

***Azterketa honek BOST ariketa ditu, bakoitza 2 puntukoa.***

***LAUGARREN ETA BOSGARREN ariketetan, ematen diren bi aukeretatik soilik BATi erantzun behar zaio. Biei erantzuten bazaie, azterketa-orrietan lehenengoa agertzen dena zuzenduko da.***

***Erantzunak boligrafo urdinez edo beltzez idatzi behar dira. Ezin dira arkatza, ezaba daitekeen boligrafoa edo beste kolore bateko boligrafoa erabili. Soilik erabili ahal izango dira koloretako boligrafoak edo errotiladoreak grafikoak egiteko.***

Kalkulagailuak erabil daitezke baina ezaugarri hauek dituztenak ez:

- pantaila grafikoa, datuak igortzeko aukera, programatzeko aukera,
- ekuazioak ebazteko aukera, matrize-eragiketak egiteko aukera,
- determinanteen kalkulua egiteko aukera,
- deribatuak eta integralak egiteko aukera,
- datu alfanumerikoak gordetzeko aukera.

***Ez ahaztu kodea azterketa-koaderno guztietan idaztea.***



**LEHENENGO ARIKETA (2 puntu).**

Oreka termikoan dagoen gas ideal klasiko bat hartzen da,  $T$  tenperaturan. Sistema Maxwell-Boltzmann-en estatistikak deskribatzen du. Gasaren molekula abiadura gaussiarra ez den arren, osagai kartesiar bakoitza bada. Kontuan hartuta abiaduraren lehenengo osagaia, haren banaketa normala  $N\left(0, \frac{k_B T}{m}\right)$  da,  $k_B$  Boltzmannen konstantea eta  $m$  hartutako gasaren molekula baten masa izanik. Nitrogenoaren kasuan,  $T = 300$  K denean, desbideratze tipikoa  $\frac{k_B T}{m} = 298$  m/s da.

- (a) **(0,75 puntu)** Kalkulatu 300 K tenperaturan dagoen nitrogeno molekula baten abiaduraren lehenengo osagaiaren balio absolutua 300 m/s baino txikiagoa izateko probabilitatea.
- (b) **(0,75 puntu)** Kalkulatu 300 K tenperaturan dagoen nitrogeno molekula baten abiaduraren lehenengo osagaia -600 m/s eta -300 m/s artean egoteko probabilitatea.
- (c) **(0,5 puntu)** Ikertzaile batek beste gas bat aztertzen du, argona, zeinaren molekulak nitrogenoaren baino masa handiagoa duten, eta, ondorioz, tenperatura  $T$  mantentzen bada, dagokion desbideratze tipikoa txikiagoa da. Zenbakizko kalkulurik egin gabe, erantzun modu arrazoituan: argon molekula baten abiaduraren lehenengo osagaiaren balio absolutua 300 m/s baino txikiagoa izateko probabilitatea nitrogenoaren kasuarena baino handiagoa, txikiagoa ala berdina izango da? Justifikatu zure erantzuna desbideratze tipikoaren adierazpena erabiliz,  $\sigma = \frac{k_B T}{m}$ .

**BIGARREN ARIKETA (2 puntu).**

$a \neq 0$  emanda, honako ekuazio linealetako sistema hau dugu:

$$\begin{cases} x + ay = 1, \\ x + ay + z = a, \\ (a-2)x + ay + (a-1)z = a+2. \end{cases}$$

- (a) **(1 puntu)** Aurkitu  $a$ -ren balio bat zeinetarako emandako sistemak soluzio bat baino gehiago dituen.
- (b) **(1 puntu)** Aurkitu sistemaren soluzio guztiak aurreko ataleko  $a$ -ren baliorako.

**HIRUGARREN ARIKETA (2 puntu).**

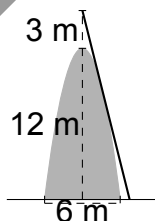
- (a) **(1 puntu)** Marraztu  $y = x(2x - 3)$  eta  $y = x(2 - x)$  ekuazioetako parabolek mugatzen duten eremua.
- (b) **(1 puntu)** Kalkulatu (a) ataleko eremuaren azalera, eta eman emaitza zatiki baten bidez.

**LAUGARREN ARIKETA (2 puntu).** Bietariko bati bakarrik erantzun.

- (4A)** Izan bitez  $r \equiv x = y - 1 = -z$  zuzena eta  $\pi \equiv -x + 2y + z + A = 0$  plano.
- (a) **(1,5 puntu)** Aztertu  $r$  zuzenaren eta  $\pi$  planoaren arteko posizio erlatiboa  $A$  parametroaren balioen arabera.
- (b) **(0,5 puntu)** Kalkulatu  $r$  zuzenetik  $\pi$  planorako distantzia  $A$  parametroaren balioen arabera.
- (4B)** Izan bitez  $A = (1, 1, 2)$  eta  $B = (-1, 0, 3)$  puntuak.
- (a) **(1,5 puntu)** Aurkitu  $\pi$  planoaren ekuazioa, zeinerako  $A$  eta  $B$  puntuak  $\pi$  planoarekiko simetrikoak diren.
- (b) **(0,5 puntu)** Zein da  $A$ -tik  $\pi$ -rako distantzia?

**BOSGARREN ARIKETA (2 puntu).** Bietariko bati bakarrik erantzun.

- (5A)** Hormigoizko muino batek forma parabolikoa du, haren altuera 12 m eta oinarria 6 m izanik, irudian ikusten den bezala. Eskailera bat kokatu nahi da, muinoaren kontra jarrita eta haren goiko muturra muinoaren gailurraren gainetik 3 m-ra geratzeko moduan. Muinoaren oinarriaren zer distantziatara kokatu behar da eskaileraren beheko muturra?



- (5B)** Gela errektangeluar batean hormen luzerak 6 m eta 8 m izanik, zoruan gune triangeluar bat mugatu nahi da 4 m-ko luzera duen barra zuzen bat kokatuz, irudian ikusten den bezala. Non kokatu behar da barra mugatutako gunearen azalera maximoa izan dadin?

