

Hautatu hemen dituzun sei ariketa hauetako hiru:**1. ARIKETA:**

- i) Saikatu sistema hau soluzio kopuruaren arabera eta ebatzi Gauss metodoaren bidez. (7 puntu)

$$\begin{cases} x + y + 3z = 1 \\ 4x + 3y + 5z = 5 \\ 2x + y - z = 3 \end{cases}$$

- ii) Matrize hauek ditugu: $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ eta $B = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ k & -6 \end{pmatrix}$. Kalkulatu k parametroak zer balio

hartu behar duen bi matrizeen biderketa trukagarria izan dadin. (3 puntu)

2. ARIKETA:

Enpresa batek bi makina erabiltzen ditu (M1 eta M2) hiru motatako altzairu xaflak fabrikatzeko (xafla marratuak, xafla leunak eta bi aldiz marratutako xaflak). M1 makinak, lanordu bakoitzeko, honakoa fabrikatzen du: 10 metro xafla marratu, 50 metro xafla leun eta 10 metro bi aldiz marratutako xafla. M2 makinak, lanordu bakoitzeko, honakoa fabrikatzen du: 40 metro xafla marratu, 20 metro xafla leun eta 10 metro bi aldiz marratutako xafla. M1 makinaren lanordu bakoitza 800 euro kostatzen da, eta M2 makinarena 100 euro. Jakinik enpresari egunero gutxieneko eskari hau egiten diotela: 240 metro xafla marratu, 300 metro xafla leun eta 120 metro bi aldiz marratutako xafla; kalkulatu makina bakoitzak egun bakoitzean zenbat lanordu egin beharko dituen fabrikazio kostua minimizatzeke.

- i) Planteatu ariketa. (4 puntu)
- ii) Ebatzi grafikoki eta interpretatu soluzioa problemaren testuinguruan. (4 puntu)
- iii) Grafikoki aztertu zer gertatuko litzatekeen altzairu xafla leunen eguneroko eskaria handituko balitz eta oraingoa baino 100 metro gehiagokoa izanen balitz. (2 puntu)

3. ARIKETA:

Matrize hauek ditugu: $f(x) = x + 3$ eta $g(x) = -x^2 + 4x + 3$

- i) Kalkulatu $g(x)$ funtzioaren deribatua $x = 1$ puntuan, deribatuaren definizioa aplikatuta. (3 puntu)
- ii) Marraztu ezazu $f(x)$ eta $g(x)$ funtzioen artean dagoen planoaren barrutia (eskualdea). Kalkulatu barruti (eskualde) horren azalera. (7 puntu)

4. ARIKETA:

Nafarroako enpresa txiki baten etekina (milaka eurotan) funtzio honen arabera aldatu da:

$$B(t) = \begin{cases} -t^2 + 8t + 4 & \text{baldin eta } 0 \leq t \leq 7 \\ 2t - 3 & \text{baldin eta } 7 < t \leq 10 \end{cases} .$$
 Pasatutako denbora t da, hau da, zenbat

hilabete pasatu diren.

- i) Zein da enpresaren hasierako etekina? (1 puntu)
- ii) Aztertu $B(t)$ funtzioaren jarraitutasuna, eta sailkatu eten-puntuak halakorik badago. (3 puntu)
- iii) Zer hilabetetan ailegatuko da etekin maximora? Zenbatekoa da etekin maximoa? (3 puntu)
- iv) Irudika ezazu enpresaren etekinaren bilakaera adierazten duen grafikoa. (3 puntu)

5. ARIKETA:

- i) Lehiaketa batean bi ontzi erabiliko dira. Lehenbiziko ontzian, 15 bola daude: haietako 6k bidaia baten saria ematen dute, beste 5ek 1.000 euroko saria eta 4k ez dute inolako saririk. Bigarren ontzian, 10 bola daude: 3k ematen dute bidaia baten saria, 4k 1.000 eurokoa eta beste 3k deus ez. Lehiakide batek bola bat hautatu behar du ausaz lehenbiziko ontzitik, eta bigarren ontzian sartu. Gero, bola bat hautatu behar du ausaz bigarren ontzitik. Kalkulatu zein den probabilitatea hautatutako bolak saririk ez izateko. (5 puntu)
- ii) Unibertsitate bateko ikasleei inkesta bat egin zieten jateko ohiturei eta jarduera fisikoa egitekoari buruz. Ikasleen % 40k 5 otordu egiten zituen egunean, eta ikasleen % 70ek jarduera fisikoa erregularitasunez. 5 otordu egiten zituztenen % 80k jarduera fisikoa ere egiten zuten erregularitasunez.
Ikasle bat hautatu da ausaz. Kalkulatu zein probabilitate dagoen ikasle horrek ez egiteko ez egunean 5 otordu ez jarduera fisikorik erregularitasunez. (3 puntu)
Aztertu ea “egunean 5 otordu egitea” eta “jarduera fisikoa erregularitasunez egitea” bi gertaera aske diren edo ez. (2 puntu)

6. ARIKETA:

A herrialdeko gazteen hileko soldatak (eurotan) banaketa normal bati jarraitzen dio, bariantza 40.000 euro² izanik; B herrialdeko gazteen hileko soldatak, berriz, banaketa normal bati 300 euroko desbideratze tipikoarekin. A herrialdeko 169 gaztez osatutako lagin bat hartu da, eta gazte horien hileko batez besteko soldata 1.200 euro da. B herrialdeko 49 gaztez osatutako beste lagin bat hartu da, eta gazte horien hileko batez besteko soldata 1.600 euro da.

- i) Kalkulatu konfiantza-tarte bat A herrialdeko gazteen hileko batez besteko soldatarako eta beste konfiantza-tarte bat B herrialdeko gazteen hileko batez besteko soldatarako, bien konfiantza-maila % 88 izanik. Interpretatu soluzioak problemaren testuinguruan. (5 puntu)
- ii) B herrialdeko laginaren datuekin, beste konfiantza-tarte bat kalkulatuz da hileko batez besteko soldatarako: [1.525, 1.675]. Kalkulatu tarte horren konfiantza-maila eta arrazoitu erantzuna. (5 puntu)

(Behar diren formulak idatzi eta erantzunak arrazoitu)

Banaketa normal estandarraren taula Z ~ N(0,1)

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-3,5	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
-3,4	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002
-3,3	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003
-3,2	0,0007	0,0007	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005
-3,1	0,0010	0,0009	0,0009	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
-0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641
k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998

$$P(Z < k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^k e^{-t^2/2} dt$$

