

LEHENENGO ARIKETA.

Izan bitez x A ekoizleak eramandako ontzi kopurua, y B ekoizleari dagokiona eta z C ekoizleak eramandakoa. Deskribatutako egoera modelizatzen duen ekuazio linealen sistema honako hau da:

$$\begin{cases} 10x + 15y + 12z = 612, \\ x + y + z = 48, \\ 5x + 9y + 4z = 304. \end{cases}$$

Sistema horren soluzioa $x = 12$, $y = 20$, $z = 16$ da.

Balio horiek ekoizle bakoitzak entregatutako ontziagatik jasotzen duen zenbatekoarekin biderkatuz, honako hau lortzen da: A ekoizleak 60 € jasotzen du, B ekoizleak, 180 €, eta C ekoizleak, 64 €.

BIGARREN ARIKETA.

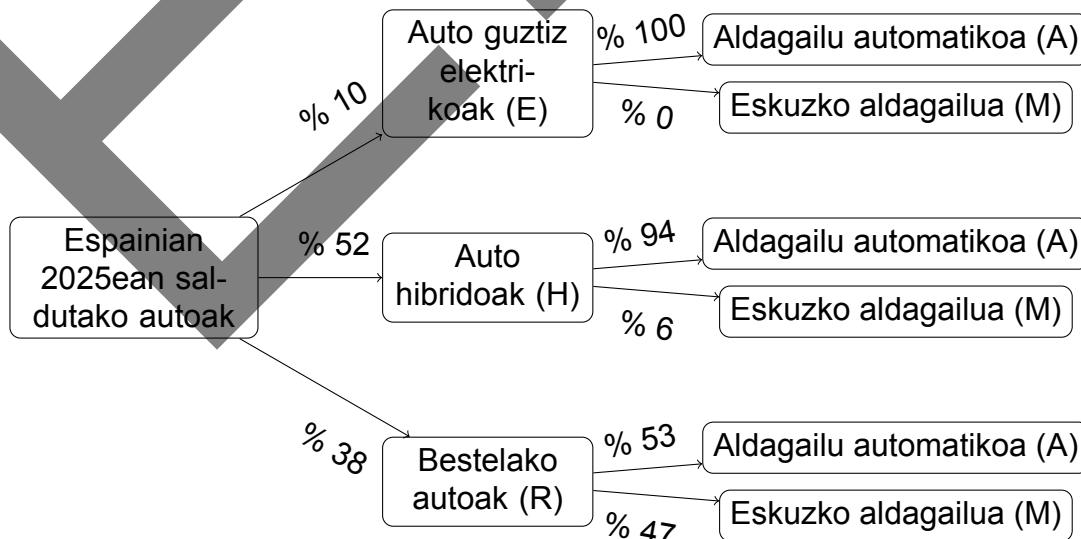
(a) f funtzioaren grafikoak $x = 0$ abszisa-puntuan duen zuzen ukitzailea $y = 3 - 3x$ izan dadin, $f(0) = 3$ eta $f'(0) = -3$ izan behar dute, hots, $C = 3$ eta $B = -3$.

f -k mutur erlatibo bat izan dezan $x = 1$ puntuan, $f'(1) = 0$ izan behar du, hots, $A = 0$.

(b) $f(x) = x^3 - 3x + 3$, $f'(x) = 3x^2 - 3$ eta $f''(x) = 6x$ dira. Beraz, $f''(1) > 0$ da, eta f -k minimo erlatibo bat dauka $x = 1$ puntuan.

HIRUGARREN ARIKETA.

Problemaren datuak honako zuhaitz honetan laburbiltzen dira:



(a) $P(A) = P(A|E)P(E) + P(A|H)P(H) + P(A|R)P(R) = 1 \times 0,1 + 0,94 \times 0,52 + 0,53 \times 0,38 = 0,7902$. Zenbaki hau autoen kopuruarekin biderkatuz, ondorioztatzen da aldagailu automatikoko 907.663 auto saldu zirela.

$$(b) P(H|A) = \frac{P(A|H)P(H)}{P(A)} = \frac{0,94 \times 0,52}{0,7902} = 0,6186.$$

LAUGARREN ARIKETA.

(4A) Lehenengo eta behin, r_1 eta r_2 zuzenen ebaki-puntua $P = (1, 0, 0)$ da. $\pi \equiv 2x + y - z = 3$ planoarekiko perpendikularra den eta P puntutik pasatzen den zuzenak honako ekuazio parametrikoko hau du:

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 + 2t, \\ y = t, \\ z = -t. \end{cases}$$

Emandako planoarekiko P puntuaren simetrikoa kalkulatzeko, r zuzenaren eta π planoaren ebaki-puntua kalkula daiteke; $M\left(\frac{4}{3}, \frac{1}{6}, -\frac{1}{6}\right)$ puntua, hain zuzen. P' puntuak betetzen du M puntua P eta P' puntuen erdipuntua dela; beraz, $P' = \left(\frac{5}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right)$. Beste aukera bat da kontuan izatea $d(P, \pi) = d(P', \pi)$ dela.

(4B) r zuzenaren ekuazio parametrikoa hau da:

$$\begin{cases} x = 1 + 6t, \\ y = 7 + 3t, \\ z = 4 - 5t. \end{cases}$$

(a) Zuzen horren eta planoaren arteko ebaki-puntua da, $t = -1/3$ balioari dagokiona, $Q = (-1, 6, 17/3)$ da.

(b) α ikurraren bidez adierazten badugu bilatutako angelua, eta β -ren bidez zuzenaren norabide-bektoreak eta planoaren bektore normalak osatzen duten angelua, orduan, $\alpha + \beta = 90^\circ$ da.

$$\cos \beta = \frac{\vec{v} \cdot \vec{n}}{\|\vec{v}\| \|\vec{n}\|} = \frac{(6, 3, -5) \cdot (2, 1, -3)}{\sqrt{6^2 + 3^2 + (-5)^2} \sqrt{2^2 + 1^2 + (-3)^2}} = 0,9583.$$

Beraz, $\beta = 16,60^\circ$ eta $\alpha = 73,4^\circ$ dira.

BOSGARREN ARIKETA.

(5A) Integrakizuna polinomio baten eta frakzio propio baten batura gisa deskonposatuz hasten gara:

$$\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - x - 2} = 1 + \frac{-x + 5}{x^2 - x - 2}.$$

Gero, frakzio propioa bi frakzio sinpleren batura gisa deskonposatzen dugu:

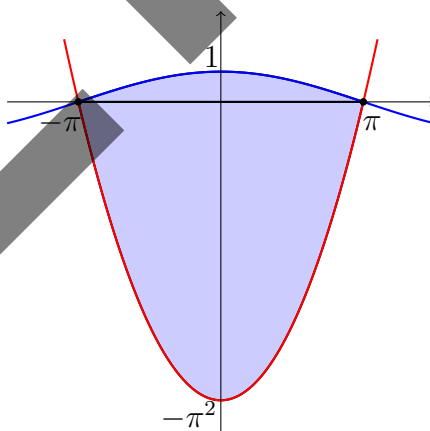
$$\frac{-x + 5}{x^2 - x - 2} = \frac{1}{x - 2} - \frac{2}{x + 1}.$$

Orduan,

$$\begin{aligned} \int \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - x - 2} dx &= \int \left(1 + \frac{1}{x - 2} - \frac{2}{x + 1} \right) dx \\ &= x + \ln |x - 2| - 2 \ln |x + 1| + C \\ &= x + \ln \frac{|x - 2|}{(x + 1)^2} + C. \end{aligned}$$

(5B) Parabolak ardatz horizontala ebakitzen du $x = -\pi$ denean eta $x = \pi$ denean, eta erpina $(0, -\pi^2)$ puntuan dauka. $f(x) = \cos(x/2)$ zero egiten da $x = -\pi$ eta $x = \pi$ denean, eta haren grafikoak maximo bat du $(0, 1)$ puntuan.

(a) Eskatutako eremua honako hau da:



(b) Azalera honako integral honen bidez kalkulatzeko da:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left(\cos\left(\frac{x}{2}\right) - (x^2 - \pi^2) \right) dx = \left(2 \sin\left(\frac{x}{2}\right) - \frac{x^3}{3} + \pi^2 x \right) \Big|_{-\pi}^{\pi} = 4 + \frac{4\pi^3}{3}.$$

ZUZENTZEKO IRIZPIDE OROKORRAK

1. Probari 0 eta 10 punturen arteko balorazioa emango zaio.
2. Probako ariketa guztiek balio bera dute: gehienez 2 puntu.
3. Ariketa baten ebazpenean teknika berezirik ez bada eskatzen, soluzio zuzena ematen duen edozein garapen baliozkoa izango da.
4. Ariketa zuzen badago (adierazitako teknikaren arabera, hala badagokio), osorik ontzat emango da. Bakarrik aplikatuko dira kalifikatzeko irizpideetan urrats bakoitzerako adierazitako puntuazioak ariketa osoki zuzena ez bada.
5. Planteamendu zuzena baloratuko da, bai orokorra, bai zati bakoitzarena, halakorik izanez gero.
6. Planteamenduaren deskribapen hutsa, ebazpena modu eraginkorrean gauzatu gabe, ez da nahikoa ariketaren balorazio osoa lortzeko.
7. Ondorio arrazoitua espresuki eskatzen den ariketetan, formula baten aplikazio hutsa ez da nahikoa izango puntuazio osoa lortzeko.
8. Atal batean egindako akatsak, adibidez, parametro jakin baten balioa kalkulatzean egingdakoak, ez dira kontuan hartuko eraginpean gerta daitezkeen geroko garapenak kalifikatzean, baldin eta konplexutasun baliokidea badute.
9. Ez dira kontuan hartuko zenbakizko akatsak, kalkulukoak, etab., kontzeptuzko akatsak ez badira.
10. Balorazio positiboa emango zaie problema eta soluzioa ulertzeko lagungarriak izan daitezkeen ideiei, grafikoei, aurkezpenei, eskemei, etab.
11. Proba txukun aurkeztuta egotea aintzat hartuko da.
12. Negatiboki baloratuko dira planteamendu okerrak, kontzeptuak nahastea eta kalkuluetan errore asko egitea.
13. Errore bakanak negatiboki baloratuko dira hausnarketa kritikoaren edo sen arruntaren gabezia adierazten dutenean.
14. Negatiboki baloratuko da zehaztasun matematikoaren eza azalpenetan eta sinbolo matematikoen erabilera desegokia, ariketa bakoitzean 0,2 puntura arteko penalizazioarekin.
15. Erantzunek boligrafo urdinez edo beltzez idatzita egon behar dute. Ezin da arkatzik, eza-batu daitezkeen boligraforik edo beste kolore bateko boligraforik erabili.

Ariketa bakoitza KALIFIKATZEKO IRIZPIDEAK

LEHENENGO ARIKETA

- Sistema planteatzea (1 puntu).
- Sistema ebatzea (0,75 puntu).
- Ekoizle bakoitzari ordaindu behar zaion zenbatekoa kalkulatzeko (0,25 puntu).

BIGARREN ARIKETA

- C parametroa zuzen kalkulatzeko (0,5 puntu).
- B parametroa zuzen kalkulatzeko (0,5 puntu).
- A parametroa zuzen kalkulatzeko (0,5 puntu).
- $x = 1$ puntuko muturra aztertzea (0,5 puntu).

HIRUGARREN ARIKETA

- Problemaren datuak laburbiltzen duen zuhaitza edo taula (0,5 puntu).
- (a) atala zuzen ebatzea (0,75 puntu).
- (b) atala zuzen ebatzea (0,75 puntu).

LAUGARREN ARIKETA

4A

- Zuzenen ebaki-puntua ondo kalkulatzeko (0,5 puntu).
- Planoarekiko perpendikularra den eta P puntutik pasatzen den zuzenaren ekuazioa ondo kalkulatzeko (0,5 puntu).
- P' puntu simetrikoa ondo kalkulatzeko (1 puntu).

4B

- (a) ■ $\vec{v}$ norabide-bektorea duen eta P puntutik pasatzen den zuzenaren ekuazioa ondo kalkulatzeko (0,5 puntu).
- r zuzenaren eta emandako planoaren arteko ebaki-puntua ondo kalkulatzeko (0,5 puntu).
- (b) ■ r zuzenaren norabide-bektoreak eta planoaren bektore normalak osatzen duten angelua ondo kalkulatzeko (0,5 puntu).
- Eskatutako angelua ondo kalkulatzeko (0,5 puntu).

BOSGARREN ARIKETA

5A

- Integrakizuna polinomio baten eta frakzio propio baten batura gisa bereiztea (0,5 puntu).
- Frakzio propioa frakzio sinpletan deskonposatzea (0,5 puntu).
- Integrala kalkulatzea (0,5 puntu).
- Egindako pausoak azaltzea (0,5 puntu).

5B

- (a) Eremua zuzen marraztea (1 puntu).
- (b) Eremuaren azalera kalkulatzea, Barrow-en erregela aplikatuz (1 puntu).