

**Erantzun G1), G2) eta G3) galderei, G4.1) eta G4.2) galderen arteko galdera bati
eta G5.1) eta G5.2) galderen arteko galdera bati.**

G1) Badugu $20\text{cm} \times 30\text{cm}$ dimentsioak dituen paperezko orri bat. Kalkula ezazu izkina bakoitzean ebaki beharreko karratuaren aldea, maximoa izan dadin gelditzen diren hegala igotzean aterako zaigun kaxaren bolumena.

G2) Kalkula itzazu r -ren eta t -ren balio posibleak $|A| + |B| = 4$, izan dadin, jakinik:

$$A = \begin{pmatrix} t & t & t \\ t & 3+t & -3+t \\ 2 & -1 & 5 \end{pmatrix} \quad ; \quad B = \begin{pmatrix} 1+r & r & 3r \\ 2 & -1 & 1 \\ r & r & 3r \end{pmatrix}$$

G3) Aurkitu honako zuzen hauek perpendikularki ebakitzen dituen t zuzenaren ekuazio jarraitua:

$$r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-2}{-2} \quad \text{eta} \quad s = \begin{cases} x = -4 + 3\lambda \\ y = 1 + \lambda \\ z = -1 + 2\lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbf{R}.$$

G4.1) Test erako azterketa batek 10 galdera ditu. Galdera bakoitzak 4 erantzun ditu aukeratzeko, eta erantzun horietako bat bakarrik dago ongi. Ausaz erantzuten bada:

- (i) Zein da galdera guztiei gaizki erantzuteko probabilitatea?
- (ii) Zein da zehazki 7 galderari ongi erantzuteko probabilitatea?
- (iii) Azterketa gainditzeko, gutxienez 7 galderari ongi erantzun behar zaie. Zein da azterketa gainditzeko probabilitatea?

G4.2) Duela mende askotik hona, 1375. urteko epai batek hala adierazi zuenez, urtero, uztailaren 13an, Bearnoko biztanleek hiru behi ematen dizkiete Erronkarikoei. Tratatu hori *Hiru behien tributua* izenaz da ezaguna (edo *Ilor Beien Emontarzuna*, erronkarieraz). Arbitrajean Zuberoako eta Ansoko biztanleek ere hartu zuten parte. Erronkariko biztanleek erronkaria (euskalki bat) hitz egiten zuten eta Bearnoko biztanleek, berriz, bearnesa (gaskoiaren dialekto bat), suposatzen da itzulpen lanetan zuberotarrek lagundu zutela; izan ere, jakina da zuberotar askok zuberera (erronkarieratik hurbil dagoen euskalki bat) eta bearnesa hitz egiten zutela.

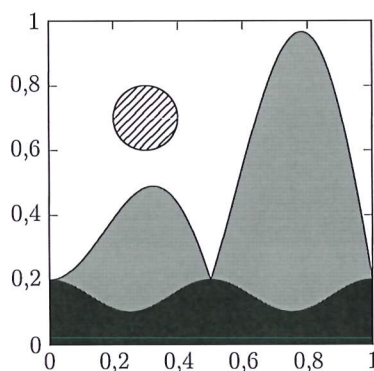
Jo dezagun 5 bearnotar, 5 erronkariar eta 2 zuberotar elkartu zirela San Martingo Harrian. Bearnotarrek beren artean komunikatzeko bearnesa erabiltzen badute, erronkariarrek euskara, eta zuberotarrek ere euskara (baina jakinik zuberotarrak gai direla bearnotarrekin bearnesez komunikatzeko), erantzun galdera hauei:

- (i) Bi pertsona ausaz hartzen baditugu, zein da beren artean euskaraz komunikatzeko probabilitatea?
- (ii) Bi pertsona ausaz hartzen baditugu, zein da beren artean bearnesez komunikatzeko probabilitatea?
- (iii) 1375. urtean bakea sinatu ondoren, 5 erronkariarrak eta 5 bearnotarrak Joantxoren tabernara joan ziren ospatzera. Haietako hiru ausaz eseri badira mahai batean, zein da denek hizkuntza bera ez hitz egiteko probabilitatea?

G5.1) Tokien-co Lorelari margolari korearrak funtzio matematikoak erabiltzen ditu bere margolanak pentsatzeko. Behean dagoen margolana (zeru urdina, eguzki horia, mendi berdea eta itsaso urdin iluna dira haren osagaiak) hiru ekuazio hauei dagozkien kurbek osatzen dute:

$$y = 0,15 + \frac{1}{20} \cos(4\pi x); \quad (x-0,3)^2 + (y-0,7)^2 = \frac{1}{100}; \quad y = 0,2 + x \cdot |\sin(2\pi x)|$$

Lotu kurba bakoitza bere ekuazioarekin. Margolanaren zer ehuneko hartzen du mendiak (ikusgai dagoen parteak, kolore berdekoak)?



G5.2) Izan bedi $f(x) = \log_2(x \cdot (\sin(\pi x) + 2))$ funtzioa. Demostratu badela c puntu bat $[2, 4]$ tartean halakoa non $f'(c) = \frac{1}{2}$ baita.

LAGUNTZA

- Esferaren bolumena: $\frac{4}{3}\pi R^3$
- Esferaren azalera: $4\pi R^2$
- (a, b) puntuan zentratutako R erradioko zirkunferentziaren ekuazioa: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

$$Z \sim N(0,1)$$

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-3.5	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
-3.4	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
-3.3	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003
-3.2	0,0007	0,0007	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005
-3.1	0,0010	0,0009	0,0009	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007
-3.0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2.9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2.8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2.7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2.6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2.5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2.4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2.3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2.2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2.1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2.0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1.9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1.8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1.7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1.6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1.5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1.4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1.3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1.2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1.1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1.0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0.9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0.8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0.7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0.6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0.5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0.4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0.3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0.2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0.1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
0.0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641
0.1	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0.2	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0.3	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0.4	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0.5	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0.6	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0.7	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0.8	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0.9	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
1.0	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1.1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1.2	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1.3	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1.4	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1.5	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1.6	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1.7	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1.8	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1.9	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
2.0	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2.1	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2.2	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2.3	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2.4	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2.5	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2.6	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2.7	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2.8	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2.9	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
3.0	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3.1	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3.2	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3.3	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3.4	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3.5	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3.6	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998

$$P(Z < k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^k e^{-t^2/2} dt$$

