen de la materia correspondiente.
- Establecer, en concordancia con los criterios generales establecidos por la Comisión Organizadora y por la normativa estatal, los criterios para la elaboración de las propuestas de examen de la materia correspondiente.
- Elaborar las pruebas sobre su materia que se les requieran desde la Comisión Organizadora. Estas pruebas estarán de acuerdo con los criterios generales que dicha Comisión determine, así como con los criterios específicos establecidos para la materia y deberá ajustarse a las características, diseño y contenido establecido por la normativa estatal.
- Definir, en concordancia con los criterios generales establecidos por la Comisión Organizadora y la normativa estatal, los criterios específicos de evaluación de las pruebas de la materia correspondiente.

Para cumplir con lo establecido en el Real Decreto 534/2024 se procede a la elaboración de esta guía por los coordinadores de materia de universidad y de bachillerato de manera consensuada con los profesores de 2º de bachillerato que imparten la materia en los centros educativos de la Comunidad Autónoma de La Rioja.

Las preguntas o tareas que conformen la prueba conectan, a través de los saberes básicos de la materia, con las competencias específicas del currículo establecido en el Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, por el que se establecen la ordenación y las enseñanzas mínimas del Bachillerato (BOE de 06 de abril) así como con el desarrollo específico recogido en el Decreto 43/2022, de 20 de julio, por el que se establece el currículo de Bachillerato y se regulan determinados aspectos sobre su organización, evaluación, promoción y titulación en la Comunidad Autónoma de La Rioja (BOR, 22 de julio de 2022).

2. Normativa aplicable

Las características básicas de la prueba de acceso a la universidad han sido establecidas por el Real Decreto 534/2024, de 11 de junio, por el que se regulan los requisitos de acceso a las enseñanzas universitarias oficiales de Grado, las características básicas de la prueba de acceso y la normativa básica de los procedimientos de admisión, dando cumplimiento así al mandato recogido en el artículo 38 de la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación, modificada por la Ley Orgánica 3/2020, de 29 de diciembre.

Ha quedado derogado el Real Decreto 310/2016, de 29 de julio, por el que se regulan las evaluaciones finales de Educación Secundaria Obligatoria y de Bachillerato y el Real Decreto 412/2014, de 6 de junio, por el que se establece la normativa básica de los procedimientos de admisión a las enseñanzas universitarias oficiales de Grado.

El Real Decreto 534/2024, de 11 de junio, establece en su artículo 13, las características básicas de los ejercicios de los que consta la prueba, y entre ellos cabe destacar como novedosos, los recogidos en los siguientes apartados:

- Apartados 1 y 2. Los ejercicios deberán tener un diseño competencial, requerirán del alumnado creatividad y capacidad de pensamiento crítico, reflexión y madurez en la resolución por escrito de una serie de preguntas o tareas adecuadas a las competencias específicas evaluadas.
- Apartado 3. En consonancia con la definición de las competencias clave establecida en el anexo I del Real Decreto 243/2022, de 5 de abril, las preguntas o tareas se contextualizarán en entornos artísticos, científicos, humanísticos y tecnológicos y, preferentemente, en entornos próximos a la vida del alumnado.
- Apartado 6. Los ejercicios podrán estar estructurados en diferentes apartados, que, a su vez, podrán contener una o varias preguntas o tareas. Estas podrán requerir respuestas cerradas, semiconstruidas o abiertas, siempre que en cada uno de los ejercicios la puntuación asignada al total de preguntas o tareas de respuesta abierta y semiconstruida alcance como mínimo el 70 por ciento.
- Apartado 7. En cada materia se hará entrega de un único modelo de ejercicio. Sin embargo, si se estima conveniente, en algunos apartados, se podrá incluir la posibilidad de elegir entre varias preguntas o tareas. Esta elección no podrá implicar en ningún caso la disminución del número de competencias específicas objeto de evaluación.
- Apartado 10. En todos los ejercicios se incluirá información para el alumnado sobre los criterios de corrección y calificación. Estos criterios incluirán, entre otros, parámetros que permitan valorar los siguientes aspectos:
 - a) la adecuación a lo solicitado en el enunciado,
 - b) la coherencia, la cohesión, la corrección gramatical, léxica y ortográfica de los textos producidos, así como su presentación.

3. Criterios de corrección y calificación

3.1. Criterios generales de corrección y calificación.

En el examen de Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales de la prueba de acceso a la Universidad se ponderará específicamente la capacidad expresiva y la corrección idiomática de los estudiantes, y para ello se tendrá en cuenta:

1. La corrección ortográfica (grafías, tildes y puntuación).
2. La coherencia, la cohesión, la corrección gramatical, la corrección léxica de los textos producidos, así como su presentación.

Las penalizaciones por errores se aplicarán atendiendo a los siguientes criterios. El corrector marcará los errores en el ejercicio y especificará claramente la deducción efectuada en la nota global en relación con los dos criterios anteriores, recordando que la penalización nunca podrá ser superior a un punto.

La máxima deducción global en el ejercicio será un punto de la forma siguiente:

- Los dos primeros errores ortográficos no se penalizarán. Cuando se repita la misma falta de ortografía se contará como una sola.
- A partir de la tercera falta de ortografía se deducirán -0,10 hasta un máximo de un punto.
- Por errores en la redacción, falta de coherencia, cohesión, corrección léxica, vocabulario y la presentación se podrá deducir un máximo de medio punto.

Obsérvese que en aquellos casos en los que la suma de las deducciones anteriores sea superior a un punto, esta será la máxima permitida: un punto.

3.2. Criterios específicos de corrección y calificación

1. Las respuestas a los ejercicios deben realizarse expresando de forma razonada el proceso seguido en su resolución, con el rigor y la precisión necesarios, usando el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados, y utilizando argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos explícitos y coherentes, valorándose el grado de cumplimiento con un 10% de la puntuación máxima en cada pregunta o tarea.
2. La mera descripción del planteamiento, sin que se lleve a cabo la resolución de manera efectiva, no es suficiente para obtener una valoración completa de la pregunta o tarea.
3. En las preguntas o tareas en los que se pida expresamente una deducción razonada, la mera aplicación de una fórmula no será suficiente para obtener una valoración completa de las mismas.
4. Los errores cometidos en una pregunta o tarea, por ejemplo, en el cálculo del valor de un cierto parámetro, no se tendrán en cuenta en la calificación de los desarrollos posteriores que puedan verse afectados, siempre que resulten de una complejidad equivalente.
5. Los errores en las operaciones aritméticas elementales se penalizarán con un 10% de la puntuación máxima en cada pregunta o tarea.

4. Criterios específicos para el alumnado con necesidades específicas de apoyo educativo

La Comisión Organizadora determinará las medidas oportunas que garanticen que el alumnado que presente algún tipo de necesidad específica de apoyo educativo y así lo acredite, pueda realizar la prueba en las debidas condiciones de igualdad.

En todo caso, la determinación de dichas medidas se hará basándose en las adaptaciones curriculares realizadas para el mismo, a lo largo de la etapa educativa anterior, las cuales estarán debidamente informadas por los correspondientes servicios de orientación.

5. Ejemplo de ejercicio

5.1. Estructura del ejercicio

En el examen de Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales, cada bloque de saberes básicos representará entre un 30% y un 40% del total de la prueba. Cada estudiante deberá resolver cuatro ejercicios cuyo modelo es el siguiente:

El Ejercicio 1 será obligatorio y de carácter competencial. Tendrá una puntuación máxima de 3 puntos.

El Ejercicio 2 será obligatorio y de carácter competencial y tendrá una puntuación máxima de 2 puntos.

El Ejercicio 3 tendrá una puntuación máxima de 2 puntos y se podrá elegir entre dos opciones (*Opción 1 / Opción 2*).

El Ejercicio 4 tendrá una puntuación máxima de 3 puntos y se podrá elegir entre dos opciones (*Opción 1 / Opción 2*).

En el caso en el que el estudiante pueda elegir entre dos opciones, deberá realizar únicamente una de ellas. En el caso de responder a las dos, sólo se corregirá la que aparezca físicamente en primer lugar.

En la puntuación máxima de cada pregunta o tarea está contemplado el 10% de la misma para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

5.2. Matriz de especificaciones

Se considera que no es necesaria la matriz de especificaciones en esta materia.

5.3. Modelo de examen

El alumnado tendrá que responder, a un número de preguntas determinado previamente y que figurará en el examen. En el supuesto de que el alumnado, de forma voluntaria o involuntaria, responda a un número de preguntas superior al establecido previamente, únicamente se corregirán las primeras respuestas, según el orden en que aparezcan, hasta completar el número de preguntas exigido. Las restantes preguntas contestadas no serán objeto de corrección ni calificación.

 UNIVERSIDAD DE LA RIOJA	Prueba de Acceso a la Universidad (PAU) Curso 2025/2026 ASIGNATURA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES
---	--

Cada estudiante deberá resolver cuatro ejercicios.

El Ejercicio 1 será obligatorio y de carácter competencial. Tendrá una puntuación máxima de 3 puntos.

El Ejercicio 2 será obligatorio y de carácter competencial y tendrá una puntuación máxima de 2 puntos.

El Ejercicio 3 tendrá una puntuación máxima de 2 puntos y se podrá elegir entre dos opciones (*Opción 1 / Opción 2*).

El Ejercicio 4 tendrá una puntuación máxima de 3 puntos y se podrá elegir entre dos opciones (*Opción 1 / Opción 2*).

Todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Solo se permite el uso de calculadoras que aparecen en el listado publicado en la web de la Universidad de La Rioja. No se permite el préstamo de materiales (ni bolígrafos ni tìpex, ni materiales auxiliares) entre el alumnado, durante el examen.

EJERCICIO 1 (3 PUNTOS)

Resuelve los apartados a) y b):

a) **(1 PUNTO)** El examen de cierta materia se compone de dos partes: una teórica y otra práctica. Se sabe que un 20% de los estudiantes aprueban ambas partes; un 70% aprueba la parte teórica; y un 40% aprueba la parte práctica. Elegido un estudiante al azar entre los presentados, se pide:

a.1) Probabilidad de que apruebe la parte práctica si ha aprobado la parte teórica.

a.2) Probabilidad de que apruebe alguna de las dos partes.

b) **(2 PUNTOS)** La velocidad a la que circulan los vehículos por un determinado tramo de carretera sigue una distribución normal. A partir de 100 mediciones tomadas por un radar colocado en dicha carretera, se ha calculado el siguiente intervalo de confianza al 97% para la velocidad media (Km/h) en dicho tramo: (86,528, 93,472). Calcula la varianza poblacional y la velocidad media de la muestra de las 100 mediciones tomadas por el radar.

EJERCICIO 2 (2 PUNTOS)

En un almacén se guarda aceite de oliva y aceite de girasol. Para atender a los clientes se ha de tener almacenado un mínimo de 40 bidones de aceite de oliva y 20 de girasol. Además, el número de bidones de aceite de oliva no debe ser inferior a la mitad del número de bidones de aceite de girasol. La capacidad total del almacén es de 150 bidones. Se sabe que el gasto de almacenaje de un bidón de aceite de oliva es de 2 € y el de girasol es de 1 €. Se desea saber cuántos bidones de aceite de oliva y de girasol se deben almacenar para que el gasto de almacenaje sea mínimo. Se pide:

- (0,5 PUNTOS)** Plantea el problema de programación lineal que minimiza el gasto de almacenaje
- (0,5 PUNTOS)** Representa la región factible S.
- (0,5 PUNTOS)** Calcula las coordenadas de los vértices de dicha región S.
- (0,5 PUNTOS)** ¿Cuántos bidones de cada tipo habrá que almacenar para que el gasto sea mínimo?

EJERCICIO 3 (2 PUNTOS)

Elige una, y sólo una, de las dos opciones siguientes:

(Opción 1)

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} m & 1 & 0 \\ m & 3 & -1 \\ 0 & 2 & m \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$:

- (1 PUNTO)** Calcula para qué valores de "m" la matriz A posee inversa.
- (1 PUNTO)** Para $m = 2$, calcula una matriz X para que verifique la igualdad: $A X = B$

(Opción 2)

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$:

- (0,75 PUNTOS)** Calcula A^{48} y A^{21} .
- (0,5 PUNTOS)** Estudia si se verifica o no la relación: $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$.
- (0,75 PUNTOS)** ¿Qué tendrían que cumplir A y B para que dicha relación fuera cierta?

EJERCICIO 4 (3 PUNTOS)

Elige una, y sólo una, de las dos opciones siguientes:

(Opción 1)

Los ingresos (en miles de euros) de una empresa riojana vienen dados por la función $I(t)$, siendo t el tiempo transcurrido en meses:

$$I(t) = \begin{cases} -2t^2 + 16t + 2 & 0 \leq t \leq 5 \\ K - 8t & 5 < t \leq 7 \end{cases}$$

- (0,5 PUNTOS)** Se sabe que $I(t)$ es una función continua. Calcula el valor de "K".
- (0,75 PUNTOS)** Calcula en qué mes se alcanzan los máximos ingresos
- (0,75 PUNTOS)** Representa la función $I(t)$
- (1 PUNTO)** Calcula la integral $\int_1^4 I(t) dt$.

(Opción 2)

Dada la función $f(x) = \frac{mx^2 + 8}{3x}$

- a) **(1 PUNTO)** Calcula el valor de “m” para que dicha función alcance un mínimo relativo en $x = 2$. Comprueba que realmente es un mínimo relativo.
- b) **(1 PUNTO)** Para $m = 2$, estudia el crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.
- c) **(1 PUNTO)** Calcula el valor de “m” para que se verifique la igualdad: $\int_1^4 x f(x) dx = 64$.

Tabla. Distribución normal tipificada.

z	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0,1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0,2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0,3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0,4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0,5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0,6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0,7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0,8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0,9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1,0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1,1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1,2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1,3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1,4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1,5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1,6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1,7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1,8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1,9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2,0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2,1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2,2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2,3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2,4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2,5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2,6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2,7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974

5.4. Solucionario del modelo propuesto

EJERCICIO 1

Resuelve los apartados a) y b):

- a) (1 PUNTO)** El examen de cierta materia se compone de dos partes: una teórica y otra práctica. Se sabe que un 20% de los estudiantes aprueban ambas partes; un 70% aprueba la parte teórica; y un 40% aprueba la parte práctica. Elegido un estudiante al azar entre los presentados, se pide:

a.1) **(0,5 PUNTOS)** Probabilidad de que apruebe la parte práctica si ha aprobado la parte teórica.

a.2) **(0,5 PUNTOS)** Probabilidad de que apruebe alguna de las dos partes.

Consideremos los siguientes sucesos:

T= "aprobar parte teórica"; R = "aprobar parte práctica"

Por lo datos que nos dan en el enunciado, sabemos que: $P(T) = 0,7$; $P(R) = 0,4$; $P(T \cap R) = 0,2$

$$a.1) P(R / T) = \frac{P(T \cap R)}{P(T)} = \frac{0,2}{0,7} = \frac{2}{7}$$

$$a.2) P(T \cup R) = P(T) + P(R) - P(T \cap R) = 0,7 + 0,4 - 0,2 = 0,9$$

- b) (2 PUNTOS)** La velocidad a la que circulan los vehículos por un determinado tramo de carretera sigue una distribución normal. A partir de 100 mediciones tomadas por un radar colocado en dicha carretera, se ha calculado el siguiente intervalo de confianza del 97% para la velocidad media (Km/h) en dicho tramo: (86,528, 93,472). Calcula la varianza poblacional y la velocidad media de la muestra de las 100 mediciones tomadas por el radar.

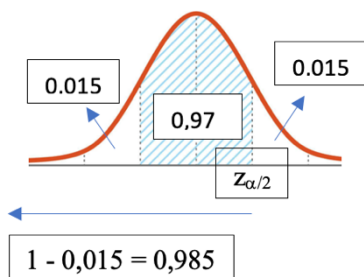
$$X \sim N(\mu, \sigma); \quad \bar{X} \sim N(\mu, \sigma / \sqrt{n})$$

Nos piden calcular σ^2 y $\bar{x}$. Se realizan 100 mediciones con el radar: $n = 100$

Intervalo de confianza al 97%: $IC_{97\%} = (86,528, 93,472) = (\bar{x} - E, \bar{x} + E)$ con $E = z_{\alpha/2} \cdot \sigma / \sqrt{n}$

La amplitud del intervalo es: $93,472 - 86,528 = 6,944$ y su radio = $E = 3,472$

Intervalo de confianza al 97%: $1 - \alpha = 0,97$; $\alpha = 0,03$; $\alpha / 2 = 0,03/2 = 0,015$



Mirando en las tablas: $z_{\alpha/2} = 2,17$

$$E = z_{\alpha/2} \cdot \sigma / \sqrt{n} = 2,17 \sigma / \sqrt{100} = 2,17 \cdot \sigma / 10 = 3,472$$

$\sigma = 3,472 \cdot 10 / 2,17 = 16$. La varianza se calcula elevando al cuadrado la desviación típica: $\sigma^2 = 16^2 = 256$

El intervalo es: $(86,528, 93,472) = (\bar{x} - E, \bar{x} + E)$; $86,528 = \bar{x} - E$

La velocidad media muestral es: $\bar{x} = 86,528 + E = 86,528 + 3,472 = 90 \text{ Km/h}$

También podríamos haber calculado $\bar{x}$ de la forma siguiente: $\bar{x} = \frac{1}{2} \cdot (86,528 + 93,472) = 90 \text{ Km/h}$

EJERCICIO 2

En un almacén se guarda aceite de oliva y aceite de girasol. Para atender a los clientes se ha de tener almacenado un mínimo de 40 bidones de aceite de oliva y 20 de girasol. Además, el número de bidones de aceite de oliva no debe ser inferior a la mitad del número de bidones de aceite de girasol. La capacidad total del almacén es de 150 bidones. Se sabe que el gasto de almacenaje de un bidón de aceite de oliva es de 2 € y el de girasol es de 1 €. Se desea saber cuántos bidones de aceite de oliva y de girasol se deben almacenar para que el gasto de almacenaje sea mínimo. Se pide:

- a) **(0,5 PUNTOS)** Plantea el problema de programación lineal que minimiza el gasto de almacenaje
Llamemos $x = \text{n.º de bidones de aceite de oliva}$; $y = \text{n.º de bidones de aceite de girasol}$

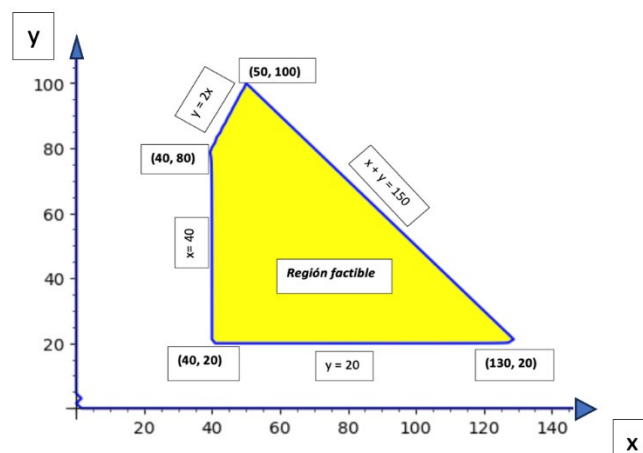
Las restricciones del problema son:

- $x \geq 40$ se han de almacenar como mínimo 40 bidones de aceite de oliva
 - $y \geq 20$ se han de almacenar como mínimo 40 bidones de aceite de girasol
 - $x \geq y/2$; $2x \geq y$; $2x - y \geq 0$ el n.º de bidones de aceite de oliva no debe ser inferior a la mitad del n.º de bidones de aceite de girasol
 - $x + y \leq 150$ la capacidad total del almacén es de 150 bidones
 - Además, $x \geq 0$, $y \geq 0$: el n.º de bidones de aceite no puede ser un n.º negativo
- La función "gasto de almacenaje" vendrá dada por la función $z = 2x + y$

El planteamiento del problema a resolver es:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Minimizar } z = 2x + y. \\ \text{sujeito a} \\ \quad x \geq 40 \\ \quad y \geq 20 \\ \quad 2x - y \geq 0 \\ \quad x + y \leq 150 \\ \quad x \geq 0, y \geq 0 \end{array} \right.$$

- b) **(0,5 PUNTOS)** Representa la región factible S.



- c) **(0,5 PUNTOS)** Calcula las coordenadas de los vértices de dicha región S.

Los vértices de la región son los puntos:

(40, 20): intersección de las rectas $x = 40$, $y = 20$

(40, 80): intersección de las rectas $x = 40$, $y = 2x$

(50, 100): intersección de las rectas $y = 2x$, $x + y = 150$

(130, 20): intersección de las rectas $y = 20$, $x + y = 150$

d) (0,5 PUNTOS) ¿Cuántos bidones de cada tipo habrá que almacenar para que el gasto sea mínimo?

En este caso, el valor mínimo de la función de gastos ($f(x, y) = 2x + y$) se alcanza en alguno de los vértices de la región factible. Evaluaremos ahora dicha función en los vértices y veremos en cuál se alcanza el valor mínimo.

$$(40, 20) \quad f(40, 20) = 2 \times 40 + 20 = 100$$

$$(40, 80) \quad f(40, 80) = 2 \times 40 + 80 = 160$$

$$(50, 100) \quad f(50, 100) = 2 \times 50 + 100 = 200$$

$$(130, 20) \quad f(130, 20) = 2 \times 130 + 20 = 280$$

El valor mínimo se alcanza en el punto (40, 20).

El gasto de almacenaje es mínimo cuando se almacenan 40 bidones de aceite de oliva y 20 de girasol, siendo el gasto de 100 €.

EJERCICIO 3

Elige una, y sólo una, de las dos opciones siguientes y resuelve la tarea propuesta:

(Opción 1)

Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} m & 1 & 0 \\ m & 3 & -1 \\ 0 & 2 & m \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$:

a) (1 PUNTO) Calcula para qué valores de "m" la matriz A posee inversa.

Calculemos el determinante de la matriz A. Sabemos que si el $|A|$ es distinto de 0, poseerá inversa; por el contrario, si $|A| = 0$, no poseerá inversa.

Veamos para qué valores de "m" el $|A|$ es 0:

$$|A| = \begin{vmatrix} m & 1 & 0 \\ m & 3 & -1 \\ 0 & 2 & m \end{vmatrix} = 3m^2 - m^2 + 2m = 2m^2 + 2m = 2m(m + 1)$$

$|A| = 0$ si $m = 0$ o $m = -1$: para estos valores de "m" A no posee inversa.

$|A| \neq 0$ si $m \neq 0$ y $m \neq -1$: para estos valores de "m" A sí posee inversa.

b) (1 PUNTO) Para $m = 2$, calcula una matriz X para que verifique la igualdad: $A \cdot X = B$

A es una matriz cuadrada 3×3 , B es una matriz 3×1 , luego la matriz X debe ser 3×1 .

$$\text{Si } X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}; AX = B; \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Realizando el producto, llegamos al sistema de ecuaciones lineales:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 8 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 5 \\ 2x_2 + 2x_3 = 6 \end{cases}$$

Tomemos ahora la matriz ampliada asociada a dicho sistema. Intentaremos resolver dicho sistema aplicando Gauss

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 8 \\ 2 & 3 & -1 & 5 \\ 0 & 2 & 2 & 6 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 8 \\ 0 & 2 & -1 & -3 \\ 0 & 2 & 2 & 6 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 8 \\ 0 & 2 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

Llegamos al sistema:
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 8 & ; & 2x_1 + 0 = 8 & ; & x_1 = 4 \\ 2x_2 - x_3 = -3 & ; & 2x_2 - 3 = -3 & ; & x_2 = 0 \\ 3x_3 = 9 & ; & x_3 = 3 \end{cases}$$

La solución pedida es: $X = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

(Opción 2)

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$:

a) (0,75 PUNTOS) Calcula A^{48} y A^{21} .

Calculemos en primer lugar A^2 , A^3 , A^4

$$A^2 = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I \text{ (matriz identidad } 2 \times 2)$$

$$A^3 = A^2 \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = A; \quad A^4 = A^3 \cdot A = A \cdot A = I$$

Observamos que: $\begin{cases} A^n = A, & \text{si } n \text{ es impar} \\ A^n = I, & \text{si } n \text{ es par} \end{cases} \quad (n \geq 1, n^o \text{ natural})$ Por lo tanto: $A^{48} = I$ y $A^{21} = A$.

b) (0,5 PUNTOS) Estudia si se verifica o no la relación: $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$.

Hagamos el producto de las matrices: $(A + B)(A - B) = A^2 - AB + BA - B^2$

La igualdad será cierta si $AB = BA$

$$AB = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -14 \\ 5 & -9 \end{pmatrix}; \quad BA = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

En este caso no se verifica la igualdad.

(También se pueden calcular $A + B$, $A - B$, A^2 , B^2 y comprobar que $(A + B)(A - B) \neq A^2 - B^2$)

c) (0,75 PUNTOS) ¿Qué tendrían que cumplir A y B para que dicha relación fuera cierta?

Ambas son matrices cuadradas 2×2 luego es posible hacer AB y BA . La igualdad que se indica,

$(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$, se verificaría si $AB = BA$.

EJERCICIO 4

Elige una, y sólo una, de las dos opciones siguientes y resuelve la tarea propuesta:

(Opción 1)

Los ingresos (en miles de euros) de una empresa riojana vienen dados por la función $I(t)$, siendo t el tiempo transcurrido en meses:

$$I(t) = \begin{cases} -2t^2 + 16t + 2 & 0 \leq t \leq 5 \\ K - 8t & 5 < t \leq 7 \end{cases}$$

a) (0,5 PUNTOS) Se sabe que $I(t)$ es una función continua. Calcula el valor de "K".

$$I(5) = -2 \times 25 + 16 \times 5 + 2 = -50 + 80 + 2 = 32 = \lim_{t \rightarrow 5^-} I(t)$$

$$\lim_{t \rightarrow 5^+} (K - 8t) = K - 40; K - 40 = 32; K = 40 + 32 = 72; K = 72.$$

$$\text{Luego } I(t) = \begin{cases} -2t^2 + 16t + 2 & 0 \leq t \leq 5 \\ 72 - 8t & 5 < t \leq 7 \end{cases}$$

b) (0,75 PUNTOS) Calcula en qué mes se alcanzan los máximos ingresos.

Si $0 < t < 5$:

$$I(t) = -2t^2 + 16t + 2$$

$$I'(t) = -4t + 16 = 0; t = 4$$

$$I''(t) = -4; \quad I''(4) = -4 < 0 \text{ luego } I(t) \text{ alcanza un máximo relativo en } t = 4$$

Si $5 < t < 7$:

$$I(t) = 72 - 8t$$

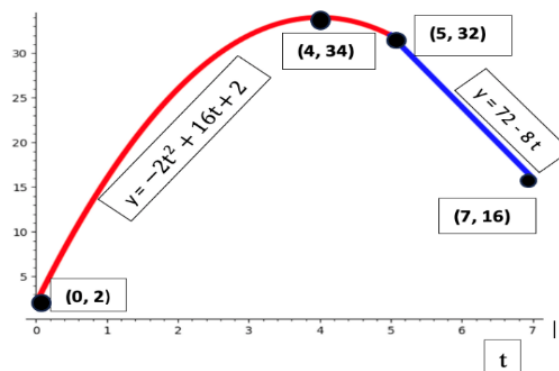
$$I'(t) = -8 \neq 0 \text{ No existen extremos relativos en el intervalo } (5, 7).$$

Evaluemos la función en $t = 4$, $t = 0$, $t = 5$, $t = 7$:

$$I(4) = 34, I(0) = 2, I(5) = 32, I(7) = 16$$

Los ingresos son máximos en el cuarto mes y son de 34.000€.

c) (0,75 PUNTOS) Representa la función $I(t)$



d) (1 PUNTO) Calcula la integral $\int_1^4 I(t) dt$.

$$\int_1^4 I(t) dt = \int_1^4 (-2t^2 + 16t + 2) dt = \left[-\frac{2}{3} t^3 + 8t^2 + 2t \right]_1^4 =$$

$$\left[-\frac{2}{3} 4^3 + 8 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4 \right] - \left[-\frac{2}{3} 1^3 + 8 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 \right] = -\frac{128}{3} + 128 + 8 + \frac{2}{3} - 8 - 2 =$$

$$-\frac{128}{3} + 136 + \frac{2}{3} - 10 = \frac{1}{3} (378 - 126) = 84$$

(Opción 2)

Dada la función $f(x) = \frac{mx^2 + 8}{3x}$

- a) (1 PUNTO)** Calcula el valor de “m” para que dicha función alcance un mínimo relativo para $x = 2$. Comprueba que realmente es un mínimo relativo.

$$f'(x) = \frac{2mx - 3(m x^2 + 8)}{9x^2} = \frac{6mx^2 - 3(m x^2 + 8)}{9x^2} = \frac{3mx^2 - 24}{9x^2}$$

$$f'(2) = \frac{12m - 24}{36} = 0; 12m - 24 = 0; m = 2.$$

Comprobemos que realmente es un mínimo relativo.

$$f(x) = \frac{2x^2 + 8}{3x}; f'(x) = \frac{6x^2 - 24}{9x^2}; f''(x) = \frac{432}{81x^3};$$

$$f''(2) = \frac{432}{648} > 0 \text{ luego efectivamente la función alcanza un mínimo relativo en } x = 2.$$

- b) (1 PUNTO)** Para $m = 2$, estudia el crecimiento y decrecimiento de $f(x)$

$$f(x) = \frac{2x^2 + 8}{3x}; f'(x) = \frac{6x^2 - 24}{9x^2} = \frac{6(x^2 - 4)}{9x^2} = \frac{6(x - 2)(x + 2)}{3x^2}$$

Estudiamos ahora el signo de $f'(x)$:

$f'(x)$ es negativa en $(-2, 0) \cup (0, 2)$; f es decreciente en $(-2, 0) \cup (0, 2)$

$f'(x)$ es positiva en $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$; f creciente en $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

- c) (1 PUNTO)** Calcula el valor de “m” para que se verifique la igualdad: $\int_1^4 x f(x) dx = 64$.

$$\int_1^4 x f(x) dx = \int_1^4 x \frac{mx^2 + 8}{3x} dx = \frac{1}{3} \int_1^4 (mx^2 + 8) dx = \frac{1}{3} \left[\frac{mx^3}{3} + 8x \right]_1^4$$

$$= \frac{1}{3} \left[\left(\frac{64m}{3} + 32 \right) - \left(\frac{m}{3} + 8 \right) \right] = \frac{1}{3} \left[\frac{64m}{3} + 32 - \frac{m}{3} - 8 \right] = \frac{1}{3} (21m + 24)$$

Como $\int_1^4 x f(x) dx = 64$; $\frac{1}{3} (21m + 24) = 64$; $21m + 24 = 192$; $m = 8$.

6. Ponderación de las preguntas

<i>Ejercicio</i>	<i>Opciones</i>	<i>Puntuación máxima</i>
1	<i>Sin posibilidad de elección</i>	<i>3 puntos</i>
2	<i>Sin posibilidad de elección</i>	<i>2 puntos</i>
3	Posibilidad de elegir entre dos opciones	<i>2 puntos</i>
4	Posibilidad de elegir entre dos opciones	<i>3 puntos</i>

7. Instrumentos de evaluación

La evaluación se realizará mediante el solucionario que se entregará a los correctores. Antes de la corrección se analizarán todas las preguntas entre los coordinadores y los correctores por si hubiese que incluir algún matiz o diferentes puntos de vista que no estuviesen en las respuestas del solucionario.

8. Materiales auxiliares permitidos para el examen

Se permitirá el uso de calculadoras. Se puede consultar el listado de calculadoras permitidas en el siguiente [Listado de calculadoras](#)

No se permite el préstamo de materiales (ni bolígrafos, ni t pex, ni materiales auxiliares) entre el alumnado, durante el examen