

Hautatu P, A, B eta C multzo bakoitzeko galdera bat eta erantzun hautatu dituzun galderei.

P1) Zeregin bat makina bakar baten bidez egiteko 80 orduz erabili behar dugu makina hori. Funtzionatzen ari den makina bakoitzak 10 euroko gastua sortzen du abian jartzean eta beste 5 euro erabiltzen dugun ordu bakoitzeko. Jakinik, gainera, zereginak irauteen duen ordu bakoitzeko 18 euro ordaindu behar dizkiogula lana gainbegiratzeko duen langile bati, kalkulatu zenbat makina erabili behar genituzkeen gastua minimoa izateko. Arrazoitu zergatik den minimoa. (Oharra: erabiltzen diren makina kopuruaren alderantziz proportzionala da zeregina egiteko behar den denbora). (2,5 puntu)

P2) Badakigu $p(t) = 0,15 + \sin^2(\frac{\pi}{2} \cdot t) \cdot \cos(\frac{\pi}{2} \cdot t)$ dela etxeko argiaren kilowatt/ordu bakoitzeko prezioa $t_0 = 0$ eta $t_1 = 1$ aldiuneen artean:

(a) Kalkulatu zein aldiunetan izan den prezioa maximoa eta zeinetan minimoa. (1,25 puntu)

(b) Kalkulatu argiaren $\bar{p}$ batez besteko prezioa $t_0 = 0$ eta $t_1 = 1$ aldiuneen artean, jakinik hau dela f funtzio jarraituaren batez besteko balioa $[a, b]$ ($a < b$) tartean: (1,25 puntu)

$$\bar{f} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx.$$

Oharra: Kontuan izan radianetan egin behar dela lan.

A1) Azter ezazu ekuazio linealen honako sistema hau m parametro errealearen mendekoa dena, eta ebatzi bateragarria den kasuetan:

$$\begin{cases} (m^2 - 3m)x - my + 2mz = 3 \\ (m^2 - 3m)x + 3y + 3mz = m + 9 \\ (3m - m^2)x + my - mz = 0 \end{cases}$$

Aipatu erabili duzun emaitza teorikoa eta arrazoitu bere erabilera. (2,5 puntu)

A2) A eta B 3×3 dimentsioko bi matrize karratu dauzkagu, halakoak, non $|A| = \frac{1}{4}$ eta $|B| = 2$ baitira. Kalkulatu $|C|$ jakinik

$$C = 2 \cdot (A \cdot B^t)^2 \cdot (B^t)^{-1}$$

dela.

(2,5 puntu)

- B1)** Kalkulatu $P(2, 0, -1)$ puntutik pasatzen den eta honako s eta r zuzen hauek ebakitzen dituen t zuzenaren ekuazio jarraitua: (2,5 puntu)

$$s \equiv \begin{cases} 2x + y - 3z - 6 = 0 \\ 2x - 3z - 8 = 0 \end{cases} \quad r \equiv \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{1}$$

- B2)** Karratu batek $A(1, 0, -1)$ eta $B(1, 4, 2)$ bi erpin kontsekutibo ditu eta beste bi erpinak $P(6, -4, -4)$ puntutik pasatzen den zuzenean daude.

- (a) Kalkulatu zuzen horren ekuazioa. (0,5 puntu)
- (b) Kalkulatu $\overline{AB}$ segmentuaren perpendikularra den eta A tik pasatzen den planoaren ekuazioa. (0,75 puntu)
- (c) Karratuaren beste bi erpinak kalkula itzazu. (1,25 puntu)

- C1)** $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot x\right) \cdot \ln(x^2 + x - 5)$ funtzioa daukagu.

- a) Demustra ezazu f funtzioa $[2, 3]$ tartean jarraitua dela. (0,75 puntu)
- b) Demostratu badela c puntu bat $(2, 3)$ tartean, halakoa, non $f'(c) = 0$ baita. Aipatu erabili duzun emaitza teorikoa eta arrazoitu bere erabilera. (1,75 puntu)

- C2)** $f(x) = \frac{3x^3}{x^2 - 4}$ funtzioa daukagu. Bere asintotak eta simetriak azter itzazu.

Ikertu funtzioaren hurbilketa bere asintota bertikaletara. (2,5 puntu)