

EBALUATZEKO IRIZPIDE OROKORRAK

- Azterketa honek LAU problema ditu. HIRUGARREN eta LAUGARREN problemetan, bi aukeretatik BATI bakarrik erantzun behar zaio. Biei erantzunez gero, azterketa-orrietan lehenengo agertzen dena soilik zuzenduko da.
- Erantzunek boligrafo urdin edo beltzez idatzita egon behar dute (beharbada, grafikoak izan ezik). Ezingo da ez arkatza ez boligrafo ezabagarria erabili.
- Azterketa 0 eta 10 puntu arteko kalifikazioarekin baloratuko da.
- Problema batek hainbat atal dituenean, azterketaren enuntziatuan agertzen da atal bakoitzari dagokion puntuazioa.
- Ebazteko erabili beharreko metodoa zehazten ez den galderetan, edozein ebazpen-modu zuzen onartuko da.
- Azterketa-orrietan, problema bakoitza ebazteko beharrezkoak diren eragiketa eta kalkululu guztiek agertu beharko dute. Erantzun guztiek behar bezala justifikatuta egon beharko dute; izan ere, azalpenik gabeko emaitza bakarrik agertzen bada, problemak zero puntu jasoko du.
- Problema baten ebazpenean zehar neurri-unitateen erabileran homogeneousotasunik ez badago, 0,5 puntu kenduko dira.

PROBLEMA BAKOITZAREN KALIFIKAZIO-IRIZPIDEAK

1. PROBLEMA (2 puntu)

- (a) **0,75 puntu.**
- Helburu-funtzioa adieraztea: **0,25 puntu.**
 - Murrizketa-sistemak zehaztea: **0,5 puntu.**
- (b) Eremu bideragarria irudikatzea: **0,75 puntu.**
- (c) **0,5 puntu.**
- Helburu-funtzioaren balioa erpinetan kalkulatzeko: **0,25 puntu.**
 - Helburu-funtzioaren maximoa zehaztea: **0,25 puntu.**

2. PROBLEMA (3 puntu)

- (a) **0,75 puntu.**
- Problemaren datuak adierazpen matematikoan ematea: **0,25 puntu.**
 - Eskatutako probabilitatea kalkulatzeko: **0,5 puntu.**
- (b) **0,75 puntu.**
- Eskatutako probabilitate baldintzatua identifikatzeko: **0,25 puntu.**
 - Inklusio-eta eskusio-printzipioaren formula edo baliokidea den diagrama adieraztea: **0,25 puntu.**
 - Probabilitate baldintzatua kalkulatzeko: **0,25 puntu.**
- (c) **0,5 puntu.**
- Eskatutako probabilitate adieraztea: **0,25 puntu.**
 - Eskatutako probabilitatea kalkulatzeko: **0,25 puntu.**
- (d) **1 puntu.**
- Problema planteatzeko: **0,5 puntu.**
 - Eskatutako probabilitatea kalkulatzeko: **0,5 puntu.**

3. PROBLEMA (3 puntu)

3A AUKERA

(a) **1,5 puntu.**

- Ebaki-puntuak kalkulatzeko: **0,5 puntu.**
- Funtzioak irudikatzea: **0,75 puntu.**
- Eremua zehaztea: **0,25 puntu.**

(b) **1,5 puntu.**

- A_1 integral mugatua adieraztea: **0,5 puntu.**
- A_1 kalkulatzeko: **0,25 puntu.**
- A_2 integral mugatua adieraztea: **0,5 puntu.**
- A_2 kalkulatzeko: **0,25 puntu.**

3B AUKERA

(a) **1 puntu.**

- Lehenengo eta bigarren deribatuak kalkulatzeko: **0,25 puntu.**
- Lehen deribatua nulua egiten duten balioak lortzea: **0,25 puntu.**
- Minimo erlatiboa zehaztea: **0,25 puntu.**
- Minimoaren balioa zehaztea: **0,25 puntu.**

(b) **0,5 puntu.**

- Lehen deribatuaren ikurrak aztertzea: **0,25 puntu.**
- Funtzioaren tarte gorakorrek eta beherakorrek zehaztea: **0,25 puntu.**

(c) **0,5 puntu.**

- Bigarren deribatua baliogabetzen duen balioa lortzea eta hirugarren deribatua balio horretan baliogabetzen ez dela egiaztatzea: **0,25 puntu.**
- Inflexio-puntua zehaztea: **0,25 puntu.**

(d) **1 puntu.**

- Zuzenaren malda zehaztea: **0,25 puntu.**
- Ukipen-puntua zehaztea: **0,5 puntu.**
- Zuzen ukitzaila idaztea: **0,25 puntu.**

4. PROBLEMA (2 puntu)

4A AUKERA

- (a) Determinantea 0 ez dela frogatzea: **0,5 puntu.**
- (b) **1,5 puntu.**
- B^{-1} kalkulatzeko: **0,5 puntu.**
 - A^2 kalkulatzeko: **0,25 puntu.**
 - X kalkulatzeko: **0,75 puntu.**

4B AUKERA

- (a) **1 puntu.**
- Koefizienteen matrizearen determinantea kalkulatzeko eta nulua egiten duen parametroaren balioa lortzeko: **0,25 puntu.**
 - Parametroaren balioaren arabera sistema eztatxatzea: **0,75 puntu.**
- (b) **1 puntu.**
- $k \neq -7$ denean sistema ebatzea: **0,25 puntu.**
 - $k = -7$ denean sistema ebatzea: **0,75 puntu.**

EBAZPENAK

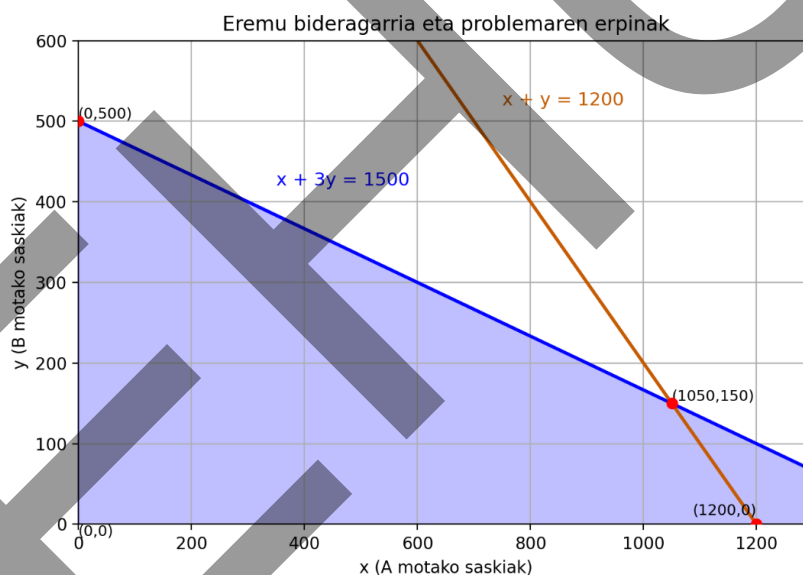
1. PROBLEMA. Izan bitez x A motako saskien kopurua, eta y B motako saskien kopurua.

(a) Helburu-funtzioa hau da: $f(x, y) = 20x + 30y$.

Murrizketa-sistemak hauek dira:

$$\begin{cases} 2x + 2y \leq 2400 \Leftrightarrow x + y \leq 1200 \\ x + 3y \leq 1500 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

(b) Eremu bideragarria:



Eremu bideragarriaren erpinak hauek dira: $(0, 0)$, $(1200, 0)$, $(1050, 150)$ eta $(0, 500)$.

(c) Helburu-funtzioaren balioa erpin bakoitzean kalkulatuta: $f(0, 0) = 0$, $f(1200, 0) = 24000$, $f(1050, 150) = 25500$ eta $f(0, 500) = 15000$.

Beraz, A motako 1050 saski eta B motako 150 saski prestatu beharko dira.

Etekin 25 500 eurokoa izango da.

GIZARTE ZIENTZIEI
APLIKATUTAKO MATEMATIKA IIMATEMÁTICAS APLICADAS A
LAS CIENCIAS SOCIALES II

2. PROBLEMA. A eta B gertaerak honela definitzen dira: A = “nobelak irakurtzea”, B = “komikiak irakurtzea”.

(a) Datuak honako hauek dira: $P(A) = 0,7$, $P(B) = 0,4$ eta $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0,2$.

$$P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 1 - 0,2 = 0,8.$$

(b) $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{P(A) + P(B) - P(A \cup B)}{P(A)} = \frac{0,7 + 0,4 - 0,8}{0,7} = \frac{0,3}{0,7} = \frac{3}{7} = 0,4286.$

(c) $P(A \cap \overline{B}) = P(A) - P(A \cap B) = 0,7 - 0,3 = 0,4.$

(d) Problemaren planteamendua:

Ausazko aldagaia hau definitzen da: X = “hautatutako 600 gazteen artean komikiak irakurtzen dituztenen kopurua”. Aldagai hau honela banatzen da: $X \sim B(600, 0,4)$. X aldagaiaren hurbilketa normala egin daiteke: $X' \sim N(240, 12)$.

$P(228 < X < 270)$ kalkulatu nahi da. Probabilitate hau kalkulatzeko, X' aldagaia tipifikatzen da: $Z = \frac{X' - 240}{12}$.

Zuzenketarik gabe: $P(228 < X < 270) = P(228 < X' < 270) = P(-1 < Z < 2,5) = P(Z < 2,5) - P(Z < -1) = P(Z < 2,5) - (1 - P(Z < 1)) = 0,9938 - 1 + 0,8413 = 0,8351.$

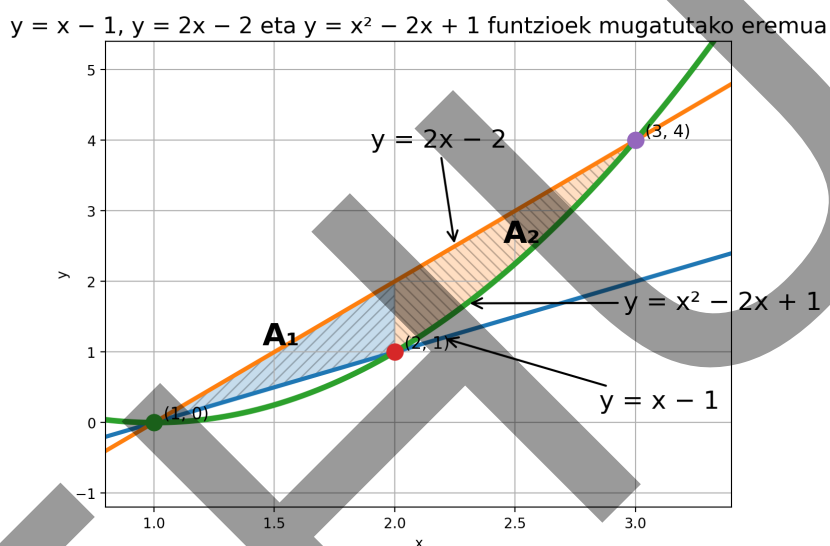
Zuzenketarekin: $P(228 < X < 270) = P(228,5 \leq X' \leq 269,5) = P(-0,96 \leq Z \leq 2,46) = P(Z \leq 2,46) - P(Z \leq -0,96) = P(Z \leq 2,46) - (1 - P(Z \leq 0,96)) = 0,9931 - 1 + 0,8315 = 0,8246.$

3. PROBLEMA.

(3A AUKERA)

(a) a) Ebaki-puntuak honako hauek dira: $(1, 0)$, $(2, 1)$ y $(3, 4)$.

Adierazpen grafikoa:



$$b) \quad A_1 = \int_1^2 (2x - 2 - (x - 1)) dx = \frac{1}{2} u^2.$$

$$A_2 = \int_2^3 (2x - 2 - (x^2 - 2x + 1)) dx = \frac{2}{3} u^2.$$

$$A = A_1 + A_2 = \frac{7}{6} u^2.$$

(3B AUKERA)

- (a) $f(t)$ funtzioaren lehen eta bigarren deribatuak hauek dira: $f'(t) = 3t^2 - 4t + 1$ eta $f''(t) = 6t - 4$, hurrenez hurren.

Betetzen da $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}$ edo $t = 1$ direnean.

Gainera, $f''(\frac{1}{3}) = -2$ eta $f''(1) = 2$. Beraz, $(1, 0)$ minimo erlatiboa da.

Ondorioz, makinak $t = 1$ unean kontsumitzen du ur-kantitate txikiena, eta kantitate hori $f(1) = 0$ da.

- (b) $f'(t) = 3t^2 - 4t + 1 = 3(t - \frac{1}{3})(t - 1)$. Hortaz, $f'(t) > 0 \Leftrightarrow t \in (0, \frac{1}{3}) \cup (1, \infty)$ eta $f'(t) < 0 \Leftrightarrow t \in (\frac{1}{3}, 1)$.

Beraz, $f(t)$ gorakorra da $(0, \frac{1}{3}) \cup (1, \infty)$ tartean eta beherakorra da $(\frac{1}{3}, 1)$ tartean.

- (c) $f''(t) = 6t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}$. Gainera, $f'''(t) = 6 \neq 0$. Ondorioz, $(\frac{2}{3}, \frac{2}{27})$ inflexio-puntua da.

- (d) $y - \frac{7}{4}t = 5$ zuzenaren malda $\frac{7}{4}$ da.

Betetzen da $f'(t) = 3t^2 - 4t + 1 = \frac{7}{4} \Leftrightarrow t = -\frac{1}{6}$ edo $t = \frac{3}{2}$.

$f(t)$ funtzioaren definizio-tartea $(0, \infty)$ denez, $t = \frac{3}{2}$ soilik hartzen dugu kontuan. $f(\frac{3}{2}) = \frac{3}{8}$ denez, ukipen-puntua $(\frac{3}{2}, \frac{3}{8})$ da.

Horrela, $y - \frac{7}{4}t = 5$ zuzenari paraleloa den f funtzioaren zuzen ukitzailea $y - \frac{3}{8} = \frac{7}{4}(t - \frac{3}{2})$ da. Beste era batera idatzita: $y = \frac{7}{4}t - \frac{9}{4}$.

4. PROBLEMA.**(4A AUKERA)**

(a) $\det B = 2$ denez, B matrizea alderantzizgarria da.

(b) $BX - A = A^2 \Leftrightarrow X = B^{-1}(A^2 + A)$.

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, A^2 + A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 3 \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

(4B AUKERA)

(a) Koefiziente-matrizea honako hau da $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 1 & -k & -3 \\ 5 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

eta matrize zabaldia $A' = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 & 0 \\ 1 & -k & -3 & 0 \\ 5 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Betetzen da $\text{heina}(A) = \text{heina}(A')$. Beraz, sistema bateragarria da.

Gainera, $\det A = 6k + 42$ da, eta $k = -7$ denean nulua da. Hortaz, $\text{heina}(A) = 3$ da, $k \neq -7$ denean.

Laburbilduz, $k \neq -7$ bada, sistema bateragarri determinatua da, eta $k = -7$ bada, sistema bateragarri indeterminatua da.

(b) $k \neq -7$ bada, $(0, 0, 0)$ da sistemaren soluzio bakarra.

$k = -7$ bada, soluzioak $(\lambda, 2\lambda, 5\lambda)$ dira, λ edozein zenbaki erreal izanik.