

## Irizpide orokorren aipamena

Zuzentzaileei emandako zuzenketa-irizpide orokorrak aplikatu behar dira, bereziki hauek:

- Kalkulu sinbolikoa zenbakizkoaren aurretik.
- Unitateak falta edo okerrak izatea:  $-0,1$  puntu.
- Akats bektorial sinboliko errepikatuak:  $-0,1$  puntu.
- Biribiltze-akatsak eta zifra esanguratsuen akatsak:  $-0,1$  puntu.
- Akats larriek (ekuazio okerrak, eskalar/bektorial nahasketa, etab.) atal osoa baliogabetu dezakete.
- Atal batek aurreko baten emaitza behar badu, ikasleak emandako balioa erabiliko da, fisikoki zentzugabea ez bada.

## Datu eta konstante fisikoen taula

Honako taula honek azterketaren enuntziatuarekin batera joan behar du. Ariketak ebazteko behar diren konstante guztiak dauzka.

### DATUAK eta KONSTANTE FISIKOAK

|                                                        |                                                  |                                                 |                                       |
|--------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|-------------------------------------------------|---------------------------------------|
| $R_M = 3390 \text{ km}$                                | $K = 9,0 \times 10^9 \text{ Nm}^2 \text{C}^{-2}$ | $m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$          | $c = 3,0 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$ |
| $M_M = 6,39 \times 10^{23} \text{ kg}$                 | $\ q_e\  = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$       | $1 \text{ u} = 1,66 \times 10^{-27} \text{ kg}$ | $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ Js}$ |
| $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{kg}^{-2}$ | $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ TmA}^{-1}$   | $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$    |                                       |

## 1. ariketa — Eremu grabitatorioa (2,50 puntu)

### Puntuen banaketa

| Atala | Azpiatala | Puntuak     | Edukia                                                |
|-------|-----------|-------------|-------------------------------------------------------|
| a)    | a.1       | 0,50        | $T = 2\pi\sqrt{r^3/\mu}$<br>dedukzioa +<br>hipotesiak |
|       |           | <b>0,50</b> |                                                       |

| Atala | Azpiatala | Puntuak     | Edukia                                                      |
|-------|-----------|-------------|-------------------------------------------------------------|
| b)    | b.1       | 0,25        | $g(h_1)$ -ren kalkulua<br>$g_0$ -ren frakzio gisa           |
|       | b.2       | 0,50        | $v$ eta $T$ -ren kalkulua<br>beheko orbitan                 |
|       | b.3       | 0,25        | Arrazoiketa<br>kualitatiboa: $v$ eta $T$ ,<br>goiko orbitan |
| c)    | c.1       | 0,50        | $T^2/r^3 \approx kte$<br>egiaztatzea + $M_M$<br>balioestea  |
|       | c.2       | 0,25        | Objektu anomaloa<br>identifikatzea +<br>azalpena            |
|       | c.3       | 0,25        | $T$ aurreikustea<br>$r=1,50 \times 10^7 m$ -rako            |
|       |           | <b>1,00</b> |                                                             |

### Aurretiko datuak

$$\mu = GM_M = 6,67 \times 10^{-11} \times 6,39 \times 10^{23} = 4,26 \times 10^{13} m^3 s^{-2}$$

$$r_1 = R_M + h_1 = 3,390 \times 10^6 + 0,250 \times 10^6 = 3,640 \times 10^6 m$$

$$r_2 = R_M + h_2 = 3,390 \times 10^6 + 6,000 \times 10^6 = 9,390 \times 10^6 m$$

### Ebazpena eta irizpideak

#### a.1 — $T$ -ren ondorioztapena (0,50)

Grabitate-indarra eta indar zentripetoa berdinduz:  $GMm/r^2 = mv^2/r \Rightarrow v = \sqrt{\mu/r}$ .  $T = 2\pi r/v$   
adierazpenean ordezkatzuz:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{\mu}}$$

**Hipotesiak:** Erdiguneko masa zundaren masarekin alderatuta askoz handiagoa ( $M \gg m$ ),  
orbita zirkularra, masa puntualaren edo banaketa esferikoaren hurbilketa.

#### b.1 — $g(h_1)$ eremu grabitatorioa (0,25)

$$g(h_1) = \frac{\mu}{r_1^2} = \frac{4,26 \times 10^{13}}{(3,64 \times 10^6)^2} = 3,22 m s^{-2}$$

Konparazioa:  $g(h_1)/g_0 = 3,22/9,8 \approx 0,33 \approx 1/3$ . **Irizpidea:** 0,25, balioa eta  $g_0$ -rekiko erlazioa idatziz gero.

**b.2 — Abiadura eta periodoa (0,50 = 0,25 + 0,25)**

- **0,25** —  $v_1 = \sqrt{\frac{4,26 \times 10^{13}}{3,64 \times 10^6}} = 3,42 \times 10^3 \text{ m/s} = 3,42 \text{ km/s}$
- **0,25** —  $T_1 = \frac{2\pi \cdot 3,64 \times 10^6}{3,42 \times 10^3} = 6690 \text{ s} \approx 1,86 \text{ h}$

**b.3 — Konparazio kualitatiboa (0,25)**

$r$  handiago denean:  $v \propto 1/\sqrt{r} \Rightarrow v_2 < v_1$ .  $T \propto r^{3/2} \Rightarrow T_2 > T_1$ .

**c.1 — Egiaztapena eta masa (0,50 = 0,25 + 0,25)**

- **0,25** —  $k = T^2/r^3$  kalkulua A, B, C-rako.  $k_A \approx 9,26 \times 10^{-13}$ ,  $k_B \approx 9,28 \times 10^{-13}$ ,  $k_C \approx 9,25 \times 10^{-13}$ . (Balio koherenteak).
- **0,25** — Masaren kalkulua:

$$M = \frac{4\pi^2}{G \cdot k_{med}} \approx \frac{39,48}{6,67 \times 10^{-11} \cdot 9,26 \times 10^{-13}} \approx 6,4 \times 10^{23} \text{ kg}$$

**c.2 — Objektu anomaloa (0,25)**

D objektua:  $k_D \approx 1,6 \times 10^{-12}$  (oso desberdina). Arrazoiak: adibidez, gaizki neurtu da.

**c.3 — Aurreikuspena (0,25)**

$r = 1,50 \times 10^7 \text{ m}$ -rako:

$$T = \sqrt{k_{med} \cdot r^3} = \sqrt{9,26 \times 10^{-13} \cdot (1,5 \times 10^7)^3} \approx 5,59 \times 10^4 \text{ s}$$

**2. ariketa — Eremu elektromagnetikoa (2,50 puntu)**

**Puntuen banaketa**

| Atala | Azpiatala | Puntuak | Edukia                                                  |
|-------|-----------|---------|---------------------------------------------------------|
| a)    | a.1       | 0,25    | $\vec{F}_E$ eta $\vec{F}_B$ -ren adierazpen bektorialak |
|       |           | 0,25    | Noranzkoen eskema                                       |
|       | a.2       | 0,25    | Abiadura-hautatzailearen baldintza eta $v_0 = E/B$      |
|       |           | 0,25    | $v_0$ -ren zenbakizko kalkulua                          |
|       | a.3       | 0,25    |                                                         |
|       |           |         |                                                         |

| Atala | Azpiatala | Puntuak      | Edukia                                                    |
|-------|-----------|--------------|-----------------------------------------------------------|
|       |           | <b>1,00</b>  |                                                           |
| b)    | b.1       | 0,25         | Indarra eta ibilbide mota deskribatzea                    |
|       | b.2       | 0,25         | Azalpena                                                  |
|       |           | <b>0,50</b>  |                                                           |
| c)    | c.1       | 0,50         | Erradioen kalkulua                                        |
|       | c.2       | 0,50         | $r \propto m$ erradioen ratioa, eta diferentzia erlatiboa |
|       |           | <b>1,000</b> |                                                           |

## Ebazpena eta irizpideak

### a.1 — Indarrak (0,50 = 0,25 + 0,25)

$\vec{F}_E = q\vec{E}$  eta  $\vec{F}_B = q(\vec{v} \times \vec{B})$ . Noranzko kontrajarriak, elkar deuseztatzen (adib.:  $\vec{E}$  gora,  $\vec{F}_B$  behera).

### a.2 — Hautatzailea (0,25)

Desbideratze-ezaren baldintza:  $\sum \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow qE = qvB \Rightarrow v_0 = E/B$ .  
Ekuazio bektoriala, dimentsio batean, ekuazio eskalarra.

### a.3 — $v_0$ -ren kalkulua (0,25)

Ordezkapena. Emaitza:  $v_0 = \frac{3,0 \times 10^4}{0,15} = 2,0 \times 10^5 \text{ m/s}$ .

### b. — Ibilbidea $B'$ -an (0,50)

Indar magnetikoa, beti abiadurarekiko perpendikularra ( $F \perp v$ ). Ez du  $v$ -ren modulua aldatuko, norabidea baizik  $\rightarrow$  Higidura zirkular uniformea.

### c.1 — Erradioa (0,50 = 0,25 + 0,25)

- 0,25 — Dedukzioa:  $qvB' = mv^2/r \Rightarrow r = mv/qB'$ .
- 0,25 — Kalkulua:

$$r = \frac{1,0 \times 10^{-25} \cdot 2,0 \times 10^5}{1,6 \times 10^{-19} \cdot 0,50} = \frac{2 \times 10^{-20}}{8 \times 10^{-20}} = 0,25 \text{ m}$$

### c.2 — $m/q$ neurtzea (0,50 = 0,25 + 0,25)

- 0,25 — Bakanduz:  $\frac{m}{q} = \frac{rB'}{v_0}$ . Partikulak talka non egin duen neurtuz ( $2r$ ),  $r$  lortuko da, eta, beraz, masa/karga ratioa.

- **0,25** —  $r \propto m$  denez ( $q, v, B'$  berdinak izanik),  $m_2=1,05m_1$  bada, orduan  $r_2=1,05r_1$ . Erradioak ez dira berdinak; astunagoak erradio handiagoa du.

### 3. ariketa A aukera — MAS (2,50 puntu)

#### Puntuen banaketa

| Atala | Azpiatala | Puntuak     | Edukia                        |
|-------|-----------|-------------|-------------------------------|
| a)    | a.1       | 0,25        | $A$ anplitudea                |
|       | a.2       | 0,25        | $K_{max}$ energia             |
|       | a.3       | 0,25        | $\omega$ maiztasun angeluarra |
|       | a.4       | 0,25        | $T$ periodoa                  |
|       |           | <b>1,00</b> |                               |
| b)    | b.1       | 0,50        | $k$ konstante elastikoa       |
|       |           | <b>0,50</b> |                               |
| c)    | c.1       | 0,25        | Higidura-ekuazioa             |
|       | c.2       | 0,25        | $x(3)$ posizioa               |
|       | c.3       | 0,25        | $v(3)$ abiadura               |
|       | c.4       | 0,25        | $a(3)$ azelerazioa            |
|       |           | <b>1,00</b> |                               |

#### Ebazpena eta irizpideak

##### a) — Parametro zinematikoak (1,00 = 4 × 0,25)

- **0,25** — Anplitudea: muturren arteko distantzia  $=2A=0,50 \text{ m} \Rightarrow A=0,25 \text{ m}$ .
- **0,25** — Energia:  $K_{max}=\frac{1}{2}m\omega^2 A^2=15 \text{ J}$ .
- **0,25** — Maiztasun angeluarra:

$$\omega = \sqrt{\frac{2K_{max}}{mA^2}} = \sqrt{\frac{30}{0,30 \cdot 0,25^2}} = \sqrt{1600} = 40 \text{ rad/s}$$

- **0,25** — Periodoa:  $T=2\pi/\omega \approx 0,157 \text{ s}$ .

##### b) — Konstante elastikoa (0,50 = 0,25 + 0,25)

- **0,25** — Formula:  $k=m\omega^2$ .
- **0,25** — Kalkulua:  $k=0,30 \cdot 1600=480 \text{ N/m}$ .

(Aukeran:  $E_{tot} = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow k = 2E/A^2$ ).

**c) — Egoera  $t=3$  s-an (1,00 = 4 × 0,25)**

Hasierako baldintzak:  $t=0$   $K_{max}$  (erdian,  $x=0$ ) eta  $v>0$ . Sinu motako ekuazioa.

$$x(t) = 0,25 \sin(40t)$$

- **0,25** — Posizioa:  $x(3) = 0,25 \sin(120) \approx 0,25 \cdot 0,58 = 0,145$  m.
- **0,25** — Abiadura:  $v(t) = 10 \cos(40t) \Rightarrow v(3) = 10 \cos(120) \approx 8,14$  m/s.
- **0,25** — Azelerazioa:  $a(t) = -400 \sin(40t) \Rightarrow a(3) \approx -232$  m/s<sup>2</sup>.

**3. ariketa B aukera — Lente konbergentea (2,50 puntu)**

**Puntuen banaketa**

| Atala | Azpiatala | Puntuak     | Edukia                        |
|-------|-----------|-------------|-------------------------------|
| a)    | a.1       | 0,50        | Izpien diagrama ( $s=4f$ )    |
|       | a.2       | 0,50        | Irudiaren propietateak        |
|       |           | <b>1,00</b> |                               |
| b)    | b.1       | 0,25        | Irudiaren posizioa            |
|       | b.2       | 0,25        | Tamaina erlatiboa (handipena) |
|       |           | <b>0,50</b> |                               |
| c)    | c.1       | 0,50        | Izpien diagrama ( $s=f/2$ )   |
|       | c.2       | 0,50        | Irudiaren propietateak        |
|       |           | <b>1,00</b> |                               |

**Ebazpena eta irizpideak**

**a) — Objektua -n (1,00 = 2 × 0,50)**

- **0,50** — Diagrama.
- **0,50** — Propietateak: Erreala, alderantzikatua, txikiagoa.

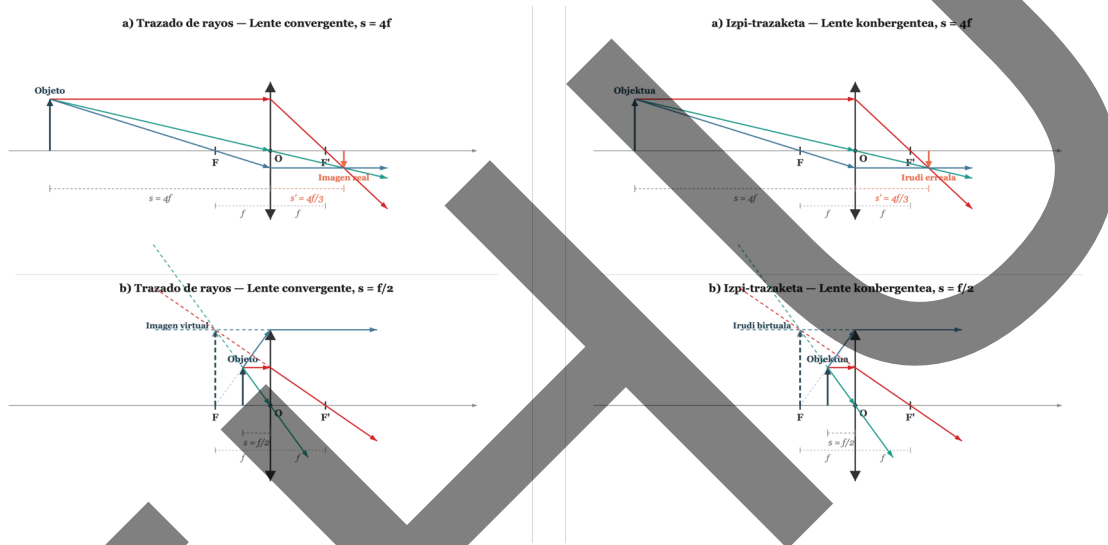
**b) — Objektua -n (0,50 = 2 × 0,25)**

- **0,25** — Posizioa:  $1/m' - 1/(-4f) = 1/f \Rightarrow 1/m' = 1/f - 1/4f = 3/4f \Rightarrow m' = 4f/3$ .

- **0,25** — Tamaina erlatiboa:  $M=s'/s=(4f/3)/(-4f)=-1/3$ . Irudia, herenera murriztuta.

**c) — Objektua 4 /2 -n ( $1,00 = 2 \times 0,50$ )**

- **0,50** — Diagrama.
- **0,50** — Propietateak: birtuala, zuzena, handiagoa.



**4. ariketa A aukera — Efektu fotoelektrikoa (2,50 puntu)**

**Puntuen banaketa**

| Atala | Azpiatala | Puntuak     | Edukia                    |
|-------|-----------|-------------|---------------------------|
| a)    | a.1       | 0,50        | Igorpenaren justifikazioa |
|       |           | <b>0,50</b> |                           |
| b)    | b.1       | 0,25        | Einstein-en ekuazioa      |
|       | b.2       | 0,25        | $W$ -ren kalkulua         |
|       | b.3       | 0,25        | $K_{max}$ -ren kalkulua   |
|       | b.4       | 0,25        | Abiadura maximoa          |
|       |           | <b>1,00</b> |                           |
| c)    | c.1       | 0,25        | $W'$ lan-funtzioa         |

| Atala | Azpiatala | Puntuak     | Edukia                        |
|-------|-----------|-------------|-------------------------------|
|       | c.2       | 0,25        | $h\nu_{min}=W'$<br>baldintza  |
|       | c.3       | 0,25        | $\nu_{min}$ -ren<br>bakantzea |
|       | c.4       | 0,25        | Zenbakizko emaitza            |
|       |           | <b>1,00</b> |                               |

### Ebazpena eta irizpideak

#### a) — Igorpena (0,50 = 0,25 + 0,25)

$\lambda=500$  nm,  $\lambda_{um}=612$  nm.

- **0,25** — Konparazio:  $\lambda < \lambda_{um}$  (baliokidea:  $f > f_{um}$ ).
- **0,25** — Ondorioa: fotoiaren energiak erauzpen-lana gainditzen du; **bai, igorpena dago**.

#### b) — Abiadura maximoa (1,00 = 4 × 0,25)

- **0,25** — Einstein-en ekuazioa:  $hc/\lambda=W+E_{cin}$ .
- **0,25** —  $W$ -ren kalkulua:  $W=hc/\lambda_{um}=(6,63 \times 10^{-34} \cdot 3 \times 10^8)/612 \times 10^{-9}=3,25 \times 10^{-19}$  J.
- **0,25** —  $K_{max}$ -ren kalkulua:  $E_\gamma=3,98 \times 10^{-19}$  J  $\Rightarrow K_{max}=3,98 - 3,25=7,3 \times 10^{-20}$  J.
- **0,25** — Abiadura:  $v=\sqrt{2K/m_e}=\sqrt{1,46 \times 10^{-19}/9,1 \times 10^{-31}}=4,0 \times 10^5$  m/s.

#### c) — Lan bikoitza (1,00 = 4 × 0,25)

- **0,25** —  $W'$  berria:  $2W=6,50 \times 10^{-19}$  J.
- **0,25** — Baldintza:  $h\nu_{min}=W'$ .
- **0,25** — Askapena:  $\nu_{min}=W'/h$ .
- **0,25** — Emaitza:  $\nu_{min}=6,50 \times 10^{-19}/6,63 \times 10^{-34}=9,8 \times 10^{14}$  Hz.

### 4. ariketa B aukera — Fisika nuklearra (2,50 puntu)

#### Puntuen banaketa

| Atala | Azpiatala | Puntuak     | Edukia                 |
|-------|-----------|-------------|------------------------|
| a)    | a.1       | 0,25        | $\lambda$ -ren formula |
|       | a.2       | 0,25        | Zenbakizko<br>kalkulua |
|       |           | <b>0,50</b> |                        |
| b)    | b.1       | 0,25        | Molak                  |

| Atala | Azpiatala | Puntuak     | Edukia                        |
|-------|-----------|-------------|-------------------------------|
| c)    | b.2       | 0,25        | Nukleo kopurua                |
|       | b.3       | 0,25        | $A=\lambda N$ formula         |
|       | b.4       | 0,25        | Zenbakizko emaitza            |
|       |           | <b>1,00</b> |                               |
|       | c.1       | 0,25        | $N/N_0=0,25$<br>planteamendua |
|       | c.2       | 0,25        | Erdi-bizitzekiko<br>erlazioa  |
|       | c.3       | 0,25        | $t$ -ren kalkulua             |
|       | c.4       | 0,25        | Zenbakizko emaitza            |
|       |           | <b>1,00</b> |                               |

### Ebazpena eta irizpideak

#### a) — Desintegrazio-konstantea (0,50 = 0,25 + 0,25)

- 0,25 — Formula:  $\lambda = \ln 2 / T_{1/2}$ .
- 0,25 — Kalkulua:  $T_{1/2} = 24200 \text{ urte} \cdot 3,15 \times 10^7 \text{ s/urte} \approx 7,6 \times 10^{11} \text{ s}$ .

$$\lambda \approx 9,1 \times 10^{-13} \text{ s}^{-1}.$$

#### b) — Aktibitatea (1,00 = 4 × 0,25)

- 0,25 — Mol kopurua:  $n = 10^{-3} \text{ g} / 239,05 \text{ g/mol} = 4,18 \times 10^{-6} \text{ mol}$ .
- 0,25 — Nukleo kopurua:  $N = n \cdot N_A = 4,18 \times 10^{-6} \cdot 6,02 \times 10^{23} = 2,52 \times 10^{18}$ .
- 0,25 —  $A = \lambda N$  formula.
- 0,25 — Emaitza:  $A = 9,1 \times 10^{-13} \cdot 2,52 \times 10^{18} \approx 2,3 \times 10^6 \text{ Bq}$ .

#### c) — % 25eko denbora (1,00 = 4 × 0,25)

- 0,25 — Planteamendua:  $N/N_0 = 0,25 = 1/4$ .
- 0,25 — Erdi-bizitzekiko erlazioa:  $1/4 = (1/2)^2$ , eta, beraz, zehazki **2 erdidesintegrazio-periodo** igaro dira.
- 0,25 — Kalkulua:  $t = 2 \cdot T_{1/2}$ .
- 0,25 — Emaitza:  $t = 2 \cdot 24200 = 48400 \text{ urte}$ .