

Jarraibideak: lehenbiziko hiru galderak nahitaezkoak dira. Laugarren galderan aukera bat hautatu behar duzu (A edo B), eta aukera horren atal guztiei erantzun.

1. GALDERA:

Konpainia batek 250 g-ko, 500 g-ko eta 1 kg-ko kaxetan ontziratzen ditu bere pastak. Egun batean guztira 65 kaxa bete zituzten, eta tamaina txikiko (250 g) 5 kaxa gehiago bete zituzten tamaina ertainekoak baino (500 g). Jakinik pasta kiloaren prezioa 24 euro dela, eta egun horretan ontziratutako zituzten pasta guztien prezioa 720 euro dela guztira, mota bakoitzeko zenbat kaxa bete zituzten egun horretan?

- i) Planteatu ekuazio linealen sistema. (1 puntu).
- ii) Ebatzi sistema. Interpretatu soluzioa problemaren testuinguruan. (1,5 puntu)

2. GALDERA:

Animalia-espezie jakin baten eboluzioari buruzko ikerketa batean determinatu egin dute funtzio honek adierazten duela espezie horren populazioa, milaka aletan:

$$P(t) = 6 + \frac{12 \cdot t}{t^2 + 4}$$

Funtzio horretan $t \geq 0$ igarotako denbora da, urtetan. Erantzun galdera hauei:

- i) Determinatu zein izanen den populazioa 6 urteren buruan eta zein izanen den populazioa epe luzera. Denboraren funtzio jarraitua al da populazioa? (0,75 puntu)
- ii) Noiz iritsiko dira populazio maximora? Zein da populazio maximoaren balioa? Kalkula itzazu populazioaren gorakortasun eta beherakortasun tarteak. (1,25 puntu)
- iii) Irudikatu grafikoki populazioaren funtzioa. (0,5 puntu)

3. GALDERA:

Hiri bateko udalak inkesta bat egin die 250 gazteri (150 emakumeri eta 100 gizoni), eta galdetu die nolako ohiturak dituzten mugitzeko (garraio publikoan, ibilgailu propioan edo oinez ibiltzen ote diren). Ikusi zutenez, inkesta egin zuten 60 emakumek eta 40 gizonek garraio publikoa dute nahiago, emakumeen % 16k eta gizonen %10ek ibilgailu propioa dute nahiago, eta gainerakoek, berriz, oinez ibiltzea dute nahiago.

- i) Gazte bat ausaz aukeratu dute. Kalkulatu zein den emakumea izateko probabilitatea, jakinik oinez ibiltzea duela nahiago. (1 puntu).
- ii) Gizon bat eta emakume bat ausaz eta modu independentean aukeratu dituzte. Kalkulatu zein den probabilitatea haietako batek gutxienez nahiago izateko garraio publikoa erabili. (0,75 puntu)
- iii) Hiru gazte ausaz eta itzulera gabe aukeratu dituzte. Kalkula ezazu hiruretako bakoitzak bere ibilgailua erabiltzea nahiago izateko probabilitatea. (0,75 puntu)

4. GALDERA

A AUKERA:

- i) Matrize hauek dauzkagu: $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ eta $B = \begin{pmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{b} \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$. Kalkulatu $\mathbf{a}$ -ren eta $\mathbf{b}$ -ren balioa, $AB = BA$ izan dadin. (1 puntu)
- ii) Kalkulatu $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ funtzioak eta x ardatzak mugatzen duten planoaren barrutiaren azalera. (1,5 puntu)

B AUKERA:

- i) Matrize hauek dauzkagu: $C = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$ eta $D = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$. Bakandu eta kalkulatu X ekuazio matrizial honetan: $XD - C = I$. (1,25 puntu)
- ii) Hiri jakin bateko auzo batean, etxebizitza bat alokatzeari dagokion hilabeteko zenbatekoak (eurotan) 22500 euro²-ko bariantza duen banaketa normal bati jarraitzen dio. Auzo horretako 74 etxebizitzako lagin bat aukeratu da, eta lagin horri dagokion batezbestekoa 738 eurokoa da. Kalkulatu %96ko konfiantza-tarte bat, etxebizitza bat alokatzeari dagokion hilabeteko batez besteko zenbatekorako. Interpretatu soluzioa problemaren testuinguruan. (1,25 puntu)

Banaketa normal estandarraren taula Z ~ N(0,1)

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-3,5	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
-3,4	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002
-3,3	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003
-3,2	0,0007	0,0007	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005
-3,1	0,0010	0,0009	0,0009	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
-0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641
k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998

$$P(Z < k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^k e^{-t^2/2} dt$$

