

Hautatu hemen dituzun sei ariketa hauetako hiru:

1. ARIKETA:

Matrize hauek ditugu: $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$ eta $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$

- Arrazoitu zer dimentsio izan behar duen D matrize batek, $(B^t \cdot D)$ zutabe-matrize bat izan dadin. (2 puntu)
- Kalkulatu $A \cdot B$ (2 puntu)
- I identitate matrizea izanik, bakandu eta kalkulatu $ABX - C = I$ ekuazioa egiaztatzen duen X matrizea. (6 puntu)

2. ARIKETA:

Enpresa batek pintura mota bat ekoizten du, merkatu nazionalen saltzen duena, eta unitateko mozkina 10.000 euro/tona da. Enpresa hori bere produktua nazioarteko merkatuan sartzea pentsatzen ari da, unitateko mozkina bikoiztu egiten baita merkatu horretan. Enpresak gaur egun 80 tona ekoizten ditu hilean, eta ez du asmorik ekoizpen-ahalmen hori handitzeko.

Bezero nazionalak galtzeko beldurrez, enpresak erabaki du hilean ekoizpen osoaren % 75 gutxienez merkatu horretara bideratzea. Horrez gain, nazioarteko merkatuko bezero batek hilean 10 tonako eskaera egin dio enpresari, eta, beraz, erabaki dute hilean gutxienez kantitate hori bideratzea nazioarteko merkatura.

Kalkulatu zer kantitate bideratu beharko duen enpresak hilean bi merkatuetako bakoitzera, baldin eta hilean duen mozkina maximizatu nahi badu.

- Planteatu ariketa. (4 puntu)
- Ebatzi grafikoki eta interpretatu soluzioa problemaren testuinguruan. (4 puntu)
- Aztertu grafikoki zer gertatuko litzatekeen pinturaren mozkina 20.000 euro/tona izateraino handituko balitz merkatu nazionalen. (2 puntu)

3. ARIKETA:

Funtzio hau dugu: $f(x) = \sqrt{5 + x^2}$

- Kalkulatu $f(x)$ funtzioaren grafikoak $x = -2$ puntuan duen zuzen ukitzailearen ekuazioa. (4 puntu)
- Kalkulatu $\int x \cdot f(x) dx$ (3 puntu)
- Kalkulatu funtzio honen deribatua: $g(x) = 6 \ln(5 - 3x) + 3x^2 \sin(7x - 5)$ (3 puntu)

4. ARIKETA:

Funtzio hau dugu: $f(x) = -x^2 + 2x + 3$

- i) Kalkulatu ardatzekiko ebaki puntuak. (1 puntu).
- ii) Kalkulatu mutur erlatiboak eta gorapen eta beherapen tarteak. (3 puntu)
- iii) Marraztu ezazu $f(x)$ funtzioak, OX ardatzak eta $x = -2$ eta $x = 2$ zuzenak mugatutako barrutia (eskualdea). (2 puntu)
- iv) Kalkulatu barruti (eskualde) horren azalera. (4 puntu)

5. ARIKETA:

Ustekabeen 50 ikasleri jarritako ebaluazio-proba batean, 20 ikaslek test motako proba bat egin dute, eta 30ek problema bat ebatzi. Test motako proba egin duten ikasleen % 90ek gaitututa egin dute, eta problema ebatzi dutenetatik, berriz, 24 ikaslek gaitututa dute.

- i) Ikasle bat hautatu da ausaz. Kalkulatu zein den probabilitatea ikasle horrek proba gaitututa ez izateko. (2 puntu)
- ii) Ikasle bat hautatu da ausaz. Ikasle horrek proba gaitututa badu, zer da probableagoa, test motako azterketa egin izana edo problema egin izana? Kalkulatu probabilitate hori. (4 puntu)
- iii) Test motako azterketa egin duen ikasle bat eta problemaren azterketa egin duen beste ikasle bat hautatu dira. Kalkulatu zein den probabilitatea bi ikasle horiek proba gaitututa izateko. (4 puntu)

6. ARIKETA:

18 eta 25 urte arteko 200 gazteko lagin batetik abiatuta, ikusi zuten 50ek ez dutela garraio publikoa erabiltzen.

- i) Kalkulatu konfiantza-tarte bat garraio publikoa erabiltzen duten gazteen proportziorako, % 96ko konfiantza-mailarekin. Interpretatu soluzioa problemaren testuinguruan. (5 puntu)
- ii) Kalkulatu zer tamaina izan beharko lukeen laginak tartearen zabalera heren batera txikitu dadin, % 98ko konfiantza-mailarekin. (5 puntu)

(Behar diren formulak idatzi eta erantzunak arrazoitu)

Banaketa normal estandarraren taula Z ~ N(0,1)

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-3,5	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
-3,4	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002
-3,3	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003
-3,2	0,0007	0,0007	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005
-3,1	0,0010	0,0009	0,0009	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
-0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641
k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998

$$P(Z < k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^k e^{-t^2/2} dt$$

