

**Hemen dauzkazun zortzi galdera hauetatik hautatu lau eta erantzun haiei**

- 1.G)** Azter ezazu ekuazio linealen honako sistema hau,  $a$  parametro errealaren mendekoa dena, eta ebatzi bateragarria den kasuetan:

$$\begin{cases} x + (a^2 + a)z = 0 \\ x + (2a - 1)y + (a + 1)z = a \\ (2a - 1)y + (a + 1)z = 0 \end{cases}$$

Aipatu erabilitako emaitza teorikoa eta arrazoitu bere erabilera. (2,5 puntu)

- 2.G)** Baditugu  $A$ ,  $P$  eta  $Q$  izeneko hiru matrize karratu erregular,  $Q \cdot A \cdot P = I$  betetzen dutenak, non  $I$  baita dimentsio bereko identitate matrizea.

a) Demostratu  $A \cdot P \cdot Q \cdot A = Q^{-1} \cdot P^{-1}$  betetzen dela.

(1,5 puntu)

b) Kalkula ezazu  $A$  matrizea  $P$  eta  $Q$  hauek badira:

$$P = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \quad \text{eta} \quad Q = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad (\text{puntu 1})$$

- 3.G)** Baditugu  $\pi \equiv 2x + y - z - 5 = 0$  planoak,  $r \equiv \begin{cases} x + 2z + 3 = 0 \\ -x - y + z + 4 = 0 \end{cases}$  zuzena eta  $A(3, 2, -1)$  eta  $B(1, 1, -1)$  puntuak. Planoak eta zuzenak bat egiten dute  $C$  puntuan.

a) Demostratu  $A$ ,  $B$  eta  $C$  puntuak ez daudela lerrokatuak. (1,25 puntu)

b) Kalkula ezazu hiru puntuek osatzen duten triangeluaren azalera. (1,25 puntu)

- 4.G)** Karratu baten alde baten erdiko puntua da  $P(4, 5, 0)$  puntua. Alde horren paraleloa den aldea  $r \equiv \begin{cases} 2x + 2y + z = 0 \\ 2x - z - 2 = 0 \end{cases}$  zuzenean dago. Aurkitu bigarren alde hori determinatzen duten bi erpinak.

(2,5 puntu)

**5.G)** Kalkulatu limite hauek:

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{\sqrt{x}}$  (1,25 puntu)

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{2x}{x-1}}$  (1,25 puntu)

**6.G)** Badugu  $f(x) = \cos(\pi x) + \sin(\pi x)$  funtzioa.

a) Azter ezazu funtzioaren jarraitutasuna  $[0, 1]$  tartean. (0,5 puntu)

b) Aurkitu funtzioaren mutur erlatiboak eta absolutuak tarte horretan. Enuntziatu erabili d(it)uzun emaitza teorikoa(k) eta arrazoitu bere(n) erabilera. (2 puntu)

**7.G)** Badugu  $f(x) = \sqrt{2x^2 + 2x + 3}$  funtzioa.

a) Demostratu funtzioa jarraitua dela  $[-1, 3]$  tartean eta deribagarria  $(-1, 3)$  tartean. (1,25 puntu)

b) Egiaztatu existitzen dela  $\alpha \in (-1, 3)$  balio bat halakoa non  $f'(\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2}$  baita. Enuntziatu erabili d(it)uzun emaitza teorikoa(k) eta arrazoitu bere(n) erabilera. (1,25 puntu)

**8.G)** Aurkitu zein bi puntutan ebakitzen duten elkar honako bi funtzio hauen grafikoek:

$$f(x) = \ln x \quad \text{eta} \quad g(x) = \frac{x-1}{e-1}$$

Kalkulatu planoan bi grafikoen artean sortzen den eskualdearen azalera.

(2,5 puntu)