

AZTERKETARAKO ARGIBIDEAK

Azterketa honek LAU ariketa ditu.

HIRUGARREN eta LAUGARREN problemetan, bi aukeren artean BAKARRARI erantzun behar zaio. Biei erantzunez gero, azterketa-orrietan lehenengo agertzen dena bakarrik zuzenduko da.

Erantzunak boligrafo urdin edo beltzez idatzi behar dira (salbuespen gisa, agian, grafikoak). Ez da onartzen ez arkatza ezta boligrafo ezabagarria ere.

Kalkulagailu zientifikoak erabil daitezke, baina **ezin ditu ezaugarri hauek izan:**

- pantaila grafikoa, datuak igortzeko aukera, programatzeko aukera,
- ekuazioak ebazteko aukera, matrize-eragiketak egiteko aukera,
- determinanteen kalkulua egiteko aukera, deribatuak eta integralak ebazteko aukera,
- datu alfanumerikoak gordetzeko aukera.

Azterketa-orrietan, problema bakoitza ebazteko beharrezkoak diren eragiketa eta kalkulu guztiek agertu beharko dute. Erantzun guztiek behar bezala justifikatuta egon beharko dute; izan ere, azalpenik gabeko emaitza bakarrik agertzen bada, problemak zero puntu izango du.

Ez ahaztu kodea azterketa-koaderno guztietan idaztea.

1. PROBLEMA (2 puntu)

Gozogile bat merkaturatu nahi dituen bi gozo motaren errezetekin esperimentatzen ari da. Oraindik ez die izenik jarri, eta, beraz, oraingoz A motako gozoa eta B motako gozoa deituko die. A motako gozoaren errezetarako, beste osagai batzuez gain, ziur daki 70 g irin eta 20 g azukre beharko dituela; B motakoarentzat, berriz, 60 g irin eta 10 g azukre erabiliko ditu. Une honetan, 4200 g irin eta 800 g azukre ditu eskura. Kantitate horiekin, gutxienez B motako 10 gozo egin nahi ditu, eta A motako gozoen kopurua, gutxienez, B motakoen erdia izan dadila ezarri du. A motako gozo bakoitzari 5 euroko prezioa jarri nahi dio, eta 4 eurokoa B motako bakoitzari. Datu horiek guztiak kontuan hartuta, mota bakoitzeko zenbat gozo egin behar dituen zehaztu nahi du, diru-sarrera ahalik eta handiena izan dadin.

- (a) (0,75 puntu) Zehaztu problemako aldagaiak, eta adierazi helburu-funtzioa eta programazio linealeko problema gisa egoera modelatzeko behar diren murrizketak.
- (b) (0,75 puntu) Irudikatu soluzio bideragarrien eremua.
- (c) (0,5 puntu) Zehaztu A motako eta B motako zenbat gozo egin behar diren diru-sarrera maximoa lortzeko, eta adierazi diru-sarrera horren balioa.

2. PROBLEMA (3 puntu)

Unibertsitate batean, ikasleek hautazko jakintzagai bat aurrez aurreko modalitatean edo modalitate birtualean egin dezakete. Honako datu hauek ezagutzen dira:

- Ikasleen % 60k aurrez aurreko modalitatea aukeratzen du.
- Modalitate birtualean ikasten dutenen artean, % 20k gainditzen du jakintzagaia.
- Aurrez aurreko modalitatean ikasten dutenen artean, % 35ek gainditzen du jakintzagaia.

Ikasle bat ausaz hautatzen da.

- (a) (1 puntu) Kalkulatu ikasle horrek jakintzagaia gainditzeko probabilitatea.
- (b) (1 puntu) Ikasleak jakintzagaia gainditu duela suposatuta, kalkulu aurrez aurreko modalitatean aritu izanaren probabilitatea.
- (c) (1 puntu) Jakintzagaia gainditu duen ikasle batek probabilitate handiagoa du jakintzagaia presentzialki egina izateko ala modalitate birtualean egina izateko? Arrazoitu erantzuna.

3. PROBLEMA (3 puntu) Hautatu aukera bakarra.**(3A AUKERA)**

Izan bedi $f(x) = x^3 - 3x + 1$ funtzioa.

- (a) (1 puntu) Kalkulatu funtzioaren tarte gorako eta beherakorak, eta baldin badaude, zehaztu mutur erlatiboak.
- (b) (1 puntu) Aztertu funtzioaren ahurtasuna eta ganbiltasuna, eta zehaztu inflexio-punturik duen.
- (c) (1 puntu) Kalkulatu $f(x)$ funtzioari $x = 1$ puntuan dagokion zuzen ukitzailearen ekuazioa.

(3B AUKERA)

Enpresa batek ondasun bat ekoizten du, eta haren kostu osoa (milaka eurotan) honako funtzio honen bidez adierazten da:

$$C(x) = x^2 + 10x + 600$$

non x ekoiztako unitate kopurua den. Unitate bakoitzeko salmenta-prezioa ekoiztako kopuruaren arabera da, eta honela adierazten da:

$$p(x) = 100 - 2x.$$

- (a) (0,5 puntu) Adierazi diru-sarreraren funtzioa x -ren arabera.
- (b) (0,5 puntu) Adierazi irabaziaren funtzioa x -ren arabera.
- (c) (0,5 puntu) Aurkitu x -ren zein balioentzat den irabazia positiboa.
- (d) (0,5 puntu) Zehaztu enpresak zenbat unitate ekoitzi behar dituen irabazia maximoa izan dadin, eta kalkulatu irabazi maximo hori.
- (e) (1 puntu) Kalkulatu $\int_{10}^{20} \left(C(x) + \frac{1}{p(x)} \right) dx$.

4. PROBLEMA (2 puntu) Hautatu aukera bakarra.**(4A AUKERA)**

Izan bedi a parametro erreal baten mendeko A matrizea:

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) (0,5 puntu) Kalkulatu zein den A matrizearen iraulia eta determinantea, a -ren arabera.
- (b) (0,5 puntu) Zehaztu a -ren zein balioentzat existitzen den A matrizearen alderantzizkoa, eta kalkulatu, existitzen denean.
- (c) (0,5 puntu) Ebatzi $AX + B = I$ ekuazio matriziala, non

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

den, eta adierazi a -ren zer baliotarako duen soluzioa.

- (d) (0,5 puntu) $a = 3$ denean, kalkulatu zein den $C = A^{-1}B^t A$ matrizea, non B^t , B matrizearen iraulia den.

(4B AUKERA)

Izan bedi b parametro errealaren arabera honako sistema hau:

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x + by + z = b + 3 \\ x + y + bz = 4 \end{cases}.$$

- (a) (0,5 puntu) Idatzi sistema matrize-forman, eta adierazi zein den koefizienteen matrizearen determinantea, b -ren arabera.
- (b) (0,25 puntu) Zehaztu b -ren zein balioentzat duen koefizienteen matrizeak alderantzizkoa.
- (c) (0,75 puntu) Aztertu sistema b -ren balioen arabera, eta adierazi noiz duen sistemak soluzio bakarra, infinitu soluzio edo ez duen soluziorik.
- (d) (0,5 puntu) Ebatzi sistema $b = 0$ den kasurako.